

Analýza kvality polygónových ťahov

Juraj Šútti¹, Michal Badida², Vincent Jakub³, Gabriel Weiss¹,
Jana Sabová¹, Milan Hačko¹

Quality analysis of traverses

Quality analysis of traverses coordinated and oriented on both ends are done from viewpoint of their station accuracies and internal and external reliabilities. Their configurations were investigated with respect to rules of the Slovak Geodetic Authorities for traverse usability. Conclusions are drawn for application of traverses with engineering purposes.

Key words: Accuracy and reliability of traverses, projector and redundancy matrices for traverses, traverse quality analysis.

Úvod

Inštrukcia SÚGKK pre geodetické práce, vykonávané v podrobných polohových bodových poliach (PPBP) (Inštrukcia 1994; Inštrukcia 1994a), v ďalšom len Inštrukcia, obsahuje záväzné smernice pre tieto práce. V § 94 sa vymenúvajú spôsoby, ktorými sa body PPBP určujú a medzi ktorými sú uvedené aj polygónové metódy. O použití polygónových štruktúr pri určení bodov PPBP rôznych tried presnosti Inštrukcia podrobnejšie pojednáva najmä v § 103, 112, 113 (Inštrukcia 1994) a v prílohe č.31 (Inštrukcia 1994a). V týchto častiach je obsiahnutý celý rad záväzných pokynov o možnostiach ich použitia, resp. o situáciách, kedy polygónové ťahy a siete nie je možné použiť, alebo ich použiť len s určitými obmedzeniami a len za určitých okolností. Z príslušných formulácií napr.

pre určenie bodov PPBP 1. triedy presnosti vyplýva možnosť použitia len samostatných polygónových ťahov obojstranne pripojených a orientovaných (s delením na hlavné a vedľajšie ťahy, § 103), neprípustnosť použitia sieťových polygónových štruktúr (zauzlených polygónových ťahov), nepoužiteľnosť uzavretých ťahov ako aj celý rad obmedzení, týkajúcich sa najmä tvarových (konfiguračných) a rozmerových parametrov ťahov s celým radom čiastkových výnimiek (§ 112), podaných dosť netransparentne.

Na druhej strane Inštrukcia neobsahuje smernice, alebo aspoň odporúčania na tvorbu váh, resp. kofaktorov pre MNŠ spracovanie ťahov s bodmi vyšších tried presnosti, ktoré len odporúča (§115) a chýbajú v nej aj ďalšie vyjadrenia k polygónovým meraniam a ich spracovaniu (napr. podporené polygónové ťahy (Teskey et al, 1985; Weiss, 1996).

Uvedené a ďalšie predpisy Inštrukcie platia pri používaní ťahov aj pre ich inžinierske aplikácie (vykonávanie geodetických prác vo výstavbe, § 93). V tejto oblasti však vzhľadom na topografické podmienky (členitosť terénu), rozloženie budovaných objektov, množstvo stavebných prekážok a pod., nevyhnutne sa vytvárajú aj ťahy často s výraznými odchýlkami svojich geometrických parametrov vzhľadom k ich predpísaným hodnotám, uvádzaným v (Inštrukcia 1994; Inštrukcia 1994a). Bude preto zaujímavé a užitočné, ak sa preskúma opodstatnenosť v (Inštrukcia 1994; Inštrukcia 1994a) uvádzaných limitujúcich ustanovení, týkajúcich sa najmä geometrických parametrov ťahov, resp. vplyv ich nedodržania na kvalitu ťahov. Týmto otázkam je venovaná táto štúdia, ktorá uvádza jednak súčasné nástroje na analýzu kvality ťahov a jednak empirické výsledky, ktoré sa dosiahli pri ich použití u ťahov obojstranne pripojených a orientovaných (ťahy 2P2O). Tieto ťahy boli z časti konformné

s Inštrukciou, z väčšej časti to boli však ťahy odporujúce príslušnému obsahu Inštrukcie, také, ktoré práve v širokej oblasti inžinierskych aplikácií je často potrebné realizovať.

¹ Prof.Ing. Juraj Šútti, DrSc., Doc.Ing. Gabriel Weiss, CSc., Dr.Ing. Jana Sabová a Ing. Milan Hačko. Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity v Košiciach, Park Komenského 19, 043 084 Košice

² Doc.Ing. Michal Badida, CSc. Geodézia Prešov, a.s., Konštantínova 6, 081 38 Prešov

³ Ing. Vincent Jakub, Geometra, Pražská 4, 040 00 Košice

(Recenzovali: Doc.Ing. Vojtech Lukoviny, CSc. a Ing. Juraj Palčík, CSc. Revidovaná verzia doručená 18.3.1998)

