3D súradnicové systémy pre spracovanie meraní geodetickými totálnymi stanicami (GTS)

Gabriel Weiss [1]

3D coordinate systems for processing measurements performed by total stations

This contribution to topic of 3D netpoints determination using geodetic total stations deals with the 3D coordinate systems needed for measuring and its processing. The following systems are treated: astronomical station system (SAS), geodetical station system (SGS), local geodetic system (LGS) and the reference (ellipsoidcentric) system (RES), from that SAS is for realization of measurements and LGS, RES are for processing and computation of 3D coordinates of the points determined.

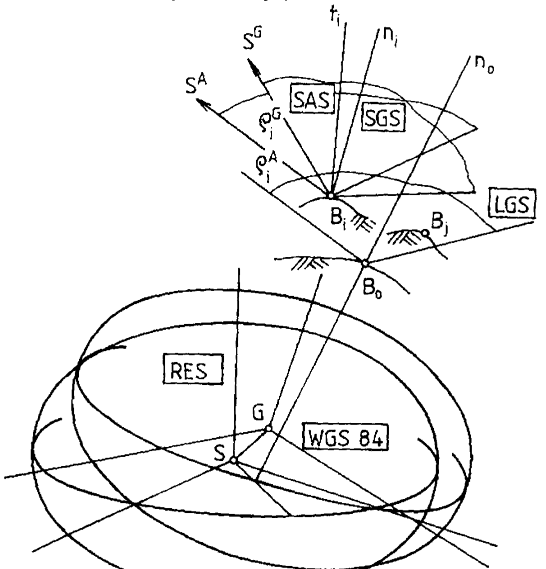
Key words: geodetic total stations, 3D measurements, 3D cartesian systems, computing 3D coordinates.

Úvod

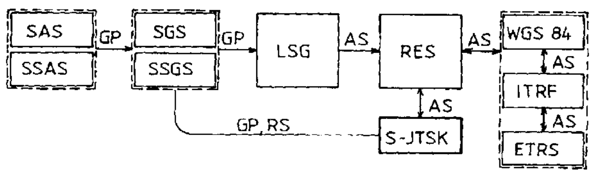
Z rôznych stanoviskových, topocentrických a geocentrických 3D súradnicových systémov (Heck, 1987; Hora, 1990; Melicher, 1993), v ktorých sa môžu riešiť úlohy 3D geodézie na spracovanie meraní geometrických prvkov, súradníc absolútnych i relatívnych vykonaných GTS-ami na topografickom povrchu, je nutné resp. vhodné použiť nasledujúce 3D systémy:

- stanoviskový astronomický systém (SAS), resp. stanoviskový semiastronomický systém (SSAS),
- stanoviskový geodetický systém (SGS) resp. stanoviskový semigeodetický systém (SSGS),
- lokálny geodetický (topocentrický) systém (LGS),
- referenčný elipsoidocentrický systém.

V ďalšom uvedieme stručnú definíciu a charakteristiku týchto 3Dsystémov, ktorých polohu v priestore ako i prakticky použiteľné transformačné spojenia s použitím geometrických prvkov (GP) medzi bodmi, súradnicových rozdielov – relatívnych súradníc (RS) i absolútnych súradníc (AS) pri spracovaní GTS meraní, ukazujú obr. 1 a 2.



Obr.1. Poloha 3D systémov v priestore.

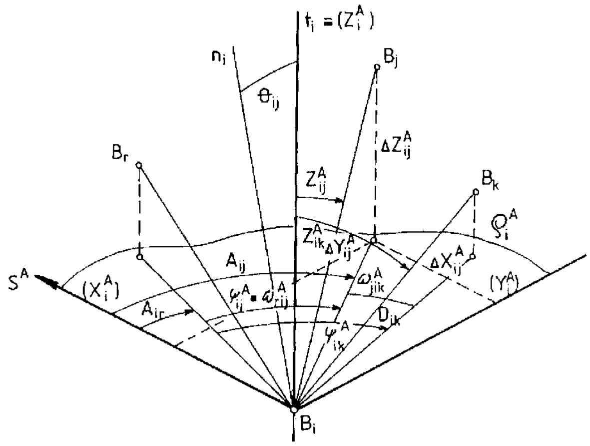


Obr.2. Transformačné spojenia medzi 3D systémami.

