

PODPORENÉ POLYGÓNOVÉ ŤAHY

Gabriel Weiss¹

SUPPORTED TRAVERSES

System analysis of twodimensional supported traverses are presented focusing attention on:

- possibility of realization for this kind of traverses using total station,
- position accuracies of traverse points and internal/external reliability of such a network structure.

These measures of a supported traverse demonstrate advantage of their use and a high level quality above all in applications for special engineering goals.

Key words: traverses, total station.

1. Úvod

Väčšina aplikácií geodetických metód a technológií (deformačné šetrenia, vytyčovacie práce, zhustovanie bodových polí, kontrolné merania, a pod.), často využíva polygónové ťahy a siete, pretože so súčasnou geodetickou prístrojovou technikou je možné dosiahnuť vysokú kvalitu týchto štruktúr. Okrem toho je možné ich v maximálnej miere tvarovať a prispôbovať danej situácii a podmienkam (členitosť terénu, zastavanosť, atď.).

Všetky tradičné typy polygónových ťahov (PT) a z nich vytvárané siete, sa aplikujú väčšinou ako polohopisné útvary väzbového alebo bezväzbového typu (s národným alebo lokálnym dátumom) a pri ich spracovaní sa používa vhodná približná, alebo presná vyrovnávacía procedúra, prevažne

na báze odhadov pomocou MNŠ. Avšak, v týchto postupoch sa polygónové ťahy zamerajú klasickým štandardným spôsobom (napr. vrcholové uhly s požadovanou presnosťou, dĺžky 2x nezávisle [14]) má redundancia (nadpočetnosť, nadbytočnosť) meraní nízku hodnotu, z ktorej vyplýva aj možnosť spochybnenia (teoretického aj praktického) rigorózných spracovateľských postupov. Preto pri použití najmä polygonometrie na "presnej" resp. "veľmi presnej" úrovni a v rozsiahlejších priestoroch, ukazuje sa užitočné aj potrebné zvýšiť redundanciu ťahov zvýšením počtu meraní n. Podporí sa tým lepšia zmysluplnosť aplikácie exaktných spracovateľských (vyrovnávacích) procedúr.

Iný dôvod pre zvýšenie počtu meraní, a teda aj redundancie súvisí so skutočnosťou, že vždy sa dajú zo súboru meraných hodnôt veličín v PT eliminovať všetky hrubé chyby, najmä "menšie hrubé chyby", s veľkosťou blízkou oblasti nad $\pm 3\sigma_L$ (σ_L je smerodajná odchýlka meranej veličiny L), ktoré by ináč svojou prítomnosťou v spracovaní skresľovali odhad súradníc. Odhaliteľnosť týchto "malých" hrubých chýb pri testovaní matematického modelu bude tým väčšia, čím bude vyššia redundancia ťahu, resp. siete (o úrovni tejto "samokontrolovateľnosti" štruktúry, resp. o vplyve neodhalených hrubých chýb v odhadoch súradníc informujú jej ukazovatele spoľahlivosti). Teda zvýšením n zvýšia sa aj presnostné a spoľahlivostné charakteristiky, t.j. kvalita polygónových ťahov a sietí.

Takto tvorené ťahy a siete, t.j. vykonané s "nadštandardným" počtom meraní, označujú sa ako podporené polygónové ťahy (PPT), resp. siete. O ich aplikáciách a význame sú už známe niektoré čiastkové poznatky [2,4,9,10].

Cieľom tohoto príspevku je systémovo analyzovať tvorbu polohových (2D) PPT a poukázať na ďalšie možnosti realizácie PPT, ktoré umožňujú zvýšiť ich kvalitu, najmä pri použití totálnych staníc (TS).