Kvalita polygónových štruktúr

Pre sieťové štruktúry, používané v inžinierskych geodetických prácach (trigonometrické, polygónové, ich kombinácie, atď.), sú známe súčasné postupy, ktorými sa skúma ich kvalita (Idhe et al., 1990; Schädlich, 1983; Sigl, 1982). Táto sa charakterizuje najmä z hľadiska ich presnosti a spoľahlivosti (Gründig et al., 1984; Pelzer, 1979), prípadne ich robustnosti (Vaníček, 1991) a tuhosti (Böhm et al., 1979). Najčastejšie sa však vyšetrujú, na apriórnej či aposteriórnej úrovni, ukazovatele polohovej presnosti určených bodov a ukazovatele vnútornej i vonkajšej spoľahlivosti siete. Ak sú obe skupiny ukazovateľov vyhovujúce v určitej sieťovej štruktúre, táto sa pokladá aj zo svojho konfiguračného (geometrického) hľadiska za kvalitnú sieť (Caspary, 1996; Koch, 1996). V zmysle tohoto postulátu, ktorý sa uplatňuje aj pri sieťových dizajnoch prvého rádu, t.j. pri optimalizáciách ich konfigurácií (geometrie) (Grafarend et al. 1979, 1985; Koch, 1982), rozloženie bodov v sieti bude dobré vtedy, ak budú dobré (priaznivé) ukazovatele jej kvality, t.j. presnosti a spoľahlivosti. Preto vhodnosť geometrickej vzbvy bodov určitej siete je implicitne zahrnutá a vyjadrená (naznačenými) ukazovateľmi presnosti a spoľahlivosti. Tento princíp súčasných analýz kvality sieťových štruktúr plne platí aj pre rôzne polygónové štruktúry a ich stavebné prvky - polygónové ťahy (PĚ).

Uvedieme teda najpoužívanejšie ukazovatele z oboch oblastí s aplikáciou pre polygónové ťahy pri spracovaní ktorých budeme uvažovať Gaussov - Markovov odhadovací model (vyrovnanie sprostredkujúcich veličín)

$$v = Ad\hat{C} - dL, \quad (1)$$

$$\Sigma_L = s_o^2 Q_L,$$

na základe ktorého sa získajú MNŠ - odhady súradníc vrcholov ťahu

$$\hat{C} = C^o + d\hat{C} = C^o + (A^T Q_L^{-1} A)^{-1} A^T Q_L^{-1} dL \quad (2)$$

a ostatné parametre ťahu, ako napr. kofaktorová matica $Q_{\hat{C}}$ odhadov súradníc \hat{C} bodov PĚ

$$Q_{\hat{C}} = \begin{bmatrix} Q_{\hat{C}1} & \cdots & Q_{\hat{C}1j} & \cdots & Q_{\hat{C}1b} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Q_{\hat{C}j1} & \cdots & Q_{\hat{C}j} & \cdots & Q_{\hat{C}jb} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Q_{\hat{C}b1} & \cdots & Q_{\hat{C}bj} & \cdots & Q_{\hat{C}b} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

aposteriórny variančný faktor

$$s_o^2 = v^T Q_L^{-1} v / (n - 2b), \quad (4)$$

redundančná matica

$$R = Q_L Q_L^{-1} = \left(Q_L - A \left(A^T Q_L^{-1} A \right)^{-1} A^T \right) Q_L^{-1} \quad (5)$$

a ďalšie (Böhm, 1990; Pelzer, 1985; Wolf, 1968). (predpokladáme, že symbolika je čitateľovi známa).

Ukazovatele presnosti polygónového ťahu

Z celého radu ukazovateľov polohovej presnosti bodov (Gründig, 1984; Ihde et al., 1990; Mühle et al., 1984; Pelzer, 1985) PĚ sa najčastejšie použijú buď niektoré číselné ukazovatele, ako napr. štandardná (smerodajná) súradnicová odchýlka¹⁾ vrcholu P_i (Böhm, 1990; Pelzer, 1985)

$$s_{xyi} = \sqrt{\frac{1}{2} (s_{xi}^2 + s_{yi}^2)}, \quad (6)$$

resp. jeho štandardná polohová odchýlka¹⁾

$$\sigma_{Pi} = \sqrt{s_{xi}^2 + s_{yi}^2}, \quad (7)$$

¹⁾ v Inštrukcii: stredná súradnicová chyba a stredná polohová chyba

alebo z priestorových ukazovateľov najmä absolútna konfidenčná elipsa ε_i^A bodu P_i , resp. relatívna konfidenčná elipsa ε_{ij}^R na charakterizovanie vzájomnej polohovej presnosti dvoch (susedných) bodov P_i, P_j . Ich konštrukčné parametre sa určujú na základe spektrálneho rozkladu submatíc $Q_{\hat{C}_i}$ (pre ε_i^A) a $Q_{\hat{C}_{ij}}$ (pre ε_{ij}^R) a z neho získaných vlastných čísel a vlastných vektorov, ako aj na základe zvolenej hladiny α (Mürle et al, 1984; Pelzer, 1985; Wolf, 1968).

Ukazovatele spoľahlivosti polygónového ťahu

Spoľahlivosť sieťovej štruktúry vo všeobecnosti vyjadruje jej schopnosť odhaliť v modeli siete (1) hrubé chyby vo vykonaných meraniach. Pri posudzovaní tejto stránky kvality sieťových štruktúr sa rozlišuje ich vnútorná a vonkajšia spoľahlivosť.