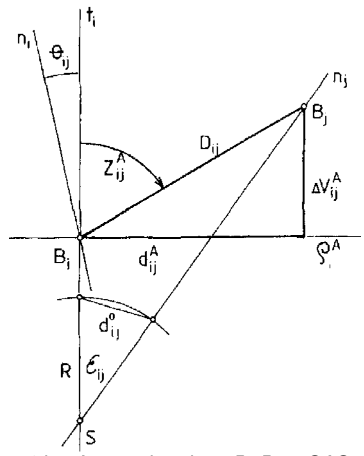
[1] *Doc.Ing. Gabriel Weiss, CSc.*, Katedra geodézie a geofyziky F BERG Technickej univerzity v Košiciach, 043 89 Košice, Park Komenského 19
(Recenzovali: *Doc.Ing. Michal Badida, CSc.* a *Doc.Ing. Vojtech Lukovíny, CSc.* Revidovaná verzia doručená 15.2.1998)

Stanoviskový astronomický a semiastronomický systém

Stanoviskový astronomický karteziánsky systém (SAS) je 3D systémom na určitom stanovisku - bode B_i, v ktorom sa vykonávajú všetky uhlové dĺžkové a výškové (trigonometricky) merania, resp. merania RS a AS bodového poľa.



Obr.3. 3D karteziánsky systém SAS_i.



Obr.4. Geometria zámernej roviny B_i B_j v SAS_i.

Začiatok SAS je definovaný meračskou značkou bodu B_i, os (Z_i^A) je identická so smerom siločiary tiaže v bode B_i, t.j. so zvislicou t_i smerujúcou k astronomickému zenitu (obr. 3) realizovanou pri meraniach zvislou osou urovnaného meracieho prístroja (GTS), os (X_i^A) je identická so smerom na astronomický sever S^A (s astronomickým meridiánom) a os (Y_i^A) je ľavotočivo ortogonálna k osi (X_i^A) (smeruje na východ). Rovina ρ_i^A kolmá k t_i je stanoviskovou astronomickou (pravou) horizontálnou rovinou identickou, resp. rovnobežnou s vodorovným kruhom prístrojov, v ktorej sú merané (od určitého orientačného referenčného smeru B_i B_r, ktorého orientácia je daná azimutom A_{ir}) vodorovné smery ψ^A_{rji}, resp.uhly $\omega^A_{jik} = \psi^A_{rk} - \psi^A_{rj}$,... .

Na bode B_i sú ďalej z GP merateľné zenitové uhly Z_{ij}^{Am}, t.j. astronomické (merané) zenitové uhly, ktoré na ďalšie výpočty sú upravené na hodnoty Z_{ij}^A , šikmé (priestorové) vzdialenosti D_{ij} medzi bodmi B_i a B_j, d^A_{ij} stanoviskové vodorovné vzdialenosti v rovine ρ_i^A odpovedajúce D_{ij} (obr.4), ktoré sú prístrojovým počítačom určené podľa

$$d_{ij}^A = D_{ij} \sin Z_{ij}^A \qquad (1)$$

a stanoviskové astronomické trigonometrické prevýšenia ΔV_{ij}^A medzi bodmi B_i a B_j , tiež prístrojovým počítačom určené podľa

$$\Delta V_{ij}^A = D_{ij} \cos Z_{ij}^A \ . \qquad (2)$$

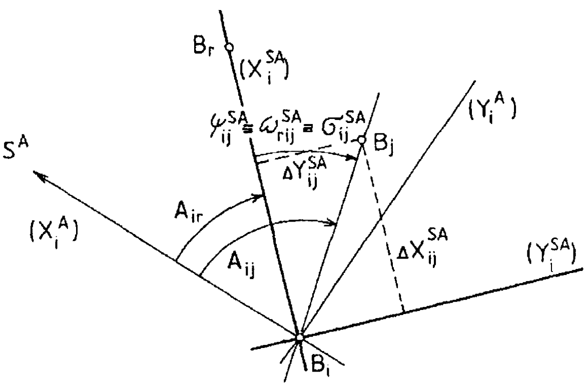
Uhol θ_{ij} je zložka zvislicovej odchýlky θ_i na bode B_i vo zvislej rovine zámery na bod B_j. Na základe meraných, resp. počítaných a upravených GP: D_{ij}, d_{ij}, Z_{ij}^A, ω_{ij}^A , pri voľbe (zapnutí) súradnicového režimu merania a automatickej úpravy priamo meraných veličín D_{ij}^{Am} , Z_{ij}^{Am} , GTS poskytuje (počíta) počíta priamo RS bodu B_j vzhľadom k B_i v systéme SAS_i

