



Modelovanie tepelného toku v zemskej kôre

Pavol Rybár¹, Štefan Kuzevič¹, Mária Rybárová², Michal Maras³ a Juraj B. Ďurove³

Modeling of heat flow in Earth's Crust

The paper deals with the modeling of the heat flow in the Earth's crust. The used three-dimensional model utilizes the computer environment where the rock masses are modeled by the set of basic structural elements placed in the orthogonal co-ordinate system x, y, z , while the basic structural element is a cube with a chosen size.

The physical notion of the diffusion is utilized for modeling the potential's flow from places with higher value of potentials to the surrounding rock masses. With the help of coefficients of diffusion k_x, k_y, k_z , representing the ability of transmission of the thermal energy being present in the basic structural element of the rock to the adjacent structural elements of the rock model, it is possible to model isotropic, anisotropic, or heterogeneous properties of the modeled rock masses, as well as the properties of spreading the heat in this environment.

Key words: geothermal energy, heat flow, rock masses, diffusion, computer modeling.

Úvod

Hospodársky a sociálny rozvoj spoločnosti je spojený so vzostupným trendom spotreby elektrickej a tepelnej energie, ktorej pokrytie sa odráža v spotrebe prírodných surovínových zdrojov. Slovensko disponuje iba s obmedzenými energetickými zdrojmi a tieto sa zabezpečujú dovozom. Z toho dôvodu je eminentný záujem efektívne a ekologicky únosne využívať vlastné aj dovážané energetické suroviny, racionalizovať spotrebu energie a využívať obnoviteľné a netradičné zdroje energie. Energetická koncepcia SR medzi obnoviteľné a netradičné energetické zdroje zahŕňa využitie lesnej biomasy, energie malých vodných elektrární, geotermálnej energie, slnecnej a veternej energie, bioplynu z komunálneho a priemyselného odpadu, ako aj energie odpadového tepla. Energetický potenciál týchto zdrojov predstavuje približne 4% potenciálu primárnych energetických zdrojov využiteľných v roku 2005, resp. 2010, t. j. asi 40000 TJ.r⁻¹.

Energetická koncepcia SR schválená uznesením vlády SR č. 562/1993 uvádza na prvých miestach z obnoviteľných zdrojov energie v najbližšom období predovšetkým s využitím lesnej biomasy (29%) a geotermálnej energie (18%). Celkový potenciál predpokladaných využiteľných zdrojov geotermálnej energie podľa tejto správy je 5200 MW_t a získavanie tejto energie sa má sústrediť predovšetkým na košickú, popradskú a lipovskú kotlinu, ako aj na Centrálnu depresiu Podunajskej panvy, Levickú kryhu s očakávaným energetickým výkonom 335 MW_t.

Tepelný tok

Na zemskej povrchu merateľný tepelný tok q svedčí o vysokom tepelnom potenciále zemskej kôry. Na mnohých miestach zemskej kôry bola nameraná hustota tepelného toku q . Priemerná hodnota q na kontinentoch sa pohybuje v rozmedzí $q = 50$ až 70 mW.m^{-2} , v oceánoch $q = 54$ až 75 mW.m^{-2} . Celková priemerná hodnota celého povrchu Zeme je rovná $q = 62,3 \text{ mW.m}^{-2}$. Celková tepelná strata Zeme odpovedajúca hustote tepelného toku je $30,6 \times 10^{12} \text{ W}$.

Vnútorne zdroje tepelnej energie

Táto tepelná strata Zeme je podľa (Mareš, 1990) kompenzovaná vnútornými zdrojmi tepelnej energie, medzi ktoré patrí predovšetkým teplo uvoľnené samovoľným rozpadom rádioaktívnych prvkov, tzv. rádiogénne teplo. Ostatné vnútorné zdroje nesaturujú vo významnejšej miere žiarenie Zeme do vesmíru. Tieto zdroje pochádzajú z uvoľňovania tepla pri:

- geochemických exotermických reakciách,
- stlačení spodných vrstiev gravitačnou silou nadložia (gravitačné teplo),
- gravitačnej diferenciacii (Bukovanský 1990),
- tektonických pohyboch (Bukovanský, 1987),
- pohlcovaní energie seizmických vln, a pravdepodobne je to aj počiatkové teplo Zeme, ktoré dnes Zem už len pasívne vyžaruje.

¹ Prof. Ing. Pavol Rybár, CSc. Katedra ropného inžinierstva a využitia zemskej kôry FBERG, Park Komenského 19, 043 84 Košice

¹ Ing. Štefan Kuzevič. Katedra ropného inžinierstva a využitia zemskej kôry FBERG, Park Komenského 19, 043 84 Košice

² Mgr. Mária Rybárová. Katedra fyziky FEI, Park Komenského 11, 043 84 Košice

³ Doc. Ing. Michal Maras, CSc. Katedra dobývania ložísk a geotechniky FBERG, Park Komenského 19, 043 84 Košice

³ Doc. Ing. Juraj B. Ďurove, CSc. Katedra dobývania ložísk a geotechniky FBERG, Park Komenského 19, 043 84 Košice
(Recenzovali: Prof. Ing. Félix Sekula, DrSc. a Ing. Vítazoslav Krúpa, CSc.)

Rozpad rádioaktívnych látok

Pri štúdiu vplyvu rozpadu rádioaktívnych látok je možné sa obmedziť na urán (izotop ^{235}U a ^{238}U), tórium (^{232}Th) a rádioaktívny izotop draslíka (^{40}K). V prípade uránu a tória ide o vzácne prvky, ktoré len zriedka vytvárajú významné ložiská. Naproti tomu sú, aj keď vo veľmi nízkych koncentráciách, obsiahnuté takmer vo všetkých horninách, vo vode svetových morí, a dokonca aj v atmosfére. Jeden kilogram horniny, v ktorej je prítomné nepatrné množstvo uránu 1ppm, čo je ekvivalent $10^{-4}\%$ U vyprodukuje za rok energiu $3,06 \cdot 10^{-3}\text{J}$. Jedno ppