

Kvalita pripojenej siete z hľadiska homogenity bodov

Juraj Sütti¹

Quality of the connected networks with a view to their point homogeneity

Evaluation of the local connected network quality by accuracy and reliability measures is insufficient. A further measure is necessary for evaluating heterogeneity among the new point field (local network) and the given point field (superior network). A new deterministic way is given for the heterogeneity analysis and its improvement using the revolved adjustment to the local net.

Key words : *Quality measures for local networks, Influences determining the quality, Heterogeneity in the netpoint field, Homogeneity improvement by the revolved estimating procedure.*

Úvod

V inžiniersko - technických aplikáciách geodézie je častou úlohou zhustenie (rozšírenie) jestvujúceho (nadradeného) 2D (polohového) bodového poľa (NBP) včlenením nového 2D lokálneho bodového poľa (LBP) v určitej oblasti NBP. Najčastejšími realizáciami sú prípady, keď NBP predstavuje bodové pole štátnej polohovej siete a LBP určitú množinu určovaných bodov, ktorá s niekoľkými bodmi (dátumovými, pripájacími zo štátnej siete) tvorí polohovú lokálnu sieť. Ako je známe (Caspary, 1988; Fröhlich, 1987; Nickerson et al., 1986; Wolf, 1984 a ďalší), v podstate sú možné tri postupy riešenia tejto úlohy :

- prípojné (väzbové) včlenenie LBP do NBP nezohľadňujúc pritom stochastické vlastnosti NBP, ktoré predstavuje štandardné riešenie pripojenia bodov, tzv. hierarchický postup (Bähr, 1973; Bill, 1984; Schädlich, 1987; Wolf, 1984 a iní),
- prípojné včlenenie LBP do NBP, zohľadňujúce pritom stochastické vlastnosti NBP (tzv. efektívne spracovanie úlohy), resp. nové spoločné spracovanie NBP a LBP, predstavujúce dynamický postup pripojenia (Kubáček, 1971; Kukuča, 1976; Grafarend et al.; 1978),
- transformačné včlenenie LBP do NBP, s predchádzajúcim voľným spracovaním samostatnej lokálnej siete (Caspary, 1988; Dobeš 1990).

V praxi, pri zakladaní lokálnych polohových sietí sa v prevážnej miere používa len prvý a tretí postup (pri druhom postupe najčastejšie chýbajú rozhodujúce, resp. vôbec potrebné stochastické informácie o sieti NBP). Z nich sa dáva prednosť transformačnému postupu najmä preto, lebo toto riešenie sa všeobecne považuje za "presnejšie", ako prípojné riešenie úlohy (Caspary, 1988; Dobeš, 1990; Schuh, 1987 a ďalší). Predkladaný príspevok si preto kladie cieľ, analyzovať práve tento prvý postup (štandardné včlenenie nových bodov do jestvujúcej siete) z hľadiska jeho vlastností a kvality produktu (včlenených bodov), t.j. získať odpoveď najmä na otázku, či je možné a za akých okolností tento postup použiť pri včleňovaní do NBP na ekvivalentnej úrovni s transformačným riešením.

Faktory pôsobiace na kvalitu určovaných bodov

Na kvalitu výsledkov prípojného, väzbového včlenenia LBP do NBP, ktorá by sa mala posudzovať predovšetkým podľa

- ⇒ presnostných charakteristík určených nových bodov,
 - ⇒ spoľahlivostných charakteristík siete LBP,
 - ⇒ súradnicovej heterogenity včleňovaných bodov a jestvujúcich bodov NBP, a posudzuje sa spravidla len podľa presnosti a spoľahlivosti, vplyvajú najmä nasledujúce faktory :
1. presnosť meraní (nameraných hodnôt geometrických spojovacích prvkov lokálnej siete), ktorá je popísaná kofaktorovou maticou Q_L ,
 2. konfigurácia siete LBP popísaná konfiguračnou maticou A ,
 3. presnosť určenia približných hodnôt súradníc C^0 bodov LBP,
 4. počet a rozmiestnenie pripájacích (dátumových) bodov DB z NBP, použitých v priestore LBP.

Z uvedených troch skupín charakteristík kvality siete sú pri včleňovaní LBP do NBP spravidla najdôležitejšie charakteristiky presnosti určovaných bodov a ich heterogenita, resp. homogenita s existujúcimi okolitými bodmi NBP. Charakteristiky spoľahlivosti lokálnej siete nie sú spôsobom jej včlenenia (až na vplyv štruktúry

¹ Prof. Ing. Juraj Sütti, DrSc. Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity, Park Komenského 19, 043084 Košice
(Recenzovali: Doc. Ing. Ján Cirbus, CSc. a Ing. Ján Hurtok)

konfiguračnej matice A) ovplyvnené. Preto sa ďalšia analýza vplyvu uvedených 4 faktorov týka len presnosti a s ňou spojeného pôsobenia dátumových bodov.

S prvým faktorom, t.j. s prípadnou nedostačujúcou kvalitou meraní nie je reálne uvažovať ako s príčinou prípadnej nižšej kvality určených, včlenených bodov. Vždy sa totiž prejavuje všeobecná snaha, aby sieťová štruktúra LBP, ktorá sa má včleniť do NBP, vytvárala v danom priestore dostatočne husté, dobre rozmiestnené a presné bodové pole, ktoré by mohlo slúžiť aj na náročné geodetické aktivity najmä z hľadiska presnosti. Je teda zrejme, že aj bez ohľadu na spôsob včlenenia LBP do NBP použijeme na merania potrebných veličín v lokálnej sieti vždy presné meracie techniky a metódy.