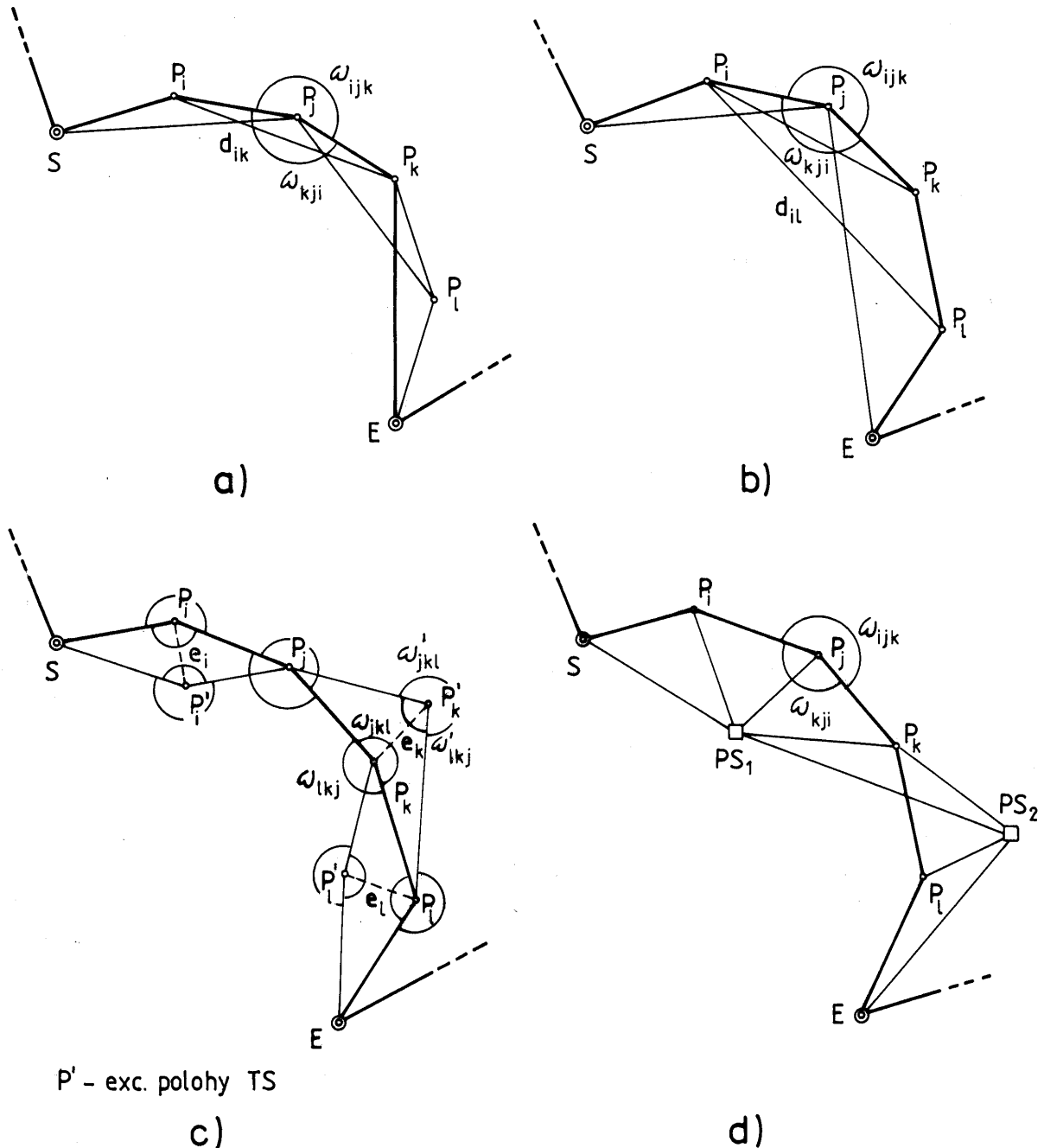
2. Podporené polygónové ťahy

¹ Katedra geodézie a geofyziky, F BERG Technickej univerzity, 043 84 Košice, Park Komenského 19.

Pri realizácii PPT sa zvýšený počet meraní, participujúcich na spracovaní ťahu, môže vykonať v rôznej väzbe na plánovaný ťah. Podľa toho, môžeme PPT deliť na 2 druhy :

- observačne podporené PT, keď sa v plánovanej štruktúre ťahu okrem štandardných

(obvyklých) veličín² merajú ďalšie veličiny, ako napr. doplnkové vrcholové uhly ω_{kji} , každá dĺžka a zenitový uhol aj v opačnom smere, t.j. D_{ji} , Z_{ji} , dĺžky D_{ik} , ... D_{il} , ... medzi bodmi P_i , P_k , ... a P_i , P_l ... , pričom všetky merania sa vykonávajú z vlastných (plánovaných) bodov PT (obr. 1a,1b,1c);



P' - exc. polohy TS

Obr.1. Observačné podporené polygónové ťahy (1a,1b). Štruktúra podporených polygónových ťahov (1c,1d).

² budú sa uvažovať priamo merateľné veličiny pomocou TS, t.j. šikmá dĺžka D_{ij} , zenitový uhol Z_{ij} medzi dvomi susednými bodmi P_i , P_j v smere merania $i \rightarrow j$, vrcholové uhly ω_{ijk} na každom bode P_i definované obvykle podľa postupu merania.

- geometricky podporené PT, keď sa okrem plánovanej štruktúry ťahu k nemu pripoja (v celej dĺžke alebo - len v niektorých úsekoch) rôzne doplnkové geometrické štruktúry, tvorené jednak vlastnými bodmi ťahu a jednak ďalšími bodmi (pomocnými prechodnými stanoviskami PS, atď.). Výsledné štruktúry môžu byť potom rôzne líniové trojuholníkové reťazce, zdvojené ťahy, všeobecné trigonometrické štruktúry a pod., pričom observácie sa vykonávajú nielen na vlastných ale aj na ostatných bodoch, ktoré vytvárajú výslednú podpornú geometrickú štruktúru ťahu (obr.1d).

Je zrejmé, že pri realizácii každého druhu PPT sa objem terénnych, predovšetkým observačných prác zvýši (cieľom je totiž namerať viac veličín vstupujúcich do spracovania ťahu). Toto zvýšenie rôznych položiek nákladov však bude vyvážené, resp. prevýšené ziskom z kvality PPT. Z tohto aspektu bude zrejme najefektívnejšia observačná podpora, lebo aj zvýšený počet meraní sa vykoná na vlastných (plánovaných) bodoch ťahu, pri nutných, obvyklých postaveniach prístroja na týchto bodoch. Zvýšené požiadavky na observácie pri realizácii PPT sa tiež výrazne znížia, ak sa použijú súčasne TS, ktoré sa svojimi vlastnosťami a schopnosťami vynikajúco hodia nielen na priame meranie veličín, ale aj na nepriame meranie iných, ďalších veličín (výpočtom v mikroprocesori prístroja z priamo meraných veličín), ako napr. dĺžkových prvkov medzi bodmi $P_i P_k$, bodmi $P_i P_j$ (tzv. "missing line measurement", elipsoidických prevýšení a pod.).

3. Spracovanie PPT

Keďže PPT vytvárajú rôzne geometricky tvarované a observačne doplnené štruktúry, aj pri použití tej istej vykonávacej procedúry, sa postupy pri spracovaní jednotlivých druhov PPT budú líšiť. Poukážem preto len na typické zvláštnosti spracovania observačne podporených PT.

