

Matematický model rozdeľovacej charakteristiky hydrocyklónu

Michal Leško¹

A mathematical model of the separation characteristics of hydrocyclone

In the contribution, a method of creating a statistical model of the separation process in hydrocyclone is described. This model can be used for calculating basic technological parameters of a separation operation in designing and operating the process.

Key words: hydrocyclone, separation number density size, mass yield.

Úvod

Pri modelovaní rozdeľovacieho procesu, ktorý je nevyhnutnou súčasťou výskumno-vývojových, návrhových a projekčných prác, je dôležité poznať:

- vlastnosti upravovanej suroviny,
- zákonitosti pohybu spojitého prostredia a minerálnych zŕn v danom aparáte.

Zákonitosti môžeme opísať diferenciálnymi, resp. integrálno-diferenciálnymi rovnicami v prípade, keď vychádzame z deterministického prístupu. Keď pri modelovaní využívame štatistické metódy stanovujeme pravdepodobnosť rozdelenia minerálnych zŕn s vlastnosťami ξ_i v pracovnom priestore aparátu.

Pri úprave sa využívajú predovšetkým tie vlastnosti suroviny (ξ_i), ktoré najlepšie odrážajú kvantitatívno-kvalitatívne aspekty úpravy a pritom sú najlepšie a najpresnejšie merateľné, napr. pri úprave uhlia je to predovšetkým hustota (ρ) a zrnitosť (d).

Rozdeľovacia charakteristika hydrocyklónu v tomto článku bude posudzovaná z hľadiska štatistického.

Vlastnosti upravovanej suroviny zisťujeme technologickým rozborom (Leško, 1985).

Rozdeľovacia charakteristika hydrocyklónu a výpočet parametrov rozdelenia

Keď sú známe charakteristiky vsádzky do operácie vo forme funkcie rozdelenia hmoty v závislosti na hustote $\gamma(\rho)$ a funkcia rozdelenia obsahu sledovanej zložky, pri úprave uhlia je to rozdelenie popolnatosti v závislosti na hustote $A(\rho)$ a keď poznáme rozdeľovaciu charakteristiku použitého aparátu, v našom prípade hydrocyklónu, napr. vo forme Trompovej funkcie $E_{TK}(\rho)$, resp. $E_{TO}(\rho)$, pre ktorú platí $E_{TK}(\rho) + E_{TO}(\rho) = 1$, môžeme potrebné parametre vypočítať podľa vzťahov (Leško, 1985, Tichonov, 1978) vychádzajúcich zo základných bilančných rovníc.

Hmotnostný výnos upraveného uhlia :

$$g_k = \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \gamma(\rho) E_{TK}(\rho) d\rho, \quad (1a)$$

Výťažnosť popola do upraveného uhlia :

$$E_K^A = \frac{\int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \gamma(\rho) A(\rho) E_{TK}(\rho) d\rho}{\int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \gamma(\rho) A(\rho) d\rho} \quad (1b)$$

¹ Doc. Ing. Michal Leško, CSc., Katedra mineralurgie a environmentálnych technológií F BERG Technickej univerzity, Letná 9, 042 00 Košice
(Recenzovaná a revidovaná verzia doručená 30.10.1998)

Frakčné a zrnitostné zloženie vsádzky pri sledovaní nielen hustoty, ale aj zrnitosti môže byť vyjadrené funkciami typu $\gamma(\rho, d)$, $A(\rho, d)$ a rozdeľovacia charakteristika aparátu funkciami $E_{TK}(\rho, d)$, resp. $E_{TO}(\rho, d)$ v numerickej alebo aj v analytickej forme. V tomto prípade pri výpočte parametrov rozdeľovania v zodpovedajúcej operácii použijeme vzťahy (Tichonov, 1978):

$$g_k = \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \gamma(\rho, d) E_{TK}(\rho, d) d\rho dd, \quad (2a)$$

$$E_K^A = \frac{\int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \gamma(\rho, d) A(\rho, d) E_{TK}(\rho, d) d\rho dd}{\int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} \gamma(\rho, d) A(\rho, d) d\rho dd}. \quad (2b)$$

Funkcie $\gamma(\rho)$, $A(\rho)$, $E_{TK}(\rho)$, resp. $\gamma(\rho, d)$, $A(\rho, d)$ a $E_{TK}(\rho, d)$ pre potreby vzťahov (1) a (2) musia byť zadané v analytickej forme, ale pretože sú výsledkom technologickej analýzy, získavame ich obyčajne v numerickej forme. Na formovanie vizuálneho vnemu je užitočné ich grafické znázornenie.