Ďalší faktor, konfigurácia siete LBP, tvorená z množiny nových, určovaných bodov a množiny pripájacích (dátumových) bodov, spojených vhodnou sieťovou štruktúrou, nie je vo všeobecnosti tiež takým činiteľom, ktorý by výrazne rozdielnym spôsobom ovplyvňoval prípojnú a transformačnú včlenenie nových bodov a ich kvalitu. Geometrická štruktúra lokálnych polohových sietí sa spravidla tvorí podľa rozhodujúcich lokálnych podmienok s väčším - menším použitím aj optimalizačných prístupov a riešení (Grafarend et al. 1985; Pecár, 1985 a iní).

V takejto štruktúrnej tvorbe preto konfigurácia väzbovej (prípojnú včlenenie) a voľnej siete (transformačné včlenenie) ani nemôžu byť príliš odlišné.

Kvalitu prípojnú určenia nových bodov rozhodujúcim spôsobom však ovplyvňuje 3. a 4. faktor, t.j. použité pripájacie (dátumové) body a hodnoty približných súradníc určovaných bodov. Najmä 4. faktor je všeobecne známy ako negatívny činiteľ, ktorý je považovaný za rozhodujúci pre presné určenie nových bodov. Sústreďme sa preto v ďalšom na tento faktor vplyvu a naznačíme, akými mechanizmami a cestami vplýva (spolu aj s určením C^0) na kvalitu a homogenitu bodov včleneného LBP. Uvedie sa tiež doteraz používaný spôsob zohľadnenia vplyvu DB v prípojnóm členení LBP.

Rozbor vplyvu dátumových bodov na kvalitu určovaných bodov

Majme bodové pole, pozostávajúce z nových, určovaných bodov P a z jestvujúcich (pripájacích, dátumových) bodov štátnej polohovej siete B. Z hľadiska reálnej situácie každého takého bodového poľa, musíme pre body B uvažovať nielen ich fyzickú polohu B_f ale aj ich súradnicovú polohu B_s (ktoré polohy zrejme nie sú identické) a pre body P ich fyzickú polohu P_f . Takýto stav pre bodové pole bodov B je imanentný pre každú polohovú sieť a najmä pre národné polohové siete, ktoré vznikli v rôznych štátoch tradičným spôsobom ich budovania v prvej polovici tohoto storočia. Neidentita súradnicovej a fyzickej polohy bodov B predstavuje ich skutočné polohové chyby, ktoré však, pri dobre vybudovanej sieti by mali zostať v určitých prijateľných medziach. Vtedy sa dá hovoriť o prijateľnej súradnicovej kompatibilitate bodového poľa siete, vrátane aj takých bodov, ktoré sa použijú ako pripájacie body pre včlenenie nových bodov. Ak však súradnicové diferencie medzi fyzikálnymi a súradnicovými polohami sú značné (niekoľko desiatok mm a viac), vzniká reálna významná súradnicová nekompatibilita v polohách bodov B, ktorá negatívne ovplyvní kvalitu nových, do NBP včleňovaných bodov z LBP. Tento vplyv nekompatibility sa prejaví aj v presnosti určovaných bodov, ktorá môže byť neprijateľná. To je vo všeobecnosti aj hlavnou príčinou, že sa prípojný spôsob včleňovania LBP považuje za menej "presný" ako transformačný postup.

Poukážeme na to, ako sa nekompatibilita bodov z NBP jednak navzájom a jednak medzi nimi a určovanými bodmi môže pri meraniach prejavovať.

Merania (dĺžok, vodorovných smerov a uhlov) sa konajú medzi polohami B_f a P_f . Pri určení približných súradníc C^0 určovaných bodov musíme použiť aj súradnice prípojných bodov, ktoré sa vzťahujú k polohám

B_s bodov B, a teda výpočet C^0 vykonať dvomi skupinami vzájomne nekonzistentných veličín (súradnice z nekompatibilných súradnicových polôh B_s a merané veličiny vzhľadom k fyzickým polohám B_f a P_f). Výsledkom sú C^0 s hodnotami nie "dostatočne" približnými (Talich, 1987). Tieto hodnoty, ako aj z nich určené smerníky a vôbec ich použitie môžu významne skresliť vyrovnané súradnice $\hat{C}$ nových bodov P. Tento vplyv je evidentný napr. zo známych vzťahov parametrického vyrovnania siete LBP (Gaussov-Markovov regulačný model)

$$d\hat{C} = (A^T Q_L^{-1} A)^{-1} A^T Q_L^{-1} (L - L^0), \quad (1)$$

$$\hat{C} = C^0 + d\hat{C}, \quad (2)$$

keď skreslené, nevhodné C^0 priamo pôsobia na hodnoty $\hat{C}$ a tiež v zmysle

$$L^0 = f(C^0, \dots) \quad (3)$$

na približné hodnoty meraných veličín, resp. na ich redukované hodnoty $dL = L - L^0$.