Ak sa uvažuje so spracovaním PPT pomocou MNŠ-odhadovacou procedúrou na báze Gaussovho-Markovovho modelu, tento sa realizuje s použitím príslušného štatistického modelu

$$v = A d \hat{C} - (L - L^{\circ}),$$

$$\Sigma = \sigma_0^2 Q_L, \quad (1)$$

kde jednotlivé matice a veličiny majú svoj obvyklý význam. Konštrukcia matíc A , Q_L sa rieši bežnými postupmi, v nich však treba upozorniť na niektoré zvláštnosti, ktoré sú podmienené použitím niektorých druhov observovaných veličín v observačnej podpore PPT.

Pri matici A sa to týka dva razy meraných dĺžok ("tam" a "späť") a "obojsmerných" vrcholových uhlov.

Pre príslušné koeficienty malých vodorovných dĺžok d_{ij} a d_{ji} , v matici A platí :

	i		j	
	x	y	x	y
$d_{ij} :$	axi_{ij}	ayi_{ij}	axj_{ij}	ayj_{ij}
$d_{ji} :$	axi_{ji}	ayi_{ji}	axj_{ji}	ayj_{ji}

Na základe štruktúry koeficientov nie je ťažké ukázať, že platí

$$axi_{ji} = axi_{ij}, ayi_{ji} = ayi_{ij}, axj_{ji} = axj_{ij}, ayj_{ji} = ayj_{ij}. \quad (2)$$

Taktiež sa dá ukázať, že pre príslušné koeficienty obojsmerných vrcholových uhlov ω_{ijk} , ω_{kji} , v matici A platí :

	i		j		k	
	x	y	x	y	x	y
$\omega_{ijk} :$	axi_{ijk}	ayi_{ijk}	axj_{ijk}	ayj_{ijk}	axk_{ijk}	ayk_{ijk}
$\omega_{kji} :$	axi_{kji}	ayi_{kji}	axj_{kji}	ayj_{kji}	axk_{kji}	ayk_{kji}

takže,

$$\begin{aligned} axi_{ijk} &= -axi_{kji}, ayi_{ijk} = -ayi_{kji}, \\ axj_{ijk} &= -axj_{kji}, ayj_{ijk} = -ayj_{kji}, \\ axk_{ijk} &= -axk_{kji}, ayk_{ijk} = -ayk_{kji}. \end{aligned} \quad (3)$$

Matice A , N ($N=A^T Q^{-1} A$) s týmito druhmi podporných observácií nemenia svoje vlastnosti.

Kofaktorová matica Q_L meraných veličín L sa aj v danom prípade konštruuje ako diagonálna (keďže fyzikálnu koreláciu medzi meranými veličinami v ťahu môžeme považovať za zanedbateľnú), až na kofaktorové pole vrcholových uhlov. Tieto uhly určujeme na každom bode z vyrovnania meraných (spravidla skupinovú metódou) smerov $\hat{\psi}$, ktoré budú mať plné obsadenú kofaktorovú maticu $Q_{\hat{\psi}}$ a teda aj dvojice uhlov $\hat{\omega}_{ijk}, \hat{\omega}_{kji}$ budú tvoriť v Q_L nediagonálne submatice 2x2 (obr. 2), ktoré sa vytvárajú podľa vzťahu

$$Q_{ijk, kji}^{\omega} = FQ_{\hat{\psi}}F^T, \quad (4)$$

čo je aplikácia zákona o prenášaní kofaktorov pre funkcie $[\omega_{ijk}, \omega_{kji}]^T = F \hat{\psi}$.

Obr.2. Kofaktorová matica Q_L .

4. Kvalita PPT

Kvalita každého bodového poľa, resp. jej geodetickej štruktúry, sa posudzuje najmä z hľadiska presnosti a spoľahlivosti [5,8].

Zvyšovaním n sa zvyšuje vo všeobecnosti presnosť určenia súradníc bodov PPT, t.j. znižujú sa ukazovatele presnosti súradníc, resp. polohovej presnosti bodov ťahu. Vyplýva to z klesajúcej hodnoty aposteriorneho variačného faktora

$$s_0^2 = v^T Q_L^{-1} v / r = \Omega / r \quad (5)$$

pri raste r , i napriek očakávanému nárastu (stochastickému) aj kvadratickej formy opráv Ω . Vtedy sa budú znižovať aj dĺžky poloosí konfidenčných elíps

$$\begin{aligned} a_i^2 &= \lambda_{i1} s_0^2 F(1-\alpha; \nu_1, \nu_2), \\ b_i^2 &= \lambda_{i2} s_0^2 F(1-\alpha; \nu_1, \nu_2), \end{aligned} \quad (6)$$

kde λ_i sú vlastné čísla kofaktorovej matice $Q_{\hat{c}}$ a $F(1-\alpha; \nu_1, \nu_2)$ je hodnota frekvenčnej funkcie Fisherovho rozdelenia pri zvolenej hladine významnosti α a pri stupňoch voľnosti ν_1 a ν_2 . To znamená, že sa bude zvyšovať polohová presnosť bodov.