$$\Delta C_{ij}^A = C_j^A - C_i^A = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{ij}^{A} = \begin{bmatrix} D_{ij} \sin Z_{ij}^A \cos (A_{ir} + \omega_{rij}^A) \\ D_{ij} \sin Z_{ij}^A \sin (A_{ir} + \omega_{rij}^A) \\ D_{ij} \cos Z_{ij}^A \end{bmatrix} \qquad (3)$$

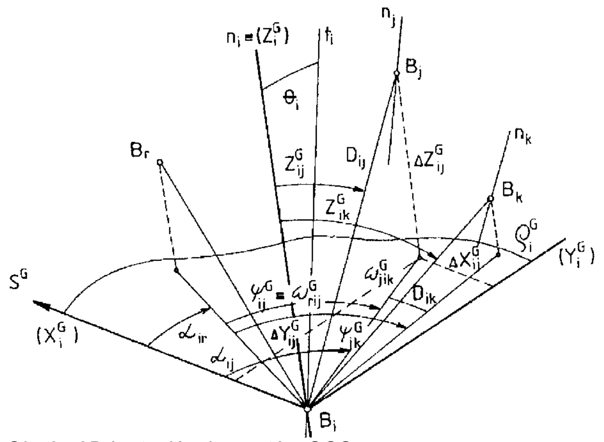
kde uhol $A_{ir} + \omega_{rij}^A$ je astronomický azimut zámery B_i B_j.

Karteziánsky systém $SSAS_i$ v bode B_i je z hľadiska svojho začiatku a orientácie osi $(Z_i^{SA}) \equiv (Z_i^A)$ identický so systémom SAS_i jedine sa líši od SAS_i definíciou osi (X_i^{SA}) a tiež prirodzene aj osi (Y_i^{SA}) (obr.5). Os (X_i^{SA}) je definovaná terestricky, a to priemetom zámery z bodu B_i na vhodný bod B_r bodového poľa do roviny ρ_i^A , od ktorej zámery merané uhly $\omega_{rij}^{SA} \equiv \omega_{rij}^A$ sú v $SSAS_i$ stanoviskovými smerníkami $á_{ij}^{SA} \equiv \omega_{rij}^{SA}$ na vyjadrenie karteziánskych súradníc ostatných bodov vzhľadom k B_i podľa (analogicky vzťahom (3))

$$\Delta C_{ij}^{SA} = C_j^{SA} - C_i^{SA} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{ij}^{SA} = D_{ij} \begin{bmatrix} \sin Z_{ij}^A \cos\sigma_{ij}^{SA} \\ \sin Z_{ij}^A \sin \sigma_{ij}^{SA} \\ \cos Z_{ij}^A \end{bmatrix} \qquad (4)$$



Obr.5. 3D karteziánsky systém SSAS$_i$.



Obr.6. 3D karteziánsky systém SGS$_i$.

Systém SSAS$_i$ je teda možné považovať za topografický variant systému SAS$_i$, v ktorom miesto astronomických azimutov A$_{ij}$ sú použité stanoviskové smerníky σ_{ij}^{SA}. Tento systém je realizovaný pri každom meraní geodetickým prístrojom, keď sa nad (pod) bodom umiestni do meracej polohy.