Ďalej uvážme, že koeficienty v konfiguračnej matici (4) sa určujú tiež s použitím C^0 určených bodov ako aj nekompatibilných súradníc dátumových bodov. Takto určené koeficienty pri určitej konfigurácii siete a jej rozmeroch môžu byť tiež výrazne zmenené (vzhľadom k hodnotám vypočítaným so správnymi C^0) a tieto skreslenia potom v zmysle (1) ovplyvnia aj doplnky (korekcie) $d\hat{C}$ približných súradníc. To je ďalší negatívny vplyv heterogénnych dátumových bodov na výsledky, vznikajúci v procese vyrovnania.

$$A = \left[\frac{\partial f(L)}{\partial L} \right]_{L=L^0} \quad (4)$$

Ukážeme teraz, ako sú samotné namerané hodnoty ovplyvnené nekompatibilitou dátumových bodov. Pre polohové včlenenie bodov LBP majú merané prvky hodnoty (prirodzene zaťažené meračskými chybami), ktoré sa vzťahujú na fyzické polohy dátumových aj určených bodov. Vo vyrovnávacej procedúre sú však tieto hodnoty spracované vzhľadom na súradnicové polohy ako dátumových tak aj nových bodov. Táto nekonzistentnosť vstupujúcich veličín do procedúr MNŠ, t.j. geometrických prvkov siete z meraní (fyzické polohy bodov) a súradníc z nekompatibilných súradnicových polôh bodov, sa nutne prejaví v hodnotách opráv (k hodnotám meraných veličín), ako to všeobecne môžeme vyjadriť v zmysle

$$v = f(\text{chyby meraní, súradnicové diferencie medzi } B_f \text{ a } B_s), \quad (5)$$

čo matematicky prezentuje aj vzťah (7). Ak kompatibilita medzi súradnicovými a fyzickými polohami DB je dobrá, prijateľná, hodnoty opráv budú tiež primerane malé, pretože v (5) bude vplyv nekompatibility na úrovni nevyhnutných meračských chýb alebo ešte menšej vzhľadom k nej. Pri veľkej nekompatibilite súradnicových a fyzických polôh DB však v opravách meraných prvkov v zmysle (5) dominovať bude vplyv tejto veľkej heterogenity. Čím vyššia bude táto nekompatibilita, tým väčšie hodnoty budú mať aj opravy v , ktoré v niektorých prípadoch môžu byť také veľké, že riešenie s príslušnými DB bude nemožné.

Z uvedeného rozboru vyplýva, že rozhodujúcim faktorom kvality prípojného včlenenia LBP je kompatibilita použitých DB, ktorá v prípade neúnosnej veľkosti superponuje meračské vplyvy vo vyrovnávacej procedúre a vedie k veľkým hodnotám opráv a nízkym, neprijateľným charakteristikám presnosti včleňovaných bodov.

Určitý obraz o vplyve nekompatibility DB sa dá získať, pokiaľ NBP predstavuje sieťovú štruktúru so známymi charakteristikami Q_{DB} , Σ_{DB} (napr. predtým vytvorenú lokálnu sieť), aj zohľadnením Q_{DB} , resp. Σ_{DB} v prípojnóm včlenení LBP, ktoré sa najčastejšie realizuje použitím efektívneho vyrovnania siete LBP.

Podstata tohoto postupu, ako je známe, tkvie v zohľadnení štatistických charakteristík DB (ich kovariančnej alebo kofaktorovej matice) v modeli príslušnej odhadovacej procedúry (Gaussov-Markovov model). Štatistická nelineárna forma tohoto modelu je bude

$$L + v = f(C_P^0 + d\hat{C}_P, C_{DB}^0 + dC_{DB}, \dots), \quad (6)$$

kde súradnice určených aj dátumových bodov sú rozložené na ich približné hodnoty C_P^0, C_{DB}^0 a malé doplnky (korekcie) $d\hat{C}_P, dC_{DB}$, resp. po rozvoji do Taylorovho radu v tvare ("rovnice opráv")

$$v = A_P d\hat{C}_P - (L - A_{DB} dC_{DB} - f(C_P^0, C_{DB}^0)). \quad (7)$$

V týchto rovniciach môžeme zaviesť

$$\bar{L} = f(L, dC_{DB}) = L - A_{DB} dC_{DB}, \quad (8)$$

ako novú stochastickú premennú a druhý člen v zátvorke (7) označiť

$$\bar{L}^0 = f(C_P^0, C_{DB}^0), \quad (9)$$

ako približnú hodnotu tejto vektorovej premennej $\bar{L}$. Potom z riešenia modelu

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{A}_p \mathbf{d}\hat{\mathbf{C}}_p - \bar{\mathbf{L}}, \\ \Sigma_{\bar{\mathbf{L}}} &= \sigma_o^2 \mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{L}}} \end{aligned} \quad (10)$$

vyplýva

$$\mathbf{d}\hat{\mathbf{C}}_p = (\mathbf{A}_p^T \mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{L}}}^{-1} \mathbf{A}_p)^{-1} \mathbf{A}_p^T \mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{L}}}^{-1} (\bar{\mathbf{L}} - \bar{\mathbf{L}}^o), \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_p = \mathbf{C}_p^o + \mathbf{d}\hat{\mathbf{C}}_p, \quad (12)$$

kde $\mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{L}}}$ získame použitím pravidla o šírení kofaktorov pre vzťah (8) podľa

$$\mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{L}}} = \mathbf{Q}_{\mathbf{L}} + \mathbf{A}_{\text{DB}} \mathbf{Q}_{\text{DB}} \mathbf{A}_{\text{DB}}^T, \quad (13)$$

pričom $\mathbf{A}_{\text{DB}}$ je zostaviteľná konfiguračná matica väzieb DB k určeným bodom LBP a $\mathbf{Q}_{\text{DB}}$ je kofaktorová matica DB, popisujúca ich stochastické vlastnosti.