Z ukazovateľov vnútornej spoľahlivosti sa spravidla používa vektor (Mürle et al, 1984; Pelzer, 1979; Schädlich, 1983)

$$(\nabla L_i)_o = \frac{\sigma_{Li}}{\sqrt{r_{ii}}} \delta_o, \quad \delta_o = f(\alpha_o, \beta_o; f_1, f_2), \quad (8)$$

ktorého komponenty udávajú najmenšie (krajné) hodnoty $(\nabla L_i)_o$ hrubých chýb ∇_{L_i} v observáciách L_i ťahu, ktoré je možné testovaním matematického modelu (1) s parametrom necentrality δ_o ešte odhaliť. Čím menšie budú hodnoty komponentov v (8), tým je vnútorná spoľahlivosť ťahov vyššia (lebo aj „malé“ hrubé chyby, omyly je možné identifikovať) a naopak.

Vonkajšia spoľahlivosť sieťovej štruktúry sa spomedzi viacerých ukazovateľov (Gründig, 1984; Pelzer, 1979; Schädlich, 1983; Sigl, 1982) najprehľadnejšie charakterizuje $n \times 2b$ maticou $\nabla \hat{C}$ (n je počet meraných veličín), popisujúcou vplyv testovaním neodhalených (neodhaliteľných) hrubých chýb $\nabla_{L_i} \langle (\nabla L_i)_o$ v odhadoch súradníc \hat{C} vrcholov ťahu, ktorá je

$$\nabla_{\hat{C}} = (A^T Q_L^{-1} A)^{-1} A^T Q_L^{-1} * \text{diag}((\nabla L_i)_o) = \begin{bmatrix} \nabla \hat{C}_{11} & \nabla \hat{C}_{12} & \cdots & \nabla \hat{C}_{1b} \\ \nabla \hat{C}_{21} & \nabla \hat{C}_{22} & \cdots & \nabla \hat{C}_{2b} \\ \vdots & & & \\ \nabla \hat{C}_{n1} & \nabla \hat{C}_{n2} & \cdots & \nabla \hat{C}_{nb} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

kde

$$\nabla \hat{C}_{ij} = \sqrt{\nabla \hat{x}_{ij}^2 + \nabla \hat{y}_{ij}^2}. \quad (10)$$

Komponenty $\nabla \hat{x}_{ij}, \nabla \hat{y}_{ij}, i \in \langle 1, n \rangle, j \in \langle 1, b \rangle$ predstavujú maximálne možné hodnoty čiastkových chýb - zložiek v celkových chybách odhadov súradníc, vyvolané neidentifikovateľnými hrubými chybami („malej“ veľkosti) $\nabla_{L_i} \langle (\nabla L_i)_o$ v observáciách L_i . Čím sú hodnoty $\nabla \hat{C}_{ij}$ menšie, tým vyššia je vonkajšia spoľahlivosť PŤ a naopak.

Ukazovatele najmä vonkajšej spoľahlivosti je možné vhodnými grafickými formami aj vizualizovať v ich dislokácii na jednotlivých vrchoch ťahu a vytvoriť ucelený prehľad o tejto jeho kvalitatívnej stránke.

Numerické hodnoty ukazovateľov vnútornej a vonkajšej spoľahlivosti významne závisia aj od lokalizácie jednotlivých observácií v sieťovej štruktúre. Aj ťah s jednou štruktúrou rozloženia určitých druhov n observácií (konfiguráciou) má iné ukazovatele ako ten istý ťah s inou štruktúrou rozloženia

n observácií tých istých druhov (inou konfiguráciou). Analogicky, aj rôzne ukazovatele spoľahlivosti budú pre ten istý ťah s jednou konfiguráciou vrcholov a s inou, zmenenou konfiguráciou („geometriou“ ťahu) rozdielne. Tento vplyv rozloženia observovaných prvkov v PŤ, resp. jej konfigurácie, sa okrem ukazovateľov spoľahlivosti premieta aj do observačných redundancií r_{ii} ťahu, resp. do redundančnej matice R . Čím budú hodnoty r_{ii} ($0 \leq r_{ii} \leq 1$) pre určitý PŤ vyššie, tým bude aj jeho geometria priaznivejšia pre odhalenie hrubých chýb a naopak.

Vhodnosť konfigurácie použitého (projektovaného) ťahu sa z tohoto hľadiska môže charakterizovať tiež projektorom (Caspary, 1996; Koch, 1996)

$$H = A(A^T Q_L^{-1} A)^{-1} A^T Q_L^{-1} \quad (11)$$

t.j. maticou (operátorom) ortogónalnej projekcie vektora L do \hat{L} v zmysle

$$\hat{L} = L + v = L + A\hat{C} - L = L + A(A^T Q_L^{-1} A)^{-1} A^T Q_L^{-1} L - L = HL \quad (12)$$

Hlavná diagonála nxn matice H obsahuje tzv. observačné projektory h_{ii} . Symetrická a idempotentná matica H a jej komponenty h_{ii} , h_{ij} majú vlastnosti (Caspary, 1996; Koch, 1996; Sigl, 1982):

$$rank(H) = trace(H) = trace\left(\left(A^T A\right)^{-1} \left(A^T A\right)\right) = \sum_1^n h_{ii} = k \quad (13)$$

$$h_{ii} = (HH)_{ii} = h_{ii}^2 + \sum_{j \neq i} h_{ij}^2, \quad i \in \langle 1, n \rangle; \quad 0 \leq h_{ii} \leq 1, \quad |h_{ij}| < 1$$

$$\sum_1^n \sum_1^n (1 - h_{ii}) = n - k = r$$

a medzi maticami R a H platia vzťahy

$$\begin{aligned} R &= Q_v Q_L^{-1} = E - H, \quad H = E - R, \\ h_{ii} &= 1 - r_{ii} = (E - R)_{ii}, \\ r_{ii} &= 1 - h_{ii} = (E - H)_{ii}. \end{aligned} \quad (14)$$