Veľmi zjavné pozitívne zmeny nastanú pri zvýšení n aj v ukazovateľoch vnútornej a vonkajšej spoľahlivosti PPT. V dôsledku realizácie podporených observácií sa zvýši počet meraní (resp. meraných veličín n), avšak počet parametrov-súradníc bodov ťahu k zostáva nezmenený. Potom celková redundancia ťahu

$$r = n - k = \text{tr}(R) = r_1 + r_2 + \dots + r_i + \dots + r_n \quad (7)$$

je vyjadrená ako stopa redundancie matice R [7].

$$R = (Q_L - AN^{-1}A^T) Q_L^{-1} = Q_V Q_L^{-1}, \quad (8)$$

kde Q_v je kofaktorová matica opráv. V dôsledku toho sa ďalej zvýšia aj hodnoty čiastkových (observačných) redundancií

$$r_i = q_{v_i} p_i = 1 - \sigma_{L_i}^2 / \sigma_{L_i}^2, \quad (9)$$

kde q_{v_i} je kofaktor opravy v_i , p_i je váha meranej veličiny a $\sigma_{L_i} / \sigma_{L_i}$ sú smerodajné odchýlky (stredné chyby) vyrovnanej a meranej hodnoty observácie L_i v PTT.

Zvýšenie r , r_i v ťahu bezprostredne ovplyvňuje aj ukazovatele jeho vnútornej a vonkajšej spoľahlivosti.

Vnútorňá spoľahlivosť geodetickej sieťovej štruktúry sa najčastejšie popisuje vektorovú veličinu

$$(\nabla L)_o, \quad (10)$$

ktorej komponenty

$$(\nabla L_i)_o = \frac{\sigma_{L_i}}{\sqrt{r_i}} \delta_o, \quad (11)$$

predstavujú najmenšie limitné hodnoty $(\nabla L_i)_o$ hrubých chýb ∇L_i v observáciách L_i , ktoré je možné testovaním matematického modelu vyrovnávacej procedúry ešte odhaliť, t.j. sú mierami vnútornej spoľahlivosti PPT pri δ_o . Parameter necentricity $\delta_o = f(\alpha_o, \beta_o)$ je funkciou zvolenej hladiny významnosti α_o a silofunkcie testu β_o [1]. Ak v PPT budú hodnoty r_i vyššie ako v "nepodporenom" ťahu, aj prvky ukazovateľa vnútornej spoľahlivosti (11) budú menšie, teda v PPT bude možné testovaním identifikovať aj také "malé" hrubé chyby, ktoré v štandardnom ťahu nie sú lokalizovateľné. Vo všeobecnosti teda podporné observácie vedú k zvýšeniu vnútornej spoľahlivosti ťahu (čím nižšie hodnoty majú prvky (11), tým je vnútorňá spoľahlivosť PPT vyššia).

Vonkajšiu spoľahlivosť je možné charakterizovať tiež viacerými ukazovateľmi [8,13], z ktorých bude najvhodnejšie použiť charakteristiku popisujúcu vplyv neodhalených hrubých chýb ∇L_i v odhadoch súradníc (vyrovnaných súradniciach) p bodov PPT. Táto charakteristika má napr. tvar ($k = 2p$) x n matice

$$\nabla \hat{C} = N^{-1} A^T Q_L^{-1} \text{diag}((\nabla L_i)_o) = \begin{bmatrix} \nabla \hat{x}_{1,1} & \nabla \hat{x}_{1,2} & \cdots & \nabla \hat{x}_{1,i} & \cdots & \nabla \hat{x}_{1,n} \\ \nabla \hat{y}_{1,1} & \nabla \hat{y}_{1,2} & \cdots & \nabla \hat{y}_{1,i} & \cdots & \nabla \hat{y}_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \nabla \hat{x}_{p,1} & \nabla \hat{x}_{p,2} & \cdots & \nabla \hat{x}_{p,i} & \cdots & \nabla \hat{x}_{p,n} \\ \nabla \hat{y}_{p,1} & \nabla \hat{y}_{p,2} & \cdots & \nabla \hat{y}_{p,i} & \cdots & \nabla \hat{y}_{p,n} \end{bmatrix} \quad (12)$$

v ktorej, v stĺpcoch 1, ..., i, ..., n sú chyby $\nabla \hat{x}_{j,i}$, $\nabla \hat{y}_{j,i}$ v odhadoch súradníc $\nabla \hat{x}_j$, $\nabla \hat{y}_j$ jednotlivých bodov P_j , $j \in \{1, \dots, p\}$ ťahu vyvolané neodhalenými (neodhaliteľnými) hrubými chybami $(\nabla L_i)_o$ v observáciách L_i , pričom $\nabla \hat{x}_{j,i}$, $\nabla \hat{y}_{j,i}$ budú predstavovať maximálne možné chyby vo vyrovnaných súradniciach. Čím sú $\nabla \hat{x}_{j,i}$, $\nabla \hat{y}_{j,i}$ menšie, tým vyššia je vonkajšia spoľahlivosť ťahu. Keďže $(\nabla L_i)_o$

v PPT majú nižšie hodnoty, prejaví sa tento trend aj v hodnotách prvkov matice $\nabla \hat{C}$ teda v priaznivejších ukazovateľoch vonkajšej spoľahlivosti. Vo všeobecnosti, opäť, podporené observácie vedú