Tento postup však nie je vhodný pre také prípojné včlenenie LBP do NBP, keď NBP predstavuje štátnu polohovú sieť (napr. u nás ŠTS s dátumom S-JTSK). V takýchto prípadoch jednak samotný princíp efektívneho vyrovnania, ako aj nedostatok stochastických informácií o NBP, môžu značne skresliť reálny obraz o pôsobení DB pri určovaní nových bodov. Konkrétne sa jedná o nasledujúce okolnosti:

- rovnica (7) popisuje vplyv DB len na merané veličiny $\mathbf{L}$, resp. na opravy $\mathbf{v}$;
- matematický model (6), resp. (7) nezohľadňuje vplyv DB na matice $\mathbf{C}^o$ a $\mathbf{A}$,
- matice $\mathbf{Q}_{\text{DB}}$, resp. Σ_{DB} nie sú vôbec reálnymi mierami pre “meranie” vplyvu nekompatibility DB, ktorá (vyjadrená neznámymi súradnicovými diferenciami medzi $\mathbf{B}_f$ a $\mathbf{B}_s$ a charakterizovateľná veličinami $\mathbf{dC}_N$ - nasledujúca kapitola), oveľa silnejšie pôsobí na určené body ako zohľadnenie len $\mathbf{Q}_{\text{DB}}$, resp. Σ_{DB} ,
- matica $\mathbf{Q}_{\text{DB}}$, resp. Σ_{DB} (spolu s príslušným variančným faktorom s_o^2) vo väčšine prípadov nie je známa vôbec, v mnohých prípadoch sa veľmi hrubým spôsobom odhadujú len prvky na hlavnej diagonále, t.j. bez popisu korelačných väzieb,
- prvky kovariančnej matice

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{C}}_p} = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{L}}}^{-1} \mathbf{v}}{r}} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{C}}_p} \quad \text{vyrovnaných súradníc, t.j. presnosť určenia bodov LBP sa zavedením premennej } \bar{\mathbf{L}} \text{ a jej kofaktorovej matice } \mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{L}}} \text{ neodôvodnene zväčšujú, keďže do opráv či neefektívneho alebo efektívneho riešenia je už premietnutý vplyv nekompatibility DB v zmysle (5).}$$

nej $\bar{\mathbf{L}}$ a jej kofaktorovej matice $\mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{L}}}$ neodôvodnene zväčšujú, keďže do opráv či neefektívneho alebo efektívneho riešenia je už premietnutý vplyv nekompatibility DB v zmysle (5).

Preto na základe predchádzajúceho logicko-matematického rozboru navrhne sa v ďalšom objektívnejší, deterministický postup zohľadnenia, resp. zníženia vplyvu DB, ktorý sa realizuje s použitím revolventným riešením samotnej vyrovnávacej procedúry pre sieť LBP, a to vždy s inou kombináciou DB a s príslušnou analýzou.

Postup zníženia vplyvu DB na vyrovnané súradnice a ich presnosť

Problém použitia vhodných DB z NBP pre prípojné včlenenie LBP je známy už dávno. Keďže jednoznačné matematické riešenie tohoto problému neexistuje, boli navrhnuté rôzne postupy, spočívajúce v podstate na použití matematicko-štatistických nástrojov (napr. Bill, 1984; Skejvalas, 1986). Iné riešenia používajú také modely spracovania, v ktorých sú súradnice DB chápané ako observácie (Bill, 1984), resp. problém riešia na základe efektívneho vyrovnania včleňovanej siete, čo však nie je adekvátne riešenie, ako sa na to v predchádzajúcej kapitole poukázalo. V rámci tzv. optimalizácie geodetických sietí 0 - tého rádu (Grafarend et al. 1985), rieši sa optimálny referenčný rámec, t.j. dátum siete, čo nie je náš sledovaný problém.

Navrhovaný spôsob bude hľadať najvhodnejšie DB (z celkového ich počtu p , ktorý je k dispozícii), na základe numerickej analýzy výsledkov opakovaných vyrovnaní, v ktorých sa použijú rôzne kombinácie DB. Preto sa pri zameraní určitého LBP musíme usilovať o to, aby sme mali k dispozícii väčší počet p prístupných a zamerateľných DB (napr. 6 - 8), rozložených okolo LBP. Po zameraní lokálnej siete sa vykoná jej vyrovnanie so všetkými DB (“silné včlenenie” LBP do NBP), pričom okrem iných výsledkov vyrovnania budú sa počítať aj :

- ♦ euklidovská norma (EN) opráv $\|\mathbf{v}\|_e = \sqrt{\mathbf{v}^T \mathbf{v}}$, resp. $\sqrt{\mathbf{v}^T \mathbf{Q}_{\bar{\mathbf{L}}}^{-1} \mathbf{v}}$,
- ♦ aposteriórny variančný faktor s_o^2 , resp. štandardné odchýlky $s_{\hat{\mathbf{X}}}, s_{\hat{\mathbf{Y}}}$ vyrovnaných súradníc $\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{Y}}$.