Na základe duálneho vzťahu medzi h_{ii} a r_{ii} , aj observačné projektory h_{ii} signalizujú dobrú, resp. nevyhovujúcu konfiguráciu bodov ťahu. Čím budú hodnoty h_{ii} vyššie, tým nevhodnejšia bude konfigurácia celého ťahu alebo jeho častí z hľadiska odhalenia hrubých chýb a naopak. Observácie, prislúchajúce vysokým hodnotám h_{ii} , sa označujú ako rizikové observácie v sieťovej štruktúre, lebo sú veľmi slabo, až prakticky nekontrolovateľné na prítomnosť hrubých chýb malých a menších veľkostí.

Projektor h	Konfigurácia PŤ
$0.99 \leq h < 1$	nevyhovujúca
$0.9 \leq h < 0.99$	kritická
$0.7 \leq h < 0.9$	vyhovujúca
$0 \leq h < 0.7$	dobrá

Takéto chyby väčšina štandardných testovacích procedúr v odhadovacom modeli (1) nezistí, takže prejdú s plnou svojou hodnotou do odhadov súradníc, ktoré potom budú skreslené, vychýlené (biased).

Rizikové observácie signalizujú slabú, nevhodnú konfiguráciu najmä v tých miestach PŤ, kde sú tieto observácie dislokované.

Na základe skúseností z doterajších analýz (Mürle et al, 1984), hodnoty h_{ii} môžu byť kategorizované do 4 tried, ktoré sú charakteristické pre skúmanú geometriu, resp. konfiguráciu sieťovej štruktúry (tab.1).

Tab.1. Kategorizácia observačných projektorov.

Analýza polygónových ťahov

Analýza bola vykonaná u 37 ťahov - 2P2O rôznych dĺžok, s rôznym počtom vrcholov a s rôznou konfiguráciou, t.j. rôznymi geometrickými parametrami v zmysle (Inštrukcia 1994; Inštrukcia 1994a). Tieto ťahy boli jednak reálne zamerané, jednak vytvorené vhodnými simulačnými algoritmami a boli vyrovnané pomocou MNŠ s použitím Gaussovho - Markovovho modelu. Vo všetkých ťahoch sa však uvažovala rovnaká presnosť dĺžkového a uhlového merania, charakterizovaná príslušnými základnými štandardnými odchýlkami $\sigma_d = (3 + 2 \cdot d) \text{ mm}$, $\sigma_\omega = 7^{cc}$. Týmto hodnotám, ako aj dĺžkam ťahov sú úmerné hodnoty uhlových a polohových odchýlok, menších ako ich krajné hodnoty v zmysle (Inštrukcia 1994a). Tiež kofaktory, resp. váhy meraných veličín boli uvažované ako jednotkové, aby kofaktormi neboli ovplyvnené ukazovatele vlastností PŤ a ich konfigurácie (pre vzájomné porovnanie).

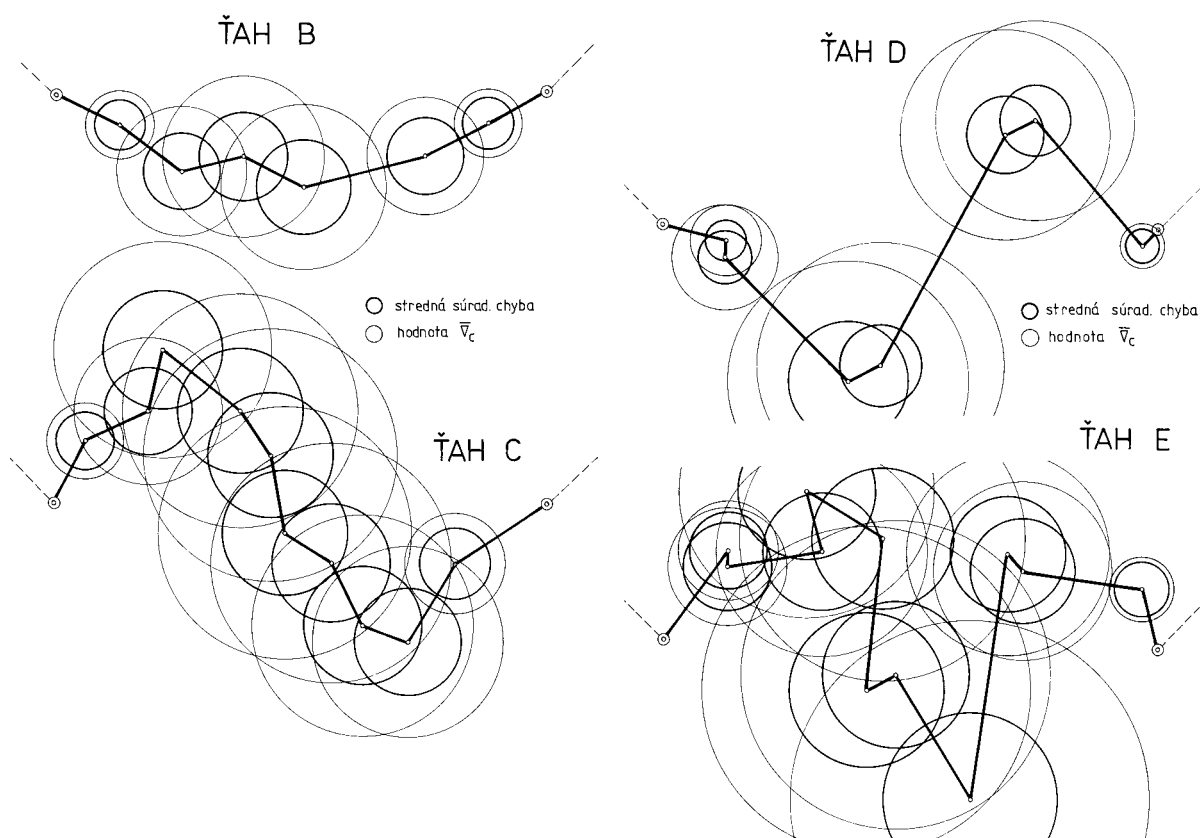
V jednotlivých ťahoch - 2P2O boli vyšetrené a pre vzájomnú komparáciu použité nasledujúce ukazovatele:

- s_o - aposteriórny variančný faktor,

- \bar{s}_{xy}^{\wedge} - priemerná hodnota súradnicových štandardných odchýlok,
- $\bar{h}_d, \bar{h}_\omega$ - priemerné hodnoty observačných projektorov pre dĺžky a vrcholové uhly ťahu,
- $\bar{\nabla}_d, \bar{\nabla}_\omega$ - priemerné hodnoty ukazovateľa vnútornej spoľahlivosti pre dĺžky a vrcholové uhly v ťahu,
- $\bar{\nabla}_C$ - priemerná hodnota ukazovateľa vonkajšej spoľahlivosti ťahu, určená z hodnôt $\bar{\nabla}_{Cii}$ na bodoch P_i ťahu.

Na základe analýzy týchto ukazovateľov bolo možné prijať nasledujúce všeobecné poznatky:

- hodnota s_o je závislá len od presnosti meraní v ťahu, resp. od veľkosti a štruktúry opráv v, resp. od veľkosti uhlových a polohových odchýlok v koncovom bode ťahu,

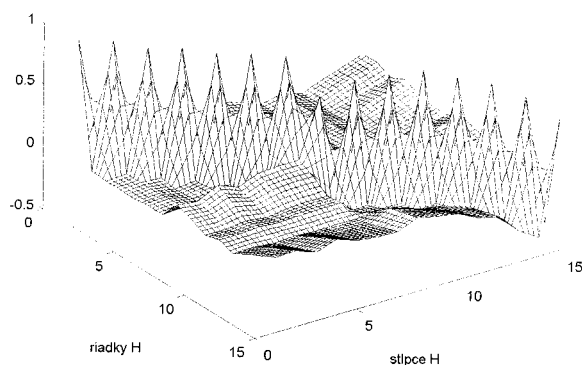


Obr.1. Polygónové ťahy B,C s s_{xy}^{\wedge} a $\bar{\nabla}_C$ na vrcholoch.

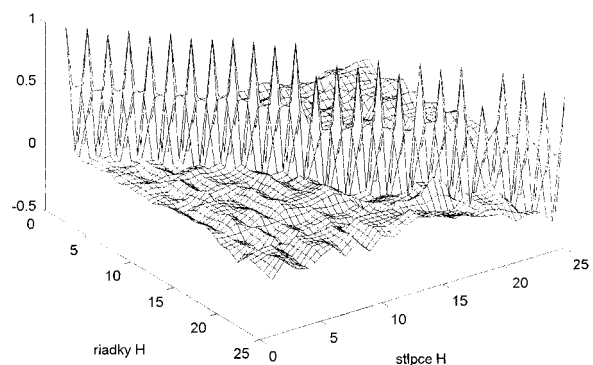
Obr.2. Polygónové ťahy D,E s s_{xy}^{\wedge} a $\bar{\nabla}_C$ na vrcholoch.

- hodnoty $s_{xy_i}^{\wedge}$ sú symetricky rozložené na vrcholoch P_i v ťahoch, pričom najväčšie sú v strede a najmenšie na koncoch ťahov (obr.1,2). Hodnoty $s_{xy_i}^{\wedge}$ v ťahu sa zväčšujú prakticky úmerne s narastaním dĺžky ťahu a môžu dosahovať vo väčšej časti ťahu hodnoty $s_{xy}^{\wedge} > 20 \text{ mm}$ (limitné pre body PPBP 1. triedy presnosti). Tieto trendy sa prejavujú tiež u štandardných odchýlok $s_x^{\wedge}, s_y^{\wedge}$ súradníc \hat{x}, \hat{y} vrcholov, ako aj iných bodových charakteristík presnosti (napr. pri štandardných polohových odchýlkach bodov $s_P^{\wedge} = \sqrt{s_x^{\wedge 2} + s_y^{\wedge 2}}$) ako aj vo veľkosti konfidenčných absolútnych či relatívnych elíps. Pravidlo o uvedenom rozložení s_{xy}^{\wedge} v ťahu sa u dlhých ťahov, viackrát silne zalomených, porušuje tým, že maximálne hodnoty s_{xy}^{\wedge} sú zo stredovej oblasti ťahov posunuté smerom na ich koniec,