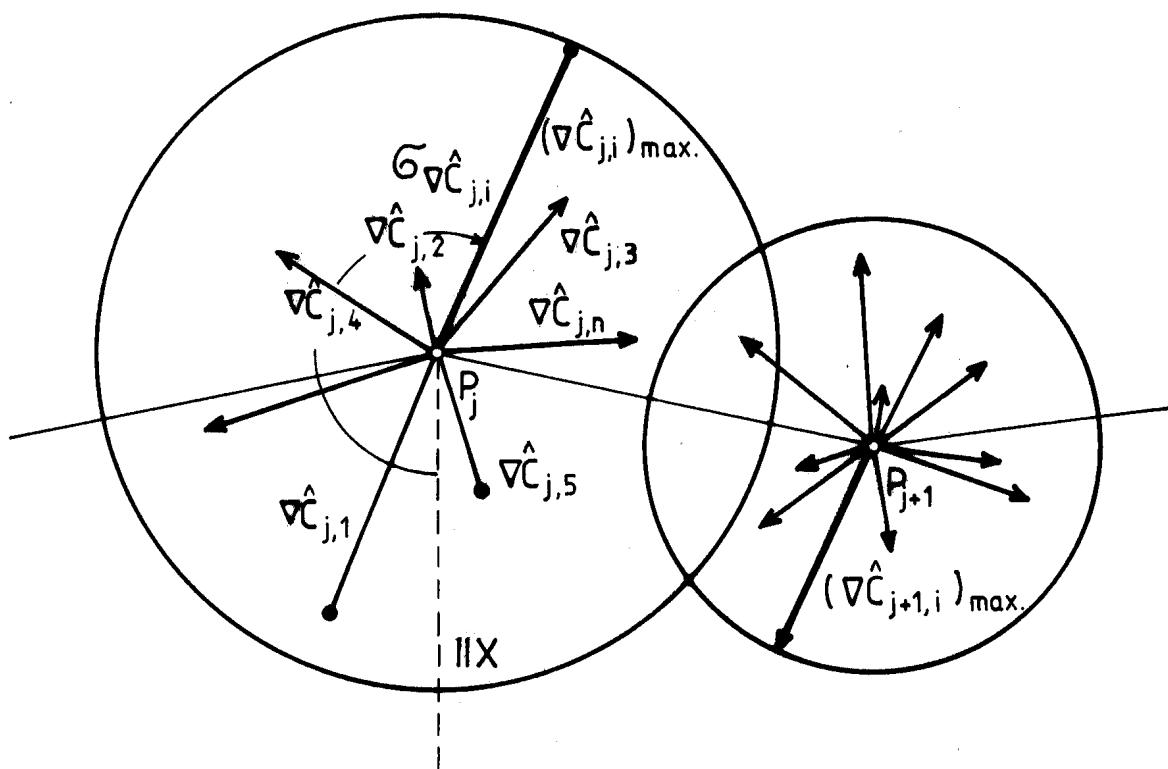
k zvýšeniu vonkajšej spoľahlivosti polygónových ťahov.

Veľkosti $\nabla \hat{x}_{j,i}$, $\nabla \hat{y}_{j,i}$ pre body P_j je výhodné kvôli prehľadnosti (vidieť, ako je lokalizovaná vonkajšia spoľahlivosť na bodoch P_j polygónového ťahu) aj vhodne graficky zobraziť. Z rôznych možností vizualizácie matice $\nabla \hat{C}$, resp. jej komponentov na bodoch P_j v PPT [13], je grafické zobrazenie vektorov $\nabla \hat{C}_{j,i}$, pre ktoré platí:

$$|\nabla \hat{C}_{j,i}| = \sqrt{\nabla \hat{x}_{j,i}^2 + \nabla \hat{y}_{j,i}^2},$$

$$\sigma_{\nabla \hat{C}_{j,i}} = \arctg\left(\frac{\nabla \hat{y}_{j,i}}{\nabla \hat{x}_{j,i}}\right),$$

pričom $|\nabla \hat{C}_{j,i}|$ je dĺžka vektora polohovej chyby bodu P_j vyvolanej neodhalenou hrubou chybou $(\nabla L)_0$ a $\sigma_{\nabla \hat{C}_{j,i}}$ je jeho južníková orientácia. Táto množina vektora v počte i na každom bode P_j (obr. 3), dáva úplný obraz o "i" polohových chybách tohoto bodu P_j , vyvolaných hodnotami $(\nabla L)_0$. Čím sú dĺžky vektorov menšie, tým sú aj vplyvy $(\nabla L)_0$ na \hat{x}_j , \hat{y}_j menšie, a teda tým má príslušný bod P_j väčšiu vonkajšiu spoľahlivosť, keďže prípadné $(\nabla L)_0$ ovplyvňujú $\nabla \hat{C}_j$ len malými hodnotami.