Stanoviskový geodetický a semigeodetický systém

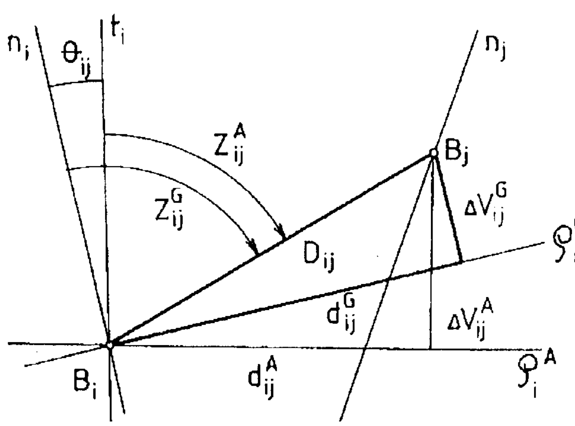
Stanoviskový geodetický karteziánsky systém (SGS$_i$) resp.stanoviskový semigeodetický systém (SSGS$_i$) je na stanovisku B$_i$ definovaný podobne ako SAS$_i$ a SSAS$_i$.

Začiatok SGS$_i$ v bode B$_i$ je spoločný so začiatkom SAS$_i$, os (Z_i^G) je identická s normálou n_i (obr. 6) v bode B$_i$ k použitej referenčnej ploche (referenčný elipsoid, guľa), os (X_i^A) je identická so smerom na geodetický sever S^G (s geodetickým meridiánom) a os (Y_i^A) je ľavotočivo ortogonálna k osi (X_i^A) (smeruje na východ). Rovina ρ_i^A je kolmá k normále n_i, t.j. vytvára stanoviskovú geodetickú, zdanlivo horizontálnu (kvázihorizontálnu) rovinu, v ktorej sa vodorovné uhly ω_{jik}^A zo SAS$_i$ zobrazia veľkosťami ω_{jik}^G. Ostatným geometrickým veličinám zo SAS$_i$ v systéme SGS$_i$ odpovedajú: geodetické zenitové uhly Z_{ij}^G, (obr.7), identické šikmé dĺžky D_{ij} (priestorové dĺžky sú invariantné voči súradnicovým systémom), geodetické trigonometrické prevýšenia $\Delta V_{ij}^G = D_{ij} \cos Z_{ij}^G$ vzhľadom k ρ_i^G a stanoviskové kvázihorizontálne dĺžky $d_{ij}^G = D_{ij} \sin Z_{ij}^G$ v rovine ρ_i^G.

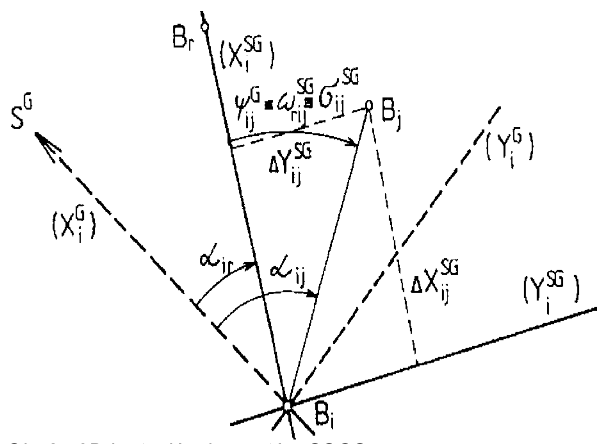
Polohu bodu B$_j$ je možné aj v SGS$_i$, t.j. vzhľadom k B$_i$ vyjadriť karteziánskymi RS

$$\Delta C_{ij}^G = C_j^G - C_i^G = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}^G = \begin{bmatrix} D_{ij} \sin Z_{ij}^G \cos(\alpha_{ij} + \omega_{rij}^G) \\ D_{ij} \sin Z_{ij}^G \sin(\alpha_{ij} + \omega_{rij}^G) \\ D_{ij} \cos Z_{ij}^G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{ij} \sin Z_{ij}^G \cos\alpha_{ij} \\ D_{ij} \sin Z_{ij}^A \sin\alpha_{ij} \\ D_{ij} \cos Z_{ij}^G \end{bmatrix} \qquad (5)$$

kde uhol $\alpha_{ij} + \omega_{rij}^G$ je geodetický azimut zámery B$_i$B$_j$.



Obr.7. Geometria zámernej roviny B$_i$ B$_j$ v SGS$_i$.



Obr.8. 3D karteziánsky systém SSGS$_i$.