Na analytické vyjadrenie využívame vhodné matematické funkcie, pričom ich parametre vypočítavame z výsledkov experimentov, využitím napr. metódy najmenších štvorcov. Funkcie $E_{TK}(\rho)$, resp. $E_{TK}(\rho, d)$ môžu byť aproximované distribučnou funkciou normálneho, resp. lognormálneho rozdelenia (Leško, 1985) alebo sa vyjadrujú účelovou funkciou polynomického typu (Lynch, 1981; Kosoj-Sanenko, 1984; Plitt, 1976), ktorá vyjadruje vplyv viacrozmerového faktorového poľa alebo napr. funkciou hyperbolického tangensu (Tichonov, 1978).

Takým spôsobom môžeme vyjadriť rozdelenie materiálových prúdov vo všetkých operáciách rozdeľovania, triedenia, odprašovania, odvodňovania a rozdrúžovania.

Keďže funkcie $\gamma(\rho)$ a $E_{TK}(\rho)$, resp. $\gamma(\rho, d)$ a $E_{TK}(\rho, d)$ sú zadané numericke, na výpočet parametrov rozdelenia môžeme využívať maticový model operácií, resp. celého systému (Leško, 1998).

Operáciu rozdeľovania v maticovom tvare vyjadruje vzťah :

$$\mathbf{R}_{ji} \mathbf{X}_j = \mathbf{Y}_i, \quad (3)$$

v ktorom matica \mathbf{R} predstavuje operátor rozdelenia vstupujúceho j-teho do vystupujúceho i-teho materiálového prúdu. Matica \mathbf{R} je štvorcová, diagonálna matica, ktorej prvky na hlavnej diagonále vyjadrujú rozdelenie k-tej frakcie z j-teho materiálového prúdu do i-teho produktu.

\mathbf{X}_j , \mathbf{Y}_i - vstupný j-ty a výstupný i-ty stĺpcový vektor charakterizuje frakčné, resp. zrnitostné zloženie vstupného a výstupného materiálového prúdu.

Vstupný vektor \mathbf{X} reprezentuje vlastne funkciu $\gamma(\rho)$, resp. $\gamma(\rho, d)$ v prípade, keď vypočítame hmotnostný výnos, vzťahy (1a) a (2a). V prípade, keď vypočítame výťažnosť popola, vektor \mathbf{X} reprezentuje množstvo popola v jednotlivých frakciách.

Pre potreby maticového vyjadrenia sa funkcia $A(\rho)$ vyjadruje vo forme diagonálnej matice

$$A(\rho) = \text{diag}(A(\rho_1), \dots, A(\rho_k), \dots, A(\rho_k))$$

a vektor \mathbf{X} je daný nasledujúcim súčinom :

$$\mathbf{X} = \text{diag}(A(\rho_k) \cdot \gamma(\rho_k)). \quad (4)$$

V každom prípade, určujúcimi faktormi, ktoré ovplyvňujú výsledok rozdeľovacieho procesu v hydrocyklóne, okrem vlastností suroviny sú :

- parametre, charakterizujúce rozmery a tvar hydrocyklónu, priemer hydrocyklónu D , priemer výtokového D_v , prepádového D_p a vstupného nátrubku D_n , vrcholový uhol, resp. výška konusu H , hĺbka ponorenia prepádového nátrubku h ;

- parametre charakterizujúce prevádzkové podmienky : vstupný tlak suspenzie Δp , koncentrácia tuhej fázy v suspenzii na vstupe (objemová X_v , hmotnostná X_s), objemový prietok suspenzie Q , viskozita suspenzie μ .

Práca hydrocyklónov, či už v pozícii triedičov, resp. rozdrúžovačov, sa môže posudzovať na základe veľkosti, resp. hustoty deliaceho zrna, označovaného d_R , ρ_R . Pojem hraničné zrnó sa môže charakterizovať tým, že je to zrnó, ktorého charakteristika sa pohybuje v intervale $\rho_R \pm \Delta\rho$ ($d_R \pm \Delta d$) a do oboch produktov sa dostáva rovnakým podielom (50 %).

Δd , resp. $\Delta\rho$ - infinitezimálna veľkosť veličiny.

