

# Zhust'ovanie trojrozmerných geodetických sietí

Juraj Šüttí<sup>1</sup>, Jana Sabová<sup>1</sup>, Juraj Gašinec<sup>1</sup>, Milan Hačko<sup>1</sup> a Marián Zemen<sup>1</sup>

## Densification of threedimensional geodetic networks

Two approaches for solving 3D local densification nets in system ETRS 89 are given. Measurements needed are done by terrestrial methods using total stations. Transformations are performed by National Reference Systems and a Local Geodetic System.

**Key words:** GTS surveying, 3D densification networks, global and local reference systems, 3D net adjustments, 3D transformations.

## Úvod

V súčasnosti každá krajina inovuje svoje existujúce, resp. buduje nové geodetické základy. Ich najcharakteristickejšim rysom v Európe, okrem zjednocovania nivelačných a gravimetrických sietí (Augath, 1996; Ferienc, 1995; Schlüter, 1995), je zakladanie národných 3D sietí ako súčasti celoeurópskej siete v systéme ETRS 89 (European Terrestrial Reference System) (Kostelecký, 1995). Tieto národné 3D siete, ako presné priestorové bodové polia referenčného rámca ETRF 89 (European Terrestrial Reference Frame) systému ETRS 89, sa v jednotlivých krajinách využívajú predovšetkým na budovanie spoločných geodetických základov, pre súčasné geodynamické úlohy najmä regionálneho a lokálneho charakteru a na spresnenie existujúcich národných polohových (2D) sietí.

Na území SR sa tiež vytvára 3D sieť SLOVGERENET (Slovenská geodynamická referenčná sieť) (Priam, 1996), ktorá bude nielen podkladom pre uvedené ciele, ale bude slúžiť najmä na spresnenie existujúcej štátnej trigonometrickej siete (ŠTS) s dátumom S-JTSK (Vyhláška, 1996).

Tieto siete sa budujú po etapách na hierarchickom princípe, t.j. v prvej etape s určitou základnou hustotou (základným rozložením) bodov, ktorá sa v nasledujúcich observačných kampaniach (etapách) zhustuje ďalšími skupinami bodov. Merania sa vykonávajú v prevažnej miere pomocou technológií GPS.

V tomto príspevku chceme poukázať na to, že zameranie zhustujúcich 3D sietí je možné okrem GPS aj 3D terestrickými metódami, napr. vhodnými totálnymi stanicami (GTS), teda použitím akejkoľvek sieťovej štruktúry (trigonometrickej, polygónovej, zámerovej, ich kombinácií). Tieto možnosti ukážeme na dvoch algoritmoch určenia súradníc  $C^{ET} = [XYZ]^{ET}$  nových zhustujúcich bodov medzi existujúcimi bodmi siete v ETRF 89 na základe meraní geometrických veličín pomocou GTS. Postupy je možné aplikovať: - ak medzi pripájacími bodmi sú minimálne tri také body (dátumové), pre ktoré sú súčasne k dispozícii súradnice z S-JTSK a ETRS 89, ako aj elipsoidické výšky vzhľadom na Besselov referenčný elipsoid, - súradnice  $C^{ET}(t)$  sú vypočítané k určitej epoche merania  $t$  z katalogových súradníc  $C^{ET}(1989.0)$  podľa známej transformácie (Boucher et al., 1995).

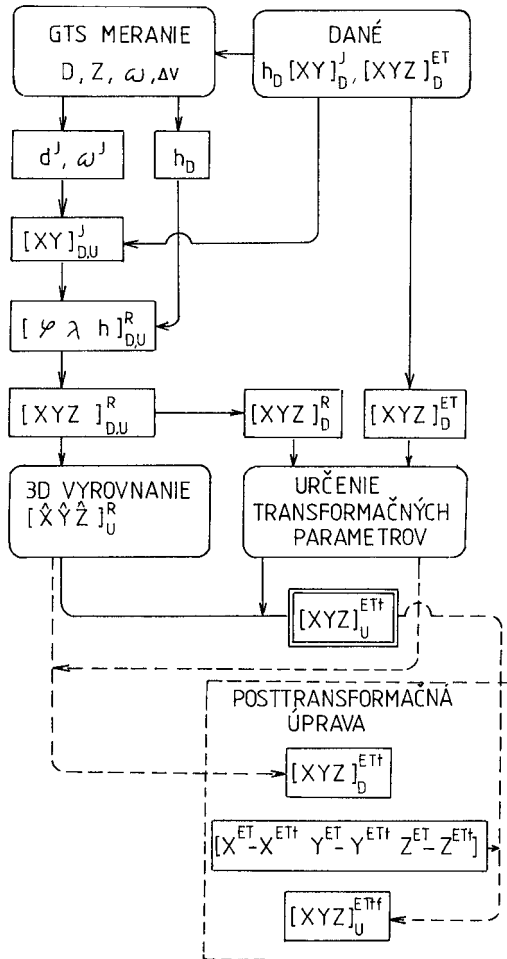
## Zhust'ovanie siete prostredníctvom 3D Referenčného systému