Karteziánsky systém $SSGS_i$ je tiež identický so systémom SGS_i až na definíciu osi (X^G), resp.(Y^G) (obr.8). Aj v tomto prípade táto os je definovaná dvojicou bodov B_i (začiatok systému $SSGS_i$) a vhodným ďalším bodom B_r bodového poľa. Od osi (X_i^G) merané smery ψ_{ij}^G, resp.uhly $\omega_{rij}^{SG} \equiv \omega_{rij}^G$ sú v tomto systéme stanoviskovými smerníkmi $\acute{a}_{ij}^{SG} \equiv \omega_{rij}^{SG}$ na vyjadrenie karteziánskych RS ostatných bodov vzhľadom k B_i podľa

$$C_j^{SG} = C_j^{SG} - C_i^{SG} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{ij}^{SG} = D_{ij} \begin{bmatrix} \sin Z_{ij}^G \cos \sigma_{ij}^{SG} \\ \sin Z_{ij}^G \sin \sigma_{ij}^G \\ \cos Z_{ij}^G \end{bmatrix} . \qquad (6)$$

Aj systém $SSGS_i$ je možné považovať za určitý variant systému SGS_i, v ktorom pre polohové vyjadrenie bodov vzhľadom k stanovisku B_i miesto geodetických azimutov α_{ij} sú použité stanoviskové smerníky $\acute{a}_{ij}^{SG}$.

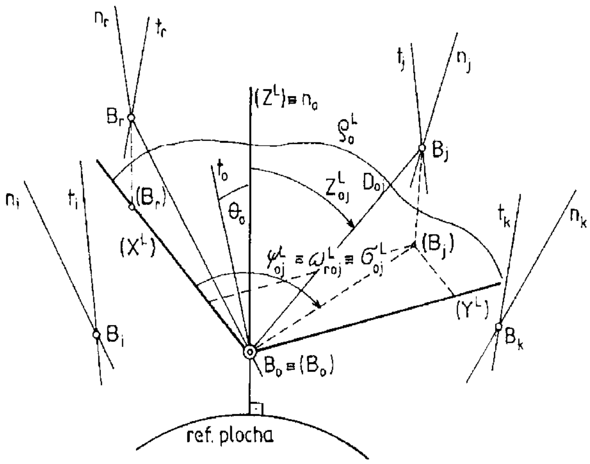
Lokálny geodetický systém

Lokálny geodetický systém (LGS) je 3D karteziánskym topocentrickým systémom pre určitú vybranú množinu bodov (bodové pole lokálnej geodetickej siete) na topografickom povrchu a je definovaný nasledovne.

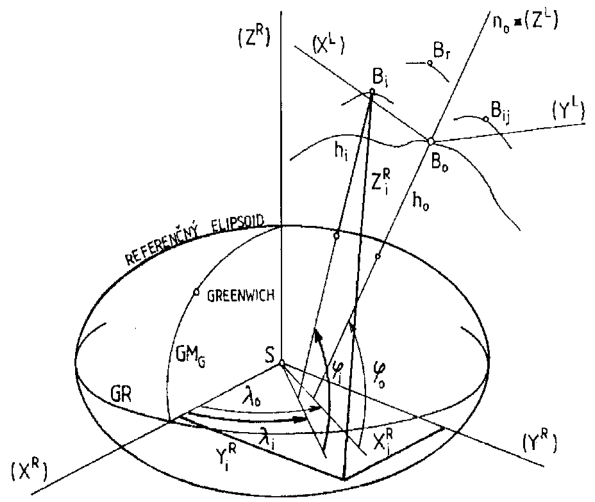
Začiatok LGS volí užívateľ (zriaďovateľ LGS) v jednom vhodnom, tzv. referenčnom bode B_0 bodového poľa (obr.9), os (Z^L) je identická s normálou n_0 v bode B_0 k použitej referenčnej ploche, os (X^L) sa fyzicky determinuje bodom B_0 a ďalším vhodným bodom B_r na topografickom povrchu tak, že priemet zámery B_0B_r do roviny ρ_0^L prechádzajúcej bodom B_0 a kolmej na n_0 tvorí os (X^L). Os (Y^L) je definovaná ortogonálne k osi (X^L) najčastejšie v ľavotočivom zmysle.