Keď rozdeľovaciu charakteristiku hydrocyklóna $E_{TK}(\rho)$, resp. $E_{TK}(\rho, d)$ aproximujeme zákonom normálneho rozdelenia, tak parametre tohto rozdelenia sú reprezentované hodnotou deliaceho zrna - stredná hodnota empirického rozdelenia a smerodajnou odchýlkou. Tieto parametre môžeme vypočítať z výsledkov merania alebo odčítať z grafického obrazu rozdeľovacej charakteristiky. V úpravníctve sa presnosť rozdeľovania často vyjadruje prostredníctvom pravdepodobnosti odchýlky E_p . Výberová smerodajná odchýlka - druhý parameter normálneho rozdelenia, sa určí podľa vzťahu

$$S_p = \frac{E_p}{0,67425} \quad (5)$$

Keď vychádzame z vyššie uvedeného odôvodnenia, tak parametre rozdelenia ρ_R a $E_p(\rho)$ môžeme vyjadriť ako funkciu parametrov hydrocyklóna a podmienok prevádzky v tvare :

$$\left. \begin{array}{l} \rho_R = \\ E(\rho) = \end{array} \right\} f(x_s, \rho_s, \Delta\rho, \mu, \Delta p, h, D, D_p, D_v, D_n, H, Q). \quad (6)$$

Tvar tejto funkcie sa určuje z výsledkov experimentov. Z hľadiska úspory času a prostriedkov je účelné túto rozmerovú funkciu pretransformovať na bezrozmerný tvar a pre nové bezrozmerné veličiny realizovať experiment (Leško, 1985; Steffens a White a iní, 1993).

Vzťah (3) pre dvojrozmerné pole, keď funkcia rozdelenia hmoty a obsahu popola, ako aj rozdeľovacia charakteristika sú závislé na ρ a d v numerickej forme, môžeme predstaviť nasledujúcou schémou:

	x	$\gamma(\rho_1, d_1)$	$y(\rho_1, d_1)$
		$\gamma(\rho_1, d_2)$ } $\gamma(\rho_1)$	$y(\rho_1, d_2)$ } $y(\rho_1)$
		$\gamma(\rho_1, d_3)$	$y(\rho_1, d_3)$
		$\gamma(\rho_2, d_1)$	$y(\rho_2, d_1)$
		$\gamma(\rho_2, d_2)$ } $\gamma(\rho_2)$	$y(\rho_2, d_2)$ } $y(\rho_2)$
		$\gamma(\rho_2, d_3)$	$y(\rho_2, d_3)$
		$\gamma(\rho_3, d_1)$	$y(\rho_3, d_1)$
		$\gamma(\rho_3, d_2)$ } $\gamma(\rho_3)$	$y(\rho_3, d_2)$ } $y(\rho_3)$
		$\gamma(\rho_3, d_3)$	$y(\rho_3, d_3)$
		$\gamma(\rho_4, d_1)$	$y(\rho_4, d_1)$
		$\gamma(\rho_4, d_2)$ } $\gamma(\rho_4)$	$y(\rho_4, d_2)$ } $y(\rho_4)$
		$\gamma(\rho_4, d_3)$	$y(\rho_4, d_3)$

Na demonštračnej schéme sú uvedené štyri hustoty a tri zrnitostné triedy. V jednotlivých políčkach na hlavnej diagonále sa uvádzajú deliace čísla pre rozdelenie k -tej zrnitostnej triedy v i -tej frakcii v danom zariadení. Políčka sú označené poradovými číslami a zodpovedajú im nasledujúce deliace čísla:

$$\begin{array}{ll}
 1 - E_{TK}(\rho_1, d_1) & \dots\dots\dots, & 10 - E_{TK}(\rho_4, d_1), \\
 2 - E_{TK}(\rho_1, d_2) & \dots\dots\dots, & 11 - E_{TK}(\rho_4, d_2), \\
 3 - E_{TK}(\rho_1, d_3) & \dots\dots\dots, & 12 - E_{TK}(\rho_4, d_3).
 \end{array}$$

Deliace čísla sa vypočítavajú z výsledkov technologickej analýzy príslušnej operácie a určujú sa zatiaľ vždy experimentálne.