Majme na území, kde je potrebné v referenčnom rámci určiť súradnice  $C_U^{ET} = [XYZ]_U^{ET}$  nových, zhustovacích bodov UB, aj body dátumové DB, pre ktoré sú k dispozícii súradnice  $C_D^J = [XY]_D^J$  v dátume S-JTSK,  $C_D^{ET} = [XYZ]_D^{ET}$  v dátume ETRF 89 a ich elipsoidické výšky  $h_D$  vzhľadom k Besselovmu referenčnému elipsoidu (získané napr. pri ich GPS určení v predchádzajúcich kampaniach). Body DB a UB tvoria 3D lokálnu zhustovaciu sieť (LZS) v príslušnom priestore.

<sup>1</sup> Prof. Ing. Juraj Šüttí, DrSc., Dr. Ing. Jana Sabová, Ing. Juraj Gašinec, Ing. Milan Hačko a Ing. Marián Zemen. Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity, 043 84 Košice, Park Komenského 19 (Recenzovali: Ing. Juraj Palčík, CSc. a Doc. Ing. Ján Cirbus, CSc. Revidovaná verzia doručená 25.5.1998)

Nech sa meranie medzi bodmi DB, UB vykoná pomocou GPS meraní, v rámci ktorého sa budú merať geometrické (spojovacie) prvky medzi DB a UB: šikmé dĺžky  $D$ , zenitové uhly  $Z$ , vodorovné smery, resp. uhly medzi zámerami  $\omega$  a trigonometrické prevýšenia  $\Delta V$ .

Algoritmus určenia  $C^{ET}$  prebehne podľa vývojového diagramu na obr.1, ktorý zahŕňa nasledujúce transformačné a výpočtové procedúry:



Obr.1. Algoritmus zhustovania sietí prostredníctvom Referenčného systému.

- geometrické prvky  $GP^{Am} \in (D^m, Z^m, \omega^m, \Delta V^m)$  merané na jednotlivých stanoviskách - bodoch LZS sú určené v príslušných 3D stanoviskových semi-astrofyzických systémoch, v ktorých sa redukujú na hodnoty  $GP^A \in (D, Z^A, \omega^A, \Delta V^A)$ , t.j. na meračské značky bodov, resp. na ich horizontálne roviny (vertikálna centrácia) podľa príslušných vzťahov (Sütti, 1997; Sütti et al., 1994; Weiss et al., 1997),
- $GP^A$  sa redukčným spôsobom ďalej transformujú do 3D stanoviskových semigeodetických systémov na hodnoty  $GP^G \in (D, Z^G, \omega^G, \Delta h)$  (Sütti, 1997; Weiss et al., 1997),
- z veličín  $GP^G$  sú  $D$  a  $\omega^G$  opäť korekčnou transformáciou, podľa známych vzťahov (Böhm et al., 1981; Weiss et al., 1997) prevedené do kartografickej (zobrazovacej) roviny 2D systému S-JTSK na hodnoty  $d^j$  a  $\omega^j$  a pomocou veličín  $h_D$  a  $\Delta h$  určené elipsoidické výšky  $h_U$  bodov UB,
- v ďalšej fáze sa v rovine S-JTSK pomocou  $d^j$ ,  $\omega^j$  a súradníc  $C_D^j$  určia (jednoduchými vzťahmi) súradnice  $C_U^j = [XY]_U^j$ , (ktoré sa deklarujú za približné súradnice bodov U),
- súradnice  $C_D^j$  a  $C_U^j$  sa na základe známych transformačných vzťahov (Sütti et al., 1996; 1997; Weiss, 1998) prevedú na zodpovedajúce súradnice  $\varphi_U$  a  $\lambda_U$  a tieto spolu s  $h_D$  a  $h_U$  na 3D karteziánske

súradnice  $C_D^R = [XYZ]_D^R$ ,  $C_U^R = [XYZ]_U^R$  v 3D referenčnom (elipsoidocentrickom) systéme (RES) (obr.2),