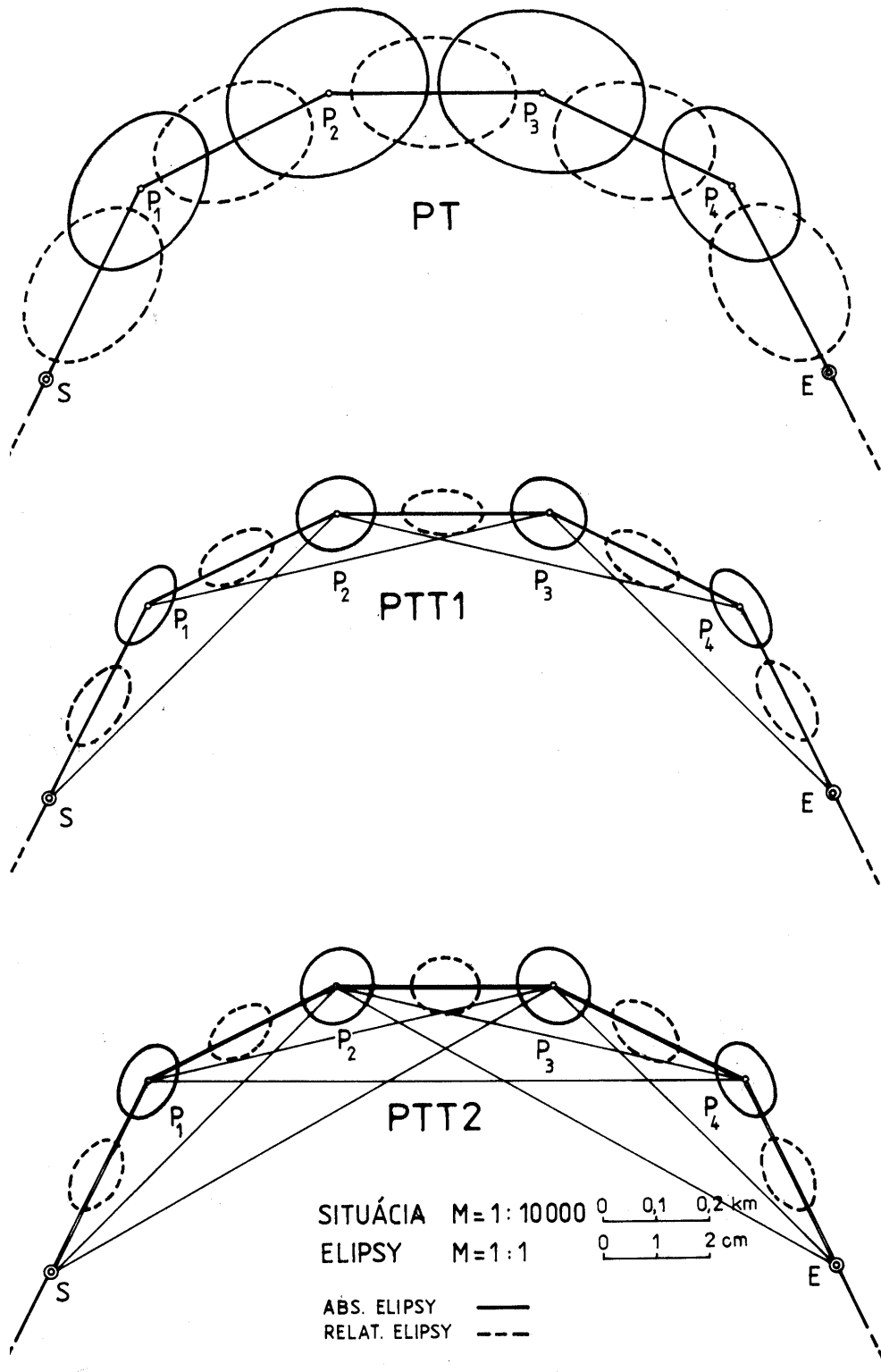
Obr.3. Polohové chyby bodu P_j .

Z rôznych veľkostí vektorov $|\nabla \hat{C}_{j,i}|$ je pre bod P_j , zrejme najpriaznivejší vektor s najväčšou hodnotou, t.j. $|\nabla \hat{C}_{j,i}|_{\max}$, a preto sa táto hodnota môže použiť ako smerodajná charakteristika vonkajšej spoľahlivosti bodu P_j , teda ako ukazovateľ najmenej súradnicovej spoľahlivosti bodu P_j . Kôli zvýraznenej vizualizácii môže sa tento ukazovateľ použiť napr. v tvare kružnice s polomerom $|\nabla \hat{C}_{j,i}|_{\max}$.

5. Ukážka zvýšenia kvality PPT

Uvedené úvahy a závery o zvýšení presnosti a spoľahlivosti PPT je možné demonštrovať na väzbovom ťahu (obojstranne pripojený a orientovaný) s bodmi $P_j, j \in \langle 1,4 \rangle$, (obr. 4, 5). Uvažujme 3 verzie jeho zamerania a spracovania :

- 1.) PT - Štandardné zameranie ťahu (nepodporený ťah), t.j. 5 dĺžok a 6 vrcholových uhlov, t.j. $n = 11$,
- 2.) PTT - Zameranie ťahu so zvýšeným n (podporený ťah), so štruktúrou meraní : 5 dĺžok medzi bodmi P_i, P_k (každý bod), 6 vrcholových uhlov ω_{kii} , t.j. $n = 21$,