V ďalšom postupe budú sa vytvárať kombinácie DB s ich menšími počtami $p' < p$ (pre minimálny $p_{\min}'$ platí $p_{\min}' = d/2$, kde d je dátumový defekt siete) a s jednotlivými kombináciami sa vykonajú vyrovnania (“slabé

včlenenie“ LBP do NBP) so záznamom hodnôt EN, s_o a štandardných odchýlok vyrovnaných súradníc. Jednotlivé vyrovnanie je výhodné vykonať s takou úpravou matice A, pri ktorej sa nebude meniť počet riadkov, t.j. počet meraných veličín vložených do vyrovnaní, čo znamená, že pre DB v počte $p - p'$, t.j. pre tie DB, ktoré sa nepoužili v tom-ktorom vyrovnaní, budú sa tiež určovať vyrovnané súradnice. Tento spôsob opakovaného vyrovnaní lokálnej siete, s rôznymi kombináciami DB a s pevným počtom n meraní, je možné bez ťažkostí programovo podporiť.

Zaregistrované hodnoty EN, s_o^2 , resp. štandardné odchýlky $s_{\hat{x}}, s_{\hat{y}}$ z vyrovnaní jednotlivých kombinácií, poskytujú kvantitatívne informácie o vhodnosti použitia príslušných DB pre včlenenie lokálnej siete. Tá skupina hodnôt, ktorá bude u určitej kombinácii najmenšia, ukazuje zrejme na najvhodnejšiu kombináciu DB. Toto vyrovnanie sa potom prijíma ako definitívne platné, v ktorom pomocou použitých DB vieme zabezpečiť najvhodnejšie včlenenie LBP do NBP. V takomto prípade, keď EN bude mať malú hodnotu, môžeme byť presvedčení, že opravy vo vyrovnaní vznikli predvažne len v dôsledku meračských chýb, teda bez vplyvu zlej, neprijateľnej kompatibility použitých DB. Potom aj presnosť určených bodov bude dobrá, prijateľná, o čom budú svedčiť aj malé štandardné odchýlky $s_{\hat{x}}, s_{\hat{y}}$, korešpondujúce s presnosťami vykonaných meraní. Aj pri veľkej nekompatibilite DB je možné týmto postupom, postupnou selekciou najvhodnejších DB, dosiahnuť dobré výsledky aj pri pripojnom spôsobe včleňovania LBP.

Naznačené určenie najvhodnejších DB, t.j. zvýšenie súradnicovej homogenity medzi LBP a NBP platí ovšem len pre použité DB (a nie pre všetky DB) z NBP, teda toto pripojenie nemusí byť vždy najvhodnejším riešením zlepšenia heterogenity bodových polí v danom priestore. Uvedený postup dáva dobrý súradnicový súlad len medzi včlenenými bodmi a použitými DB v počte p' . Takto určené body LBP môžu však zároveň, a pri zlej súradnicovej homogenite bodov NBP tomu aj tak je, vykazovať aj veľkú heterogenitu s ostatnými $p - p'$ nepoužitými DB, ktoré boli meraním pojaté do lokálnej siete. Inými slovami, vyrovnané súradnice $\hat{C}_{DB-N}$ pre $p - p'$ nepoužitých DB a “úradné” súradnice C_{DB-N} týchto bodov môžu byť aj značne rozdielne a teda hodnoty

$$dC_N = C_{DB-N} - \hat{C}_{DB-N} \quad (14)$$

príliš vysoké, ukazujúce na zlú homogenitu včleňovaného LBP s $p - p'$ nepoužitými DB v definitívnom vyrovnaní. Pri riešení geodetických úloh, keby sa použili body včlenené a ich pripájacie (dátumové) body na jednej strane, a body zo skupiny $p - p'$ bodov NBP (heterogénnych navzájom ako aj voči včleneným bodom) na strane druhej, vznikli by známe problémy pri praktickej ich realizácii.

Preto za optimálne včlenenie LBP je možné považovať väzbové vyrovnanie siete, pripojenej na také DB, ktoré z vyrovnaní s rôznymi kombináciami DB, má:

- malú hodnotu EN,
- malé hodnoty s_o^2 , resp. štandardných odchýlok $s_{\hat{x}}, s_{\hat{y}}$,
- malé hodnoty dC_N .

Ak žiadna z kombinácií DB z týchto hľadísk nevyhovuje, resp. nie je možné ďalšie kombinácie vytvárať, za najvhodnejšie riešenie včlenenia LBP je možné považovať nasledujúci postup. Z vyrovnaní s rôznymi kombináciami DB sa vezme to riešenie, ktoré má nízke hodnoty EN, s_o^2 ako aj štandardných odchýlok $s_{\hat{x}}, s_{\hat{y}}$ a zároveň, v danej situácii aj relatívne najnižšie, ale neprijateľné hodnoty dC_N . Potom z takého riešenia získané vyrovnané súradnice $\hat{C}$ určených bodov P_j je potrebné “upraviť”, aby sa zmiernila nevyhovujúca heterogenita medzi $\hat{C}$ a použitými C_{DB} . Táto úprava sa najčastejšie rieši pomocou aditívnych korekcií