- hodnoty h_d sú u ťahov - 2P2O vyššie ako hodnoty h_ω cca v pomere 1,3 : 1, pričom h_d aj h_ω všeobecne, najmä h_d , majú vysoké hodnoty (0.88 - 0.98) (obr.3,4). Podľa kategorizácie hodnôt h_{ii} (tab.1), dĺžky sú „kritickými prvkami“ vo všetkých ťahoch z hľadiska ich overovateľnosti na hrubé chyby, t.j. z hľadiska geometrie - konfigurácie ťahov. Táto vlastnosť je „stála“, vyplýva priamo zo základného geometrického princípu - štruktúry spájania bodov bodového poľa. Pri ťahoch s dĺžkou < 1 km, pomer h_d a h_ω je inverzný, t.j. vo všeobecnosti $h_d < h_\omega$. Boli preukázané závislosti (nie silné) medzi veľkosťami h_{ii} a dĺžkou ťahu (so zväčšovaním dĺžky sa zvyšujú aj hodnoty h_{ii} a závislosti medzi h_{ii}) a počtom bodov v ťahu (so zmenšením počtu bodov hodnoty h_{ii} majú trend sa znižovať). Zjavné, resp. ani slabé korelačné vzťahy medzi h_{ii} a ďalšími geometrickými parametrami ťahov (pomery strán, „vybočenia“, resp. zalomenia ťahov) neboli preukázané,
- ukazovatele vnútornej spoľahlivosti pre jednotlivé merané prvky v ťahu ∇_L dosahujú všeobecne veľké hodnoty predovšetkým v dôsledku malých hodnôt r_{ii} najmä pri dĺžkach. Tieto nízke hodnoty r_{ii} determinujú slabú kontrolovateľnosť dĺžkových aj uhlových meraní v ťahoch z hľadiska prítomnosti hrubých chýb (vybočujúce observačné výsledky). Napr. keď použijeme pre dĺžky skúmaných ťahov ich priemernú hodnotu $h_{ii} = 0.9$, resp. $r_{ii} = 0.1$, pre dĺžkové meranie hodnotu konštanty $\delta = 4.13$ (Baarda, 1968; Gründig et al, 1984; Idhe et al., 1990), dostávame podľa (8) $\nabla_d = 65.3 \text{ mm} \cong 13 \sigma_d$, teda hrubé chyby v dĺžkach budú detekovateľné až od 13 - násobku σ_d (pri normálnom rozdelení pravdepodobnosti chýb sa však už chyba > (2.5 - 3) σ_d považuje za hrubú). Podobne, s priemernou hodnotou $h_{ii} = 0.75$, resp. $r_{ii} = 0.25$ pre uhly, z analýzy ťahov s hodnotami $\sigma_\omega = 7^{cc}$, $\delta = 4.13$ dostávame $\nabla_\omega = 57.8^{cc} \cong 8 \sigma_\omega$, t.j. aj uhly budú kontrolovateľné na hrubé chyby až od 8 - násobku σ_ω ,
- hodnoty ukazovateľov vonkajšej spoľahlivosti ∇_C pre vrcholy ťahov sú tiež v ťahoch symetricky rozložené vzhľadom k ich stredom, pričom v týchto častiach sú ∇_C maximálne a pri oboch koncoch ťahu minimálne (obr.1,2). Vplyv neodhaliteľných hrubých chýb meraní v ťahu sa teda bude najviac prejavovať v polohovej presnosti bodov v stredných oblastiach ťahov. Hodnoty ∇_C , ktoré by mali tvoriť len malý podiel v celkovej polohovej, resp. v súradnicových chybách vrcholu, sú pre konfigurácie ťahov všeobecne veľké. Pre analyzované ťahy je napr. ∇_C v priemere 28 mm a $s_{xy} \wedge$ 22 mm, čo naznačuje, že ukazovatele vplyvu neodhaliteľných hrubých chýb v odhadoch súradníc \hat{C} , presahujú v priemere štandardné súradnicové odchýlky (a ich funkcie) bodov ťahu, charakterizujúcich ich presnosť na základe vykonaných meraní. Použitie polygónových ťahov aj z hľadiska vonkajšej spoľahlivosti je teda nevýhodné predovšetkým u dlhých ťahov ($[d] > (2-3) \text{ km}$), kým u kratších ťahov, presne zameraných, sú ∇_C vzhľadom k $s_{xy} \wedge$ prijateľné.



Obr.3. Vizualizácia matice H pre ťah B.



Obr.4. Vizualizácia matice H pre ťah E.