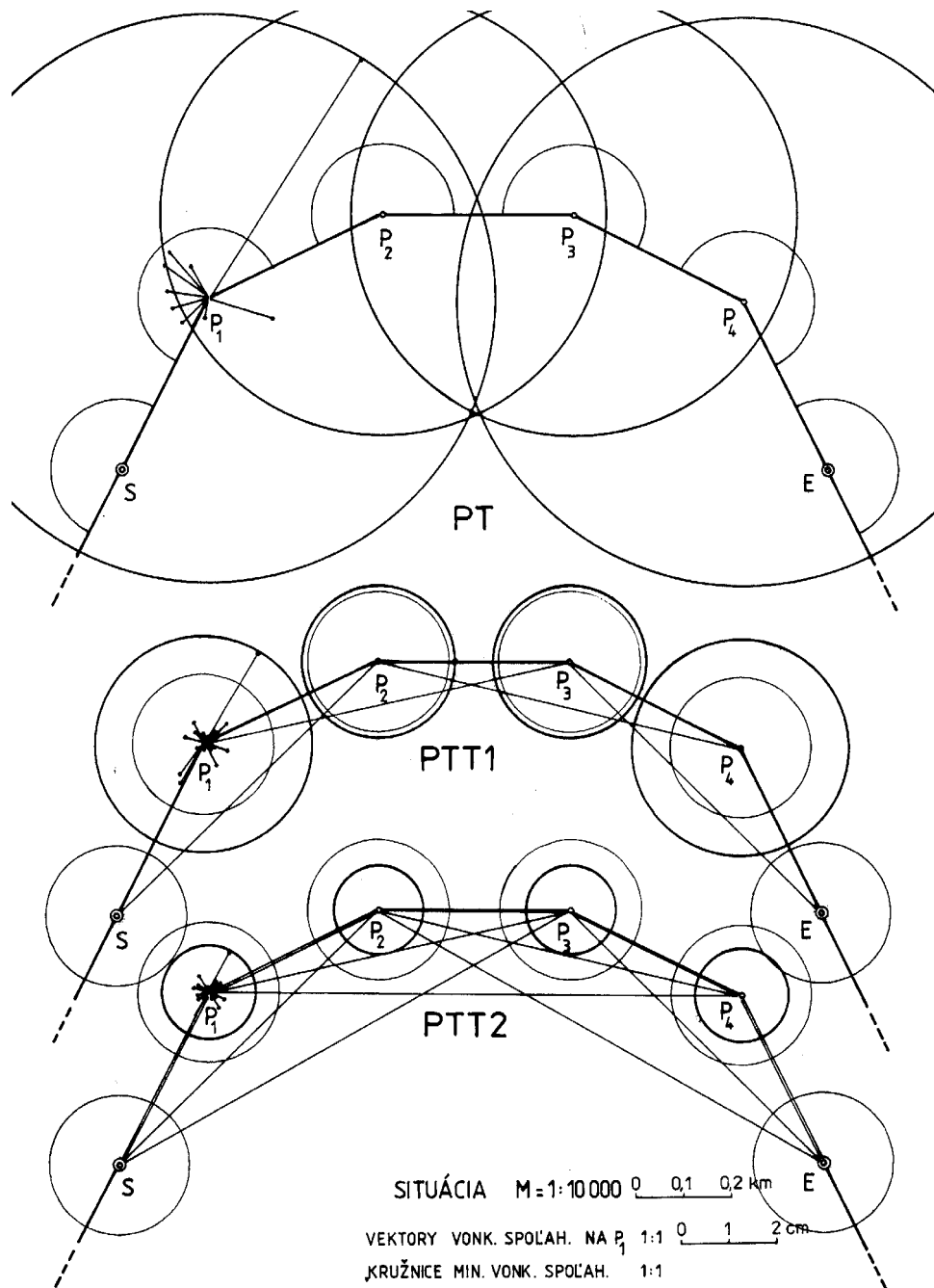


Obr.4. Rôzne typy polygónových ťahov s konfidenčnými elipsami.

- 3.) PTT 2-Zameranie ťahu so zvýšeným n (podporený ťah), so štruktúrou meraných veličín :
 5 dĺžok medzi bodmi P_j, P_i , 4 dĺžky medzi bodmi P_i, P_k , 3 dĺžky medzi bodmi P_i, P_k (každý tretí bod), 6 vrcholových uhlov ω_{ijk} , t.j. $n = 29$.

Jednotlivé verzie ťahu boli vyrovnané na báze Gaussovho - Markovovho modelu, odhady súradníc s výsledkami, týkajúcimi sa presnosti a spoľahlivosti ťahov sú uvedené v tab. 1.

Presnosť meraných veličín v ťahoch : $\sigma_D = (5 + 2 \text{ ppm}) \text{ mm}$, $\sigma_Z = 8^{\text{cc}}$, $\sigma_\omega = 8^{\text{cc}}$. Grafické zobrazenie niektorých výsledkov sú na obr. 4 a 5. Tab.1, ako aj obr. 4 na základe veľkostí konfi-



Obr.5. Rozloženie vektorov vonkajšej spoľahlivosti.

denčných elíps, absolútnych i relatívnych, evidentne demonštrujú zvyšovanie polohovej presnosti bodov PPT s trendom k homogénemu a izotropnému rozloženiu presnosti v týchto štruktúrach. Pre veľkosť a rozloženie vonkajšej presnosti v jednotlivých verziách z tab. 1 a obr. 5 vyplývajú tieto skutočnosti:

- najmenej ovplyvniteľné body s neodhalenými hrubými chybami sú v PT, PPT 1 v ich strednej časti (kružnice vonkajšej spoľahlivosti s polomerom $(\nabla \hat{C}_j)_{\max}$ sú menšie), pričom so zvyšovaním n sa tieto ukazovatele homogenizujú (PPT 2),

- veľkosť kružníc vonkajšej spoľahlivosti v jednotlivých verziách ťahu evidentne demonštruje ich klesajúcu veľkosť s rastom n,

- z rozborov matíc $\nabla \hat{C}$ pre PT, PTT 1, PTT 2, vyplýva³, že najmenšiu vonkajšiu spoľahlivosť na bodoch P_j (vektory $\nabla \hat{C}_{j,i}$) vyvolávajú dĺžkové observácie medzi bodmi P_j, P_k a to najvýraznejšie v PT, pričom postupným zvyšovaním n vplyv týchto observácií klesá a homogenizuje sa s vplyvmi uhlo-