- v systéme RES, na základe modelových rovníc Gaussovho - Markovovho modelu medzi veličinami  $GP^G$  a 3D karteziánskymi súradnicami  $C_D^R$ ,  $C_U^R$  sa vykoná väzbové vyrovnanie 3D LZS a získajú sa odhady súradníc  $\hat{C}_U^R = [\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}]_U^R$ ,
- s použitím známych súradníc  $C_D^{ET}$  použitých dátumových bodov D a transformáciou získaných súradníc  $C_D^R$  sa určí 7 transformačných parametrov (na báze vyrovnaní) medzi 3D systémami RES a ETRF 89, pomocou ktorých sa súradnice  $\hat{C}_U^R$  transformujú na súradnice  $\hat{C}_U^{ET}$ . Pre túto procedúru je možné použiť rôzne transformačné modely (spravidla Molodenského - Badeskasov) a tiež rôzne odhadovacie modely (najčastejšie Gaussov - Markovov model) (Sütti, Šadera a Gašinec, 1997; Vaniček et al., 1986).

Do transformácie sa okrem  $\hat{C}_U^R$  môžu pojať aj súradnice  $C_D^R$  a tak získať súradnice  $C_D^{ETf}$  aj dátumových bodov D z transformácie. Zo známych príčin (Sabová et al., 1998), nebudú súradnice  $C_D^{ETf}$  a  $C_D^{ET}$  identické. Vzniknuté súradnicové rozpory  $dC_D^{ET} = C_D^{ET} - C_D^{ETf}$ , ktoré sa dajú očakávať v rozsahu  $|0-20|$  mm, sú generované v danom prípade rozdielnymi meracími technológiami (GPS pri

určení  $C_D^{ET}$  a GTS pri určení  $C_D^{ETf}$ ). V prípade, že sa použijú posttransformačné úpravy súradníc  $C_U^{ET}$ , tieto sa vykonávajú so zohľadnením rozporov  $dC_D^{ET}$  rôznymi známymi postupmi (Sütti et al., 1997), čím sa získajú konečné (definitívne) hodnoty súradníc  $C_U^{ETf}$ .

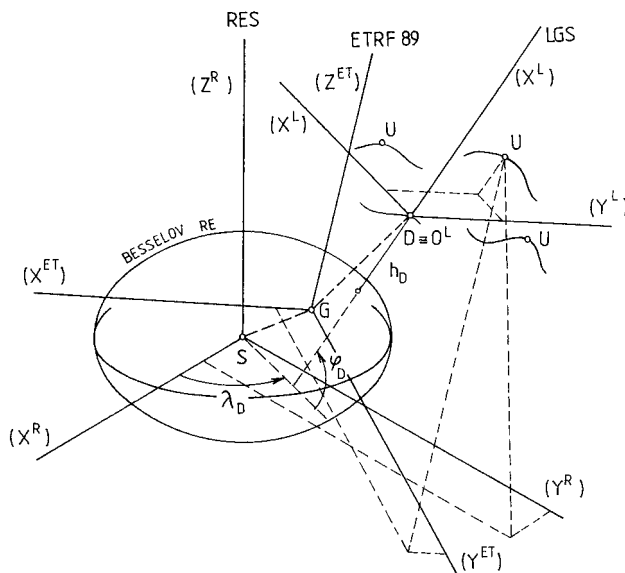
### Zhustenie siete prostredníctvom 3D Lokálneho geodetického systému

Pre riešenie tejto úlohy sa predpokladá rovnaká štruktúra lokálneho bodového poľa ako v kap.2, merania rovnakých druhov veličín pomocou GTS a rovnaký cieľ, t.j. určenie  $C_U^{ET}$  zhustovacích bodov v danej oblasti.