Pre každú i-tú frakciu platí :

$$\sum_{j=1}^3 \gamma(\rho_i, d_j) = \gamma(\rho_i); \quad \sum_{i=1}^4 \gamma(\rho_i) = \Gamma, \quad (7a)$$

$$\sum_{j=1}^3 \gamma(\rho_i, d_j) \cdot A(\rho_i, d_j) = P(\rho_i); \quad \sum_{i=1}^4 P(\rho_i) = P, \quad (7b)$$

$$\sum_{j=1}^3 \gamma(\rho_i, d_j) \cdot E_{TK}(\rho_i, d_j) = \Gamma(\rho_i); \quad \sum_{i=1}^4 \Gamma(\rho_i) = \Gamma_K, \quad (7c)$$

$$\sum_{j=1}^3 \gamma(\rho_i, d_j) \cdot A(\rho_i, d_j) \cdot E_{TK}(\rho_i, d_j) = P_k(\rho_i); \quad \sum_{i=1}^4 P_k(\rho_i) = P_k. \quad (7d)$$

Pre každú j-tú zrnitostnú triedu platí :

$$\sum_{i=1}^4 \gamma(\rho_i, d_j) = \gamma(d_j); \quad \sum_{j=1}^3 \gamma(d_j) = \Gamma, \quad (8a)$$

$$\sum_{i=1}^4 \gamma(\rho_i, d_j) \cdot A(\rho_i, d_j) = P(d_j); \quad \sum_{j=1}^3 P(d_j) = P, \quad (8b)$$

$$\sum_{i=1}^4 \gamma(\rho_i, d_j) \cdot E_{TK}(\rho_i, d_j) = \Gamma(d_j); \quad \sum_{j=1}^3 \Gamma(d_j) = \Gamma_K, \quad (8c)$$

$$\sum_{i=1}^4 \gamma(\rho_i, d_j) \cdot A(\rho_i, d_j) \cdot E_{TK}(\rho_i, d_j) = P_k(d_j); \quad \sum_{j=1}^3 P_k(d_j) = P_k. \quad (8d)$$

Hustoty ρ_i a zrnitosti d_j reprezentujú strednú hodnotu príslušnej frakcie a zrnitostnej triedy.

Γ, Γ_K - hmotnosť vsádzky a koncentrátu,

P, P_k - množstvo sledovanej zložky vo vsádzke a koncentráte.

Vlastný výpočet parametrov rozdeľovania sa môže realizovať rôznym spôsobom. Na výpočet hmotnostného výnosu a výťažnosti môžeme využiť aj nasledujúce triviálne vzťahy :

- hmotnostný výnos koncentrátu : $g_k = \Gamma_k \cdot \Gamma^{-1}$.

- výťažnosť sledovanej zložky (popola) do koncentrátu $E_k^A = P_k \cdot P^{-1}$,

ktoré v jednoduchéj forme vyjadrujú podstatu výpočtu.

Záver

Predložený článok popisuje postup tvorby matematického modelu technologického procesu úpravy v hydrocyklóne. Pri využití zodpovedajúcich metód je možné vytvoriť funkčný model, umožňujúci :

- riešiť otázky predikcie výsledkov úpravy,
- riešiť prenos výsledkov z modelu na dielo pri rešpektovaní zákonitostí teórie podobnosti,

- operatívne riadiť technologický proces.

V článku „Aplikácia maticového modelu hydrocyklónu pri príprave uhlia“ budú na príklade demonštrované možnosti tohto postupu.

Literatúra

- Leško, M.: Úpravnícka technologická analýza. *ES VŠT Košice, 1985.*
- Leško, M.: Maticové modely technologických systémov. *Košice, 1998.*
- Lynch, a.j.: Cikly drobeníja i izmelčenija, preklad z angl.: Mineral Crushing and Grinding Circuits. *Nedra Moskva, 1981.*
- Kosoj, G.M., Sanenko, V.V.: Metod i algoritmus rasčeta technologičeskich pokazatelej rozdelenija polidispersnych mineral'nych suspenzij v gidrocyklonach. *Obog. rud 3/1984, str. 3 – 7.*
- Plitt, I.R.: A mathematical model of the hydrocyclone classifier. *CIM Bulletin, 1976, 69 N 776, str. 114 – 123.*
- Smith, M.R., Gochin, R.: An Introduction to the Theory and Practice. *Mining Magazine, july 1984, str. 27 – 39,*
- Steffens, P.R., Whitev, W.J., Appleby, S. and Hitchins, J.: Prediction of air core diameters for hydrocyclones. *International Journal of Mineral Processing, 39/1993, str. 61 – 74.*
- Tichonov, O.N.: Teoretičeskije osnovy separacionnych processov obogaščenija poleznych iskopajemych. *LGI - Leningrad 1978.*