Pre demonštráciu uvedených všeobecných poznatkov na konkrétne ťahy, bolo z analyzovaných PŤ vybraných 5 ťahov: A,B,C,D,E, s rôznou konfiguráciou a vlastnosťami. Ich ukazovatele kvality sú v tab.3 a ťahy B,C,D,E sú na obr. 1 a 2. Ťahy A a B svojimi geometrickými parametrami

vyhovujú všetkým požiadavkám Inštrukcie (Inštrukcia 1994; Inštrukcia 1994a) pre ťahy 1. triedy presnosti, ťahy C až E vyhovujú len niektorým z jej limitujúcich kritérií, ktorých prehľad uvádza tab.2. Z ukazovateľov vhodnosti konfigurácie ťahov (z hľadiska ich spoľahlivosti), sú veličiny h_d a h_ω pre ťah B (ťah vyhovujúci podľa (Inštrukcia 1994; Inštrukcia 1994a)) a ťah E (ťah nevyhovujúci podľa (Inštrukcia 1994; Inštrukcia 1994a)) vizualizované (v rámci ich matíc H-(11)) na obr.3 a 4, z ktorých vidieť, že aj v ťahu B, i keď veľkosť h_{ij} je vyhovujúca, predsa sú tieto hodnoty vysoké. Je to vyvolané v rozhodujúcej miere základnou štruktúrou ťahov, ktorá je charakterizovaná vždy len jedným spojením (dĺžkou) dvoch bodov v ich polygónovej postupnosti.

Z podrobnejšieho rozboru aj týchto ťahov a z porovnania ukazovateľov v tab.2 a 3 vyplýva, že všetky ich ukazovatele pre ťahy v poradí A až E (usporiadané podľa narastajúcej dĺžky ťahov a počtu vrcholov) vykazujú trend „zhoršovania“ sa. Ďalej je evidentné, že najkratšie ťahy A a B s najmenšími dĺžkami a počtami vrcholov, majú svoje konfigurácie na základe ukazovateľov h (v zmysle ich kategorizácie - tab.1) vyhovujúce až dobré.

Na základe výsledkov z vykonaných analýz kvality ťahov - 2P2O je možné pre ich vhodnosť na určovanie bodov PPBP najmä 1. triedy presnosti, resp. pre geodetické polohové úlohy vo výstavbe, prijať tieto súhrnné závery:

- 1. presnostné ukazovatele ťahov - 2P2O závisia v rozhodujúcej miere na presnosti merania dĺžok a uhlov ako aj na neprítomnosti vybočujúcich hodnôt (hrubých chýb) v observačnom vektore, resp. na veľkosti polohových a uhlových odchýlok a v menšej miere na konfigurácii ťahu, t.j. prvkoch konfiguračnej matice A (obsadenie, veľkosť komponentov),

Tab.2. Konfiguračné vlastnosti prezentovaných ťahov A - E.

Polygón. ťah	Krajná dĺžka strany 200 až 1500 [m]	Krajný pomer dĺžok		M a x i m á l n e (y)			
		susedných strán 1 : 2	strán v ťahu 1 : 4	vybočenie ťahu [m] 0.3 S _{PK}	odklon strany od σ_{PK} 40 [g]	počet vrcholov 10	súčet dĺžok strán 4.5 [km]
A	X	X	X	X	X	X	X
B	X	X	X	X	X	X	X
C	X	X	X			X	
D						X	
E							

Označenie X: ťah splňuje príslušnú požiadavku (pre ťahy 1. tr. presn.)

Tab.3. Kvalitatívne parametre prezentovaných ťahov A - E.

Polyg. ťah	$\bar{\nabla}_L$		$\bar{\nabla}_C$	Počet bodov	Dĺžka ťahu [km]	s_o	\bar{s}_{xy} [mm]	\bar{h}	
	$\bar{\nabla}_d$ [mm]	$\bar{\nabla}_\omega$ [cc]						\bar{h}_d	\bar{h}_ω
A	33	25	16	5	2.4	7.3	8.8	0.72	0.47
B	51	59	19	6	4.4	10.0	11.5	0.88	0.79
C	88	54	26	7	6.1	7.3	9.6	0.95	0.79
D	89	68	31	10	6.6	10.6	16.8	0.95	0.71
E	111	69	35	11	9.4	11.1	19.5	0.97	0.80

- 2. polygónové ťahy z hľadiska svojej štruktúry, ktorou sa spájajú body v bodovom poli, nie sú tak kvalitné sieťové štruktúry (z hľadiska spoľahlivosti) ako trigonometrické, čo je zjavné u ťahov - 2P2O, dlhých 4 km a viac a s veľkým počtom vrcholov,

- 3. významné vplyvy geometrie, t.j. konfiguračných charakteristík (pomery strán, „vybočenie ťahu“, „odklony strán“, veľkosť krajných strán, zalomenie ťahu) sa neprejavujú u ťahov - 2P2O kratšej až strednej dĺžky (1 až 5 km),
- 4. pre inžiniersko - technické aplikácie je však možné ťahy - 2P2O dlhé do 2-3 km a s dlhými stranami bez problémov použiť, vtedy ich konfiguračné charakteristiky (pomery strán, „vybočenie ťahu“, „odklony strán“, veľkosť krajných strán, zalomenie ťahu) a z nich vyplývajúce observačné projektority h sú prijateľné až dobré,
- 5. ak sa miesto jednoduchej štandardnej štruktúry ťahov, nielen typu 2P2O ale aj iného, použijú štruktúry podporených polygónových ťahov (najmä geometricky podporených ťahov) (Teskey et al, 1985; Weiss, 1996), všetky ukazovatele ich kvality budú vyhovujúce až dobré aj pre ťahy dlhé viac ako 4 km.