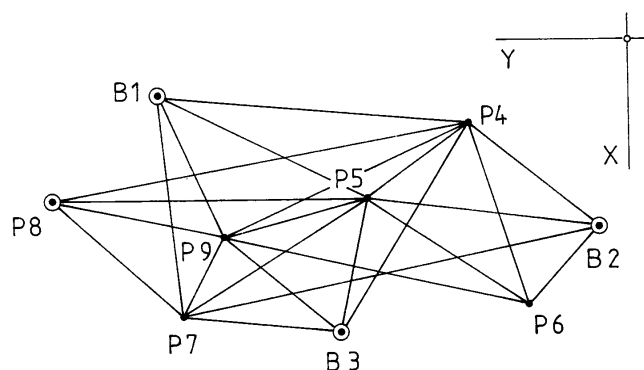
$$\delta X_{P_j} = f(dC_N, \dots), \delta Y_{P_j} = g(dC_N, \dots). \quad (15)$$

k vyrovnaným súradniciam. Korekcie pre vyrovnané súradnice $\hat{X}_{P_j}, \hat{Y}_{P_j}$ sa môžu určiť na základe rôznych princípov, z ktorých sa najčastejšie používajú metódy s využitím princípu minimalizácie vzdialeností DB_N od P_j , t.j. korelačné väzby medzi týmito bodmi, ako aj iné (Carosio, 1982; Fröhlich, 1987; Schuh, 1987; Sütti et al. 1997), ale sú možné aj priame určenia “upravených” súradníc na transformačnom princípe (Sütti, 1997).

Požiadavky a)-c) je možné považovať za ďalší ukazovateľ kvality (spolu s charakteristikami presnosti včleňovaných bodov a spoľahlivosti príslušnej lokálnej siete) pripojením riešeného včlenenia LBP do NBP. Po ich splnení, aj pripojným spôsobom včlenené nové body do jestvujúcej polohovej siete zabezpečujú jej dobré zhustenie (rozšírenie) pričom aj ich súradnicová poloha bude prispôbená stavu NBP a jej siete v danom priestore.

Numerická analýza

V práci uvedená problematika, t.j. optimálne pripojné včlenenie LBP do NBP bude ilustrovaná pre polohovú trilaterálnu sieť na obr.1, v ktorej majú označenie B1,B2,B3,B8 okolité body NBP (PZBP v dátume S-JTSK), ktoré sa použijú ako pripájacie body pre vyrovnania a označenie P4,P5,P6,P7 majú body LBP, ktoré budú prípojným spôsobom včlenené do ŠTS. Lokálna sieť LBP, v ktorej predpokladáme štandardnú, prijateľnú kompatibilitu DB, bola vyrovnaná s použitím všetkých DB a potom s ich ôsmymi kombináciami (spracovanie A), ktorých výsledky, potrebné pre analýzu heterogenity LBP a NBP sú v tab.1.



Obr.1. Polohová trilaterálna sieť.

Z analýz výsledkov vyplývajú najmä tieto poznatky :

- ❖ v danom prípade aj použitie všetkých 4 DB dáva prijateľnú súradnicovú kompatibilitu DB a nových, včlenených bodov,
- ❖ z použitých kombinácií trojíc DB niektoré sú neprijateľné (napr. 1,2,3) ale existujú aj veľmi vhodné kombinácie (napr.1,2,8 a 2,3,8), pri ktorých sa dosiahla jednak prijateľná presnosť určenia bodov LBP a jednak aj dobrá homogenita nových bodov s nepoužitým DB č.3, resp. č.1,
- ❖ z použitých kombinácií dvojíc DB všetky prezentujú veľmi dobré výsledky presnosti bodov siete, ale nie je tomu tak aj z hľadiska vzájomnej homogenity nového a starého bodového poľa.

Tab.1. Výsledky zo spracovania A (9 riešení) lokálnej polohovej siete s bežnou heterogenitou dátumových bodov.

DB použité na pripojenie	EN	Rozpätie v [mm]	Štand. odchýlky		Súradnicové rozpory na nepoužitých DB max dX _N max dY _N [mm]	
			S _{$\hat{X}$} [mm]	S _{$\hat{Y}$} [mm]		
1,2,3,8	0,0359	0 - 18	6,8	5,6	0	0
1,2,3	0,0237	0 - 15	5,7	4,0	27,6	12,8
1,3,8	0,0344	0 - 16	12,1	7,6	20,9	2,2
1,2,8	0,0313	0 - 20	7,9	5,8	1,0	17,8
2,3,8	0,0302	0 - 15	8,4	6,6	2,0	14,3
2,8	0,0172	0 - 11	6,5	3,9	22,0	18,0
1,3	0,0152	0 - 6	3,7	4,7	20,3	18,8
1,2	0,0223	0 - 15	5,2	6,1	23,7	12,1
2,3	0,0159	0 - 7	3,6	4,6	48,5	21,0

Tab.2. Výsledky zo spracovania B (9 riešení) lokálnej polohovej siete so zvýšenou heterogenitou dátumových bodov.