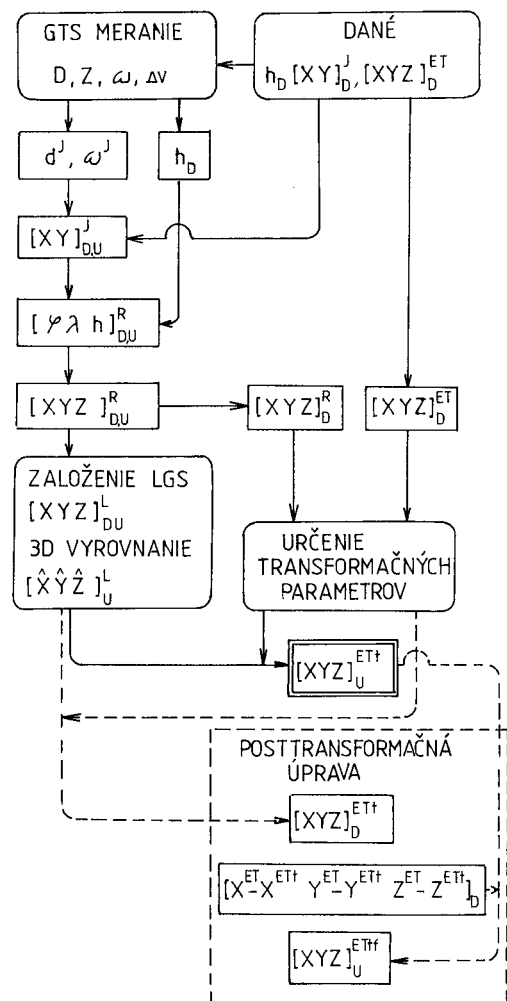
Jednotlivé fázy celkového riešenia znázorňuje vývojový diagram na obr.3, z ktorého je zrejmé, že postup po získaní súradníc  $C_U^R = [XYZ]_U^R$  a  $C_D^R = [XYZ]_D^R$  v systéme RES je podobný s postupom v kap.2.

Nadväzujúcimi etapami sú:

- voľba Lokálneho geodetického systému (LGS), t.j. jeho začiatku, ktorý sa spravidla volí v niektorom vhodnom dátumovom bode  $DB \equiv O^L$  bodového poľa a voľba jeho súradníc  $C_O^L = [XYZ]_O^L$  pre LGS (môžu sa použiť aj súradnice bodu  $O^L$  zo systému RES),
- transformácia súradníc  $C_D^R$  a  $C_U^R$  na súradnice  $C_D^L = [XYZ]_D^L$ ,  $C_U^L = [XYZ]_U^L$ , pričom sa najčastejšie použije model podobnostnej transformácie karteziánskych súradníc, v ktorom transformačné parametre (veľičiny  $a$ ,  $e$  Besselovho elipsoidu a geodetické súradnice  $\varphi_{O^L}$ ,  $\lambda_{O^L}$ ) sú známe,



Obr.2. Trojrozmerné súradnicové systémy pre zhustovanie.



Obr.3. Algoritmus zhustovania sietí prostredníctvom Lokálneho geodetického 3D systému.

- v ďalšej fáze sa lokálna zhustovacia sieť s bodmi DB a UB v LGS väzbove vyrovná (používajúc modelové rovnice medzi veličinami  $GP^G$  a 3D karteziánskymi súradnicami  $C_{D,U}^L$  pre Gaussov - Markovov odhadovací model) a získajú sa odhady súradníc  $\hat{C}_U^L = [\hat{X}\hat{Y}\hat{Z}]_U^L$ ,
- použijúc známe súradnice  $C_D^{ET}$  a z transformácie RES→LGS určené súradnice  $C_D^L = [XYZ]_D^L$ , určí sa 7 transformačných parametrov podobnostnej transformácie 3D karteziánskych súradníc medzi

systémami LGS a ETRF 89, pomocou ktorých sa vykoná transformácia súradníc  $\hat{C}_U^L$  na súradnice

$$C_U^{ET} = [XYZ]_U^{ET} \text{ a transformácia } C_D^L \text{ na súradnice } C_D^{ETt} = [XYZ]_D^{ETt}.$$

Podobne ako v kap.2, ak je na základe veľkosti  $d\hat{C}_D^{ET} = C_D^{ET} - C_D^{ETt}$  potrebná posttransformačná úprava súradníc  $C_U^{ET}$ , táto sa vykoná vhodnou metódou a tak sa získajú definitívne hodnoty súradníc  $C_U^{ETf}$ .

Tento postup zhustenia 3D siete, okrem riešenia hlavného cieľa, vedie k vytvoreniu 3D LGS v danom priestore, ktorý je možný používať aj samostatne (ak jej použitie pre geodetické práce je vhodné a účelné, napr. pri 3D deformačných meraniach), s terestrickými aj GPS technológiami meraní v príslušnej lokálnej sieti. Z LGS je možné súradnice bezproblémovo transformovať nielen do ETRF 89 ale aj do S-JTSK alebo ITRF.YY.