Záver

Aposteriórna analýza kvality jednoduchých ťahov - 2P2O z analýzy 37 ťahov takéhoto typu ukazuje, že je možné ich použiť vo výstavbových prácach na zhusťovanie lokálnych polohových sietí na plochách do 3x3 km (výstavba mostov, viaduktov, estakád a iných inžinierskych diel), lebo nimi sa určujú body s $s_{xy} \leq (15 - 20) mm$ a tiež aj ostatné ukazovatele kvality sú priaznivé. Na práce v uvedenom rozsahu ich možno použiť samostatne, alebo v kombinácii s trigonometrickými štruktúrami. Výsledky ďalších analýz, v tejto práci neuvádzané, ukazujú aj na možnosť použitia ťahov uzavretého typu (z hľadiska kvality a v malom priestore), resp. na vhodnosť aj polygónových sietí s použitím MNŠ (alebo iného princípu) vyrovnania. Pri použití polygónových štruktúr vôbec a najmä v rozsiahlejších priestoroch, je žiaduca ich apriórna analýza z hľadiska presnosti a spoľahlivosti, resp. použitie vhodných podporených polygónových štruktúr.

Porovnávajúc teda závery analýz s požiadavkami Inštrukcie na geometrické parametre ťahov - 2P2O, ktoré majú byť použité v malom priestore pre inžiniersko-technické účely, javia sa požiadavky na dĺžku a počet vrcholov v ťahoch ako opodstatnené, kým nedodržanie ostatných, Inštrukciou požadovaných parametrov, kvalitu týchto ťahov významne zhoršuje.

Literatúra

- Baarda, W.: A testing procedure for use in geodetic networks. *Publ. Geodesy, N.S. Vol. 2, No. Neth. Geod. Comm. Delft 1968.*
- Böhm, J. et al.: Vyšší geodézie - díl I. ČVUT, Praha 1979.
- Böhm, J. et al.: Teorie chyb a vyrovnávací počet. *Geod. a kart. podnik, Praha 1990.*
- Caspary, W.: Anmerkungen zum robusten Schätzen. *Alg. Verm. Nachrichten 103 (1996), 7, 287-289.*
- Grafarend, E. et al.: Optimierung geodätische Messoperationen. *Wichmann, Karlsruhe 1979.*
- Grafarend, E. & Sanso, F.: Optimization and Design of Geodetic Networks. *Springer, Berlin 1985.*
- Gründig, L. et al.: Accuracy and Reliability in Geodetic Networks. *Journal of Surv. Eng., Vol. 110, No. 2, August 1984, 133-145.*
- Gupta, R.M.: Techniques of statistical analysis as applied to geodetic adjustment computations. In: „*Proc. Int. Symp. Geod. Networks & Comput.*“, 279-307, Deutsche Geod. Komm. BAW, R.B., H. 258/III, München 1982.
- Ihde, J. et al.: Die Qualitätsprüfung geodetischer Netze. *Vermessungstechnik, 38 (1990), 4, 125-130.*
- Inštrukcia na práce v polohových bodových poliach (text). 984 121 I/93. ÚGKK SR, Bratislava 1994.
- Inštrukcia na práce v polohových bodových poliach. 984 121 I/93. ÚGKK SR, Bratislava 1994a.
- Koch, K.R.: Optimization of the Configuration of Geodetic Networks. In: „*Proc. Int. Symp. Geod. Networks & Comput.*“, 279-307, Deutsche Geod. Komm. BAW, R.B., H. 258/III, München 1982.
- Koch, K.R.: Robuste Parameterschätzung. *Alg. Verm. Nachrichten 103 (1996), 1, 1-18.*
- Mierlo, V.J.: A review of model checks and reliability. In: „*Proc. Int. Symp. Geod. Networks & Comput.*“, 279-307, Deutsche Geod. Komm. BAW, R.B., H. 258/III, München 1982.
- Mürle, M. & Bill, R.: Zuverlässigkeits- und Genauigkeitsuntersuchung ebener geodätischer Netze. *Alg. Verm. Nachrichten 91 (1984), 2, 45-62.*
- Pelzer, H.: Criteria for the Reliability of Geodetic Networks. In: *Halmos, F. et al. (Eds.): Optimization of design and computation of control networks, 553-562. Akad. Kiadó, Budapest 1979.*
- Pelzer, H. (Hrsg.): Geodetische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung I., II. *Wittwer, Stuttgart 1980, 1985.*
- Schädlich, M.: Zur Qualitätsprüfung von Lagenetzen. *Vermessungstechnik, 31(1983), 5, 163-164.*

Sigl. R.(Hrsg.): Network Analysis and Models. *Proceed .Int. Symp. Geod. Networks and Computations. Deutsche Geod.Komm.BAW,R.B.,H.258/V., München 1982.*

Teskey, W.F.et al.: Improving the quality of traverses. *The Canadian Surveyor, Vol. 39, 1985, No.3, 211-221.*

Vaníček, P.: Robustnost polohových geodetických sítí. *Geod.a kart. obz. 37/79 (1991), 6, 111-113.*

Weiss, G.: Podporené polygónové ťahy. *Acta Montanistica Slovaca, 1 (1996), 1, 55-64.*

Wolf, H.:Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. *Dümmler, Bonn 1968.*