Tabuľka 1

Ukazovateľ	PT n = 11	PPT n = 21	PPT 2 n = 29
Aposter. var. faktor: s_0^2			39,6
priem. smerod. odch. sur. $\hat{x} : \hat{\sigma}_x$	6,4	4,2	4,0
$\hat{y} : \hat{\sigma}_y$	6,5	3,7	3,5
$\hat{xy} : \hat{\sigma}_{xy}$	6,5	4,0	3,8
(celková) redundancia : r	3,0	13,0	21,0
min. observ. redundancia : r	0,128	0,416	0,666
max. observ. redundancia : r	0,5	0,981	0,829
priem. observ. redundancia : \bar{r}_j	0,273	0,619	0,724
odhady súradníc : \hat{x}, \hat{y}	...,597 ...,398 ...,010 ...,985 ...,016 ...,996 ...,516 ...,597	...,595 ...,397 ...,007 ...,985 ...,015 ...,992 ...,613 ...,598	...,598 ...,399 ...,008 ...,984 ...,013 ...,994 ...,617 ...,559
priem. vnút. spoľahlivosť : $(\nabla L)_{ij}$	58,7	37,5	33,2
min. a max. vonk. spoľahlivosť	60,4 1,4	22,4	9,7 0,5
$\nabla \hat{C}_{jmin}, \nabla \hat{C}_{jmax}$ na bodoch	46,8 0,6	15,6	9,3 0,2
$P_j, j \in \langle 1, 4 \rangle$	46,8 0,6	15,6	9,3 0,2
.	60,4 1,4	22,4	9,7 0,5

vých observácií. Až pri určitom n nastáva izotrópna, homogénna vonkajšia spoľahlivosť celej polygónovej štruktúry (PTT 2),

- z rozborov $\nabla \hat{C}$ ďalej vyplýva, že dĺžky d_{ij}, d_{ji} (aj $d_{ik}, d_{ki}, d_{il}, d_{li}$) vyvolávajú $\nabla \hat{C}_{j,i}$ tej istej veľkosti a tej istej orientácie a uhly $\omega_{ijk}, \omega_{kji}$ a tiež $\nabla \hat{C}_{j,i}$ rovnakej veľkosti a opačnej orientácie, ako aj ďalšie poznatky pre rozloženie a veľkosť $\nabla \hat{C}_{j,i}$ na bodoch P_j .

Záver

Zo všeobecných analýz i demonštračnej ukážky jednoznačne vyplýva výhodnosť použitia podporných polygónových ťahov všade tam, kde je potrebné dosiahnuť jej vysokú kvalitu, resp. kvalitu určených bodov. Zvýšenie nákladov a času v súvislosti so zvýšením počtu meraní, pri vhodnej observačnej alebo geometrickej podpore, ako i použitím totálnych staníc, nebude relevantné najmä v porovnaní so ziskami takejto realizácie polygónového ťahu. Naznačené ďalšie možnosti tvorby podporených polygónových ťahov odôvodnene nájdu široké uplatnenie v inžinierskych aplikáciách polygonometrie.

Literatúra

³ ich numerické hodnoty nie sú uvedené

- [1] Barda, W. : A testing procedure for use geodetic networks. *Publ. Geodesy, New Ser., Vol. 2, No.5, Netherlands, Geodetic Comeniss 1968.*
- [2] Carosio, A : Verfahren der multivariaten Statistik zur Beurteilung der Resultate und der Zuverlässigkeit geodätischer Messsysteme. *Mitt. Just. Geod. Photogr. ETH Zürich, Nr. 35, 1983, Zurich.*
- [3] Carosio, A : Die Zuverlässigkeit in der schweizerischen Landesvermessung. *Verm. Photogr. Kulturtechnik, 1992, 9, 491 - 495.*
- [4] Hähn, M., Jäger, R. : Zuverlässigkeitsbeschreibung bei der Partitionierung von Netzen. *Verm. Photogr. Kulturtechnik, 1987, 3, 102 - 105.*
- [5] Mürle, M., Bill, R. : Zuverlässigkeits- und Genauigkeitsuntersuchung ebener geodätischer Netze. *Allg. Verm.-Nachrichten 91 (1984), 2, 45 - 62.*
- [6] Niemer, W. : Ausgleichung geodätischer Netze. *In : Pelzer, H. (Hrsg) : Geodätische Netze in Landes und Ingenieur Vermessung. I., Stuttgart, Wittwer 1980, 181 - 212.*
- [7] Niemer, W. : Netzqualität und Optimierung. *In : Pelzer, H. (Hrsg) : Geodätische Netze in Landes - und Ingenieur Vermessung. II., Wittwer, Stuttgart 1985, 153 - 224.*
- [8] Pelzer, H. : Beurteilung der Genauigkeit und der Zuverlässigkeit geodätischer Netze. *In : Pelzer, H. (Hrsg) : Geodätische Netze in Landes - und Ingenieur Vermessung. I., Wittwer, Stuttgart 1980, 273 -304.*
- [9] Ramsayer, K. : Von der zwei - zur dreidimensionalen Geodäsie. *Allgem. Verm. Nachrichten, 1972, 9, 343 - 350. Bricht Nr. 176, Inst. Geod. Photogram. ETH Zürich, 1991.*
- [10] Teskey, W.F., Gründik, L. : Improving the Quality of Traverses. *The Canad. Surveyor. Vol. 39, No.3, 1985, 211 - 221.*
- [11] Vagin, V. A. : Issledovanija po nadežnosti poligonometričeskich chodov i setej. *Izv. VUZ-ov : Geodezija i aerofotosjomka 1990, No. 1, 3 - 8.*
- [12] Welsch, W. : Über eine allgemeine reduzierende Gewichtsmatrix zur Elimination von Orientierungsunbekannten. *Zeitsch. f. Verm. Wesen, 1975, 2, 83 - 86.*
- [13] Wicky, F. : Zuverlässigkeitstheorie. Beurteilungskriterien für die Zuverlässigkeit von geodätischen Netzen.