Dvojicou bodov môže byť však determinovaná aj os (Y^L) a potom os (X^L) je definovaná kolmo k (Y^L).

Pri 2D spracovaní lokálnej siete sa z LGS použije len "polohová" rovina ρ_0^L s osami (X^L) a (Y^L), v ktorej sa body B_j budú určovať dvojrozmerne.



Obr.9. Lokálny geodetický systém.



Obr.10. Referenčný (elipsoidocentrický) systém RES.

Priestorová poloha bodov B_j aj v tomto systéme je vzhľadom k B_0 definovaná karteziánskymi RS

$$\Delta C_{0j}^L = C_j^L - C_0^L = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{0j}^L = D_{0j} \begin{bmatrix} \sin Z_{0j}^L \cos \sigma_{0j}^L \\ \sin Z_{0j}^L \sin \sigma_{0j}^L \\ \cos Z_{0j}^L \end{bmatrix} . \qquad (7)$$

Referenčný (elipsoidocentrický) systém

3D referenčný systém (RES) je definovaný vzhľadom na použité referenčné teleso pre geodetické a kartografické účely, ktorým je (z geometrického hľadiska) dvojosí rotačný elipsoid (pre ČR a SR je to Besselov referenčný elipsoid [Böhm,1979,1981; Daniš,1980; Vykutil, 1982]). Začiatok RES je v strede elipsoidu S (obr.10), os (Z^R) je identická s osou rotácie elipsoidu, os (X^R) je priesečnica geodetického elipsoidického rovníka (GR) so základným nultým geodetickým meridiánom (GM_G) idúcim cez referenčný poludníkový bod Greenwich [Cimbálník, 1996,1997; Torge, 1980; Vaníček et al.,1968], os (Y^R) je pravotočivo ortogonálna k osi (X^R).

V RES sa používajú dva druhy súradníc na vyjadrenie 3D polohy bodov na topografickom povrchu:

- karteziánske súradnice C^{RK},
- krivočiare geodetické súradnice C^{RG}.

Poloha bodu B_i na topografickom povrchu v RES môže byť teda definovaná súradnicami

$$C_i^{RK} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i^{RK} \qquad 8)$$

alebo elipsoidickou geodetickou šírkou, dĺžkou a výškou

$$C_i^{RA} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix}_i^{RG} \qquad (9)$$

Záver

Súčasné typy geodetických totálnych staníc sú najkvalitnejšími univerzálnymi terestrickými prístrojmi na meranie a výpočty potrebných veličín pri určovaní bodov a pre špeciálne inžinierske účely. Umožňujú získať priamym meraním alebo výpočtom celý rad veličín, ktoré sú potrebné, resp. užitočné pre splnenie cieľov merania a tým výrazne zvyšujú efektívnosť ich použitia. Efektívnosť meraní značne zvyšujú aj možnosti rôznych výpočtov v prístrojovom počítači in situ, pracujúcom väčšinou s operačným systémom MS DOS a umožňujúcom nielen výpočty so štandardnými "zabudovanými" programami, ale aj s programami zostavenými užívateľom pre svoje bežné alebo zvláštne potreby.

Literatúra

Böhm, J. et al.: Vyšší geodézie I., II. *ČVUT, Praha, 1979, 1981.*
Cimbálník, M. et al.: Vyšší geodézie I., II. *ČVUT, Praha ,1996, 1997.*
Daniš, M. et al.: Matematická kartografia. *SVŠT, Bratislava, 1980.*
Heck, B.: Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung. *Karlsruhe, Wichmann, 1987.*
Hora, L.: Vyšší geodézie. *ČVUT, Praha, 1990.*
Melicher, J. et al.: Geodetická astronomie a základy kozmickej geodézie. *Alfa, Bratislava, 1993.*
Torge, W.: Geodesy*. W. Gruyter, Berlin, 1980.*
Vaníček, P. & Krakiwsky, E.J.: Geodesy: The Concepts. *North Holland, Amsterdam, 1968.*
Vykutil, J.: Vyšší geodezie. *Kartografie, Praha,1982.*