### Záver

Stručnou formou, t.j. len vývojovými diagramami a najnutnejším komentárom k ich jednotlivým fázam, boli načrtnuté niektoré ďalšie praktické možnosti zhustovania 3D siete v ETRF 89, ktoré sú plne využiteľné aj pri zhustovaní siete v ITRF.YY. Postupy uvedených riešení naznačujú, že sú realizovateľné na báze známych čiastkových riešení platných v 3D geodézii, pre ktoré už máme k dispozícii potrebný matematický aparát. Pre uvedené postupy je potrebná softvérová podpora vytvoriteľná samotnými riešiteľmi úloh. Napr. programovým systémom DENSIF 3D Katedry geodézie a geofyziky TU Košice boli empiricky overené vytvorené riešenia. Rozpracované postupy dávajú spolu s (Sütti et al., 1994; Sütti et al., 1996) nástroje na 3D určenie bodov v lokálnych, resp. zhustovacích sieťach aj na báze štandardných terestrických meraní.

*Postupy uvedené v tomto príspevku boli rozpracované v rámci riešenia Inštitucionálneho projektu č.1153 v rokoch 1996 - 97 na Katedre geodézie a geofyziky TU v Košiciach.*

### Literatúra

- Augath, W.: UELN 2000: Possibilities, Strategy, Concepts how should we realize a European Vertical System? *In: Veröff. Bayer. Komm. Int. Erdmess., H. 57, München 1996, 170-174.*
- Boucher, C. & Altamini, Z.: Specifications for Reference Frame Fixing in the Analysis of a EUREF GPS Campaign. *In: Veröff. Bayer. Komm. Int. Erdmess., H. 56, München 1995, 265-267.*
- Böhm, J., Hora, L. & Kolenatý, E.: Vyšší geodézie. *Díl 1., 2. ČVUT Praha 1979, 1981.*
- Ferianc, D.: Status of Levelling Network Data Preparation for UELN. *In: Veröff. Bayer. Komm. Int. Erdmessung, H. 56, München 1995, 123-124.*
- Kostecký, J.: Souřadnicové systémy pro geodyn. *Geod. a kartograf. obzor, 40/82, 1994, 5, 97-101.*
- Priam, Š.: National Report of Slovakia. *In: Veröff. Bayer. Komm. Int. Erdmessung, H. 57, München 1996, 292-295.*
- Sabová, J., Sütti, J. & Weiss, G.: Transformations of local geodetic networks. *Transactions of the TU of Košice, 6, 1998, 1.*
- Schlüter, W.: Globale und regionale Referenzsysteme. *In GPS-Leitungsbilanz'94. Wittwer, Karlsruhe 1995, 154-168.*
- Sütti, J., Šadera, M. & Gašinec, J.: 3D transformácie karteziánskych súradníc. *Práce Katedry geodézie a geofyziky F BERG č.2. KGG TU Košice, 1997.*
- Sütti, J.: Trojrozmerná geodézia. *Prednášky na F BERG, št. odbor MGK, Košice 1997.*
- Sütti, J., Weiss, G. & Török, Cs.: Spracovanie trojrozmerných sietí. *Geod. a kartograf. obzor, 40/82, 1994, 8, 158-163.*
- Sütti, J., Weiss, G. & Sabová, J.: Trojrozmerné siete v lokálnych geodetických systémoch. *Geod. a kartograf. obzor, 40/84, 1996, 9, 187-191.*
- Sütti, J., Weiss, G., Šadera, M. & Gašinec, J.: Interpretácia a riešenie súradnicových rozporov pri transformáciách. *Práce Katedry geodézie a geofyziky F BERG 3. KGG TU Košice 1997.*
- Vaniček, P. & Krakiwsky, E.: Geodesy: the Concepts. *North Holland, Amsterdam 1986.*
- Vyhľadka GKK SR, ktorou sa vykonáva zákon NR SR o geodézii a kartografii, č. 64, 1996 Zb.
- Weiss, G. & Sütti, J.: Geodetické lokálne siete I. *F BERG TU Košice, 1997.*
- Weiss, G.: Trojrozmerné súradnicové zameranie geodetických sietí totálnymi stanicami. *Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava 1998, 71 s.*