DB použité na pripojenie	EN	Rozpätie v [mm]	Štand. odchýlky		Súradnicové rozpory na nepoužitých DB max dX _N max dY _N [mm]	
			S _{$\hat{X}$} [mm]	S _{$\hat{Y}$} [mm]		
1,2,3,8	0,1254	0 - 62	19,8	22,1	0	0
1,2,3	0,0997	0 - 58	18,0	22,0	118,0	22,2
1,3,8	0,1013	0 - 54	23,7	30,6	100,3	38,2
1,2,8	0,1012	0 - 66	18,9	22,2	26,5	63,4
2,3,8	0,1037	0 - 57	23,1	26,3	20,8	67,9
2,8	0,0194	0 - 12	14,2	15,6	94,0	64,0
1,3	0,0290	0 - 14	8,1	10,4	87,3	66,0
1,2	0,0851	0 - 59	20,6	24,1	90,0	31,1

2,3	0,0340	0 - 22	17,4	9,3	244,0	115,0
-----	--------	--------	------	-----	-------	-------

Z hľadiska objektívneho pohľadu na problematiku aj v prípade, keď NBP bude charakterizované v danej oblasti so značnou heterogenitou, "zhoršila" sa kompatibilita DB zmenou ich súradníc (voči hodnotám, ktoré sa použili v spracovaní A) o 10 - 20 mm. S týmito súradnicami DB sa vykonali tiež väzbové vyrovnania (spracovanie B), opäť s rovnakými kombináciami DB, ktorých výsledky sú v tab.2 a z ktorej znovu môžeme prijať niektoré závery :

- ❑ v danom prípade použitie všetkých 4 DB nevyhovuje (ani z hľadiska presnosti),
- ❑ zvýšená nekompatibilita DB zapríčinila, že ani s kombináciami trojíc DB sa nedosahuje vyhovujúca presnosť v určení nových bodov a prirodzene ani prijateľná heterogenita medzi novými a starými bodmi,
- ❑ s použitím kombinácií dvojíc DB dajú sa dosiahnuť aj v danej situácii, t.j. s kritickou nekompatibilitou DB prijateľné výsledky v presnosti nových bodov, ale tieto body sú neúmerne vysoko heterogénne vzhľadom k DB z NBP.

Z oboch spracovaní A i B vyplýva :

⇒ zmeny ukazovateľov presnosti určenia nových bodov (EN , s_o^2 , $s_{\hat{x}}, s_{\hat{y}}$) majú rovnaké trendy,

⇒ v zmenách heterogenity sa neprejavujú žiadne trendy.

Zo spracovania B, veličiny A , C^0 , $L-L^0$ v porovnaní s ich hodnotami zo spracovania A, dávajú nasledujúce rozdiely :

- ❑ koeficienty v matici A sú zmenené o hodnoty $|0.0002|$ a menšie, t.j. vzhľadom na hodnoty koeficientov ide o ich relatívnu nepresnosť 1:5000 až 1:50000,
- ❑ približné súradnice sú zmenené v rozpätí $|5 - 71|$ mm,
- ❑ redukované hodnoty observácií $L-L^0$ sú zmenené o hodnoty v rozpätí $|1 - 106|$ mm.

Všetky tieto zmeny sú vyvolané krajne nekompatibilnými súradnicami bodov NBP, ktorých pôsobenie vyúsťuje do situácie, keď žiadnu kombináciu DB nie je možné prijať ako dobré prípojné riešenie lokálnej siete. I keď aj v takom prípade by niektoré kombinácie mohli viesť k prijateľnému riešeniu na základe presnostných a spoľahlivostných ukazovateľov, tretí ukazovateľ - hodnoty dC_N budú vždy nevyhovujúce.

Z uvedených výsledkov, tak ako to vyplýva aj z ďalších praktických uplatnení tejto analýzy, môžeme prijať dva všeobecne platné závery :

- ❖ neprijateľne veľká diskompatibilita DB zhoršuje stochastické prvky prípojného riešenia, najmä neprimerane zväčšuje opravy vo vyrovnaní a tiež vytvára neúnosnú heterogenitu medzi LBP a NBP. V takom prípade nie je možné prípojným spôsobom včleňovania dosiahnuť potrebnú kvalitu siete,
- ❖ čím menší počet DB sa použije na pripojenie, tým je lepšia presnosť určovaných nových bodov, avšak tento trend medzi počtom DB a veľkosťou rozporov dC_N neplatí.

Podobné výsledky, s naznačenými poznatkami a závermi, sa prejavujú všeobecne pri prípojných včleneniach LBP s rôznymi sieťovými štruktúrami.

Tieto súhrnné závery pravda nemôžu byť absolútne platné pre akúkoľvek situáciu včleňovania, majú však preukázateľný charakter trendov, t.j. vo väčšine prípadov sú tieto závery smerodajné.

Záver

Kvalita 2D prípojného včleňovania LBP do NBP, musí byť okrem vyhovujúcej presnosti nových určovaných bodov a spoľahlivosti siete LBP, charakterizovaná aj dobrou súradnicovou homogenitou medzi včlenenými a jestvujúcimi bodmi. Kým na charakterizovanie presnosti a spoľahlivosti máme známe ukazovatele, posúdenie kvality homogenity nových a jestvujúcich bodov nebolo doteraz súčasťou komplexného charakterizovania kvality pripojených sietí. Práca prezentuje metódu numerickej analýzy pre väzbové vyrovnania, ktorou sa dá aj pri tomto spôsobe včleňovania LBP vytvoriť a charakterizovať prijateľná heterogenita oboch bodových polí. Postup je možné aplikovať už pri príprave projektu siete ako vhodný optimalizačný postup overenia a selekcie najvhodnejších DB na pripojenie a prirodzene tiež v rámci spracovania zameraných sietí. Tento postup identifikuje konkrétne príčiny horšej homogenity a tým aj horšej kvality pripojenej siete, čo umožňuje príslušné príčiny eliminovať. Teda, ak v sieti LBP vykonáme presné, kvalitné merania (malé hodnoty EN , s_o^2 , $s_{\hat{x}}, s_{\hat{y}}$) a určíme uvedenou analýzou najvhodnejšie pripájacie body z NBP, ktoré neznehodnotia v rámci spracovania presnosť meraní, môžeme aj prípojnou metódou včleňovania dosiahnuť rovnakú kvalitu siete ako pri transformačnom včlešení. Uvedený postup je aplikovateľný, s malými úpravami, aj pre prípojný spôsob včleňovania 1D (napr. výškových) a 3D sietí.

Literatúra

- Bähr, H.G.: Zum Ausgleichungsverfahren bei der Ergänzung bestehender geodätischer Netze. *Veröff. d. Deutschen Geodät. Komm., R.C, H.187, München 1973.*
- Bill, R.: Eine Strategie zur Ausgleichung und Analyse von Verdichtungsnetzen. *Veröff. d. Deutschen Geodät. Komm., R.C, H.295, München 1984.*
- Carosio, A.: Robuste Ähnlichkeitstransformation und Interpolation nach dem arithmetischen Mittel. *Vermessung, Photogr. und Kulturtechnik*, 96 (1982), 6, 196 - 200.
- Caspary, W.F.: Concepts of Network and Deformation Analysis. *The University of New South Wales, Kensington, Monograph No.11, 1988.*
- Dobeš, J. et al.: Presné lokálne geodetické siete. *Edícia VÚGK Bratislava, Rad 8, 1990.*
- Fröhlich, H.: Die Verteilung von Restklaffungen im Modell multiquadratischer Funktionen. *Vermessungsingenieur*, 28 (1987), 3, 117 - 119.
- Grafarend, E.W., Sansó, F.: Optimization and Design of Geodetic Networks. *Springer, Berlin 1985.*
- Grafarend, E.W., Schaffrin, B.: Von der statischen zur dynamischen Auffassung geodätischer Netze. *Zeitsch. f. Verm. Wesen*, 113(1988), 2, 79 - 103.
- Kubáček, L.: Efficient estimates of points in a net constructed in stages. *Studia geophysica et geodaetica*, 15 (1971), 246 - 252.
- Kukuča, J.: Eficientné vyrovnanie trigonometrickej siete. *Geodet. a kartograf. obzor*, 22/64 (1976), 10, 274 - 278.
- Nickerson, B.G., Knight, W.R. and Caldwell, A.R.: Horizontal Geodetic Network Densification. *The Canadian Surveyor*, Vol.40, No.1, Spring 1986, 13 - 22.
- Pecár, J.: Porovnanie niekoľkých typov optimálnych plánov polohovej siete. *Geodet. a kartograf. obzor*, 31/73 (1985), 12, 303 - 308.
- Pelzer, H.: Dynamische oder hierarchische Netze? In: Pelzer, H. (Hrsg.): *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung I*, 399 - 411.
- Sabová, J.: Lokálne geodetické siete s polárnou štruktúrou. *Dokt. diz. práca, TU Košice 1996, 143 s.*
- Sabová, J.: Využitie lokálnych geodetických sietí s koncentrovanou observačnou štruktúrou. *Acta Montanistica Slovaca*, 3 (1998), 1, 51 - 54.
- Schädlich, M.: Hierarchische Netzverdichtung mit Pseudo-Beobachtungen. *Vermessungstechnik*, 35 (1987), 1, 10 - 12.
- Schuh, W.D.: Punkttransformationen unter Berücksichtigung lokaler Klaffungs-verhältnisse. *Österr. Zeitsch. f. Verm. und Photogrammetrie*, 75 (1987), 3, 104 - 121.
- Skejvalas, J.M.: Ispol'zovanie uslovnoj nevjazki pri uravnavanii geodezičeskich setej. *Geodezijos darbai, Vilnius*, 1986, 14, 29 - 34.
- Sütti, J., Weiss, G., Šadera, M., Gašinec, J.: Interpretácia a riešenie súradnicových rozporov pri transformáciách. *Práce Katedry geodézie a geofyziky F BERG TU Košice č.3, Košice 1997.*
- Sütti, J.: Bezrozporové geodetické transformácie. *Acta Montanistica Slovaca*, 2 (1997) 1, 1-10.
- Sütti, J.: O kompatibilitě geodetických sietí. In: *Zborník "Aktuálne problémy inžinierskej geodézie"*, SvF STU Bratislava 1996, 24 - 31.
- Talich, M.: Požadovaná přesnost v určení přibližných souřadnic při vyrovnání polohových geodetických sítí. *Geodet. a kartograf. obzor*, 33/75 (1987), 10, 267 - 272.
- Vaniček, P. and Lugoe, F.N.: Rigorous Densification of Horizontal Network. *Journal of Surveying Engineering*, Vol.112, No.1, June 1986, 18 - 29.
- Wolf, H.: Zur Praxis der Punkteinschaltungen. *Allgem. Verm. Nachrichten*, 86(1984), 11-12, 432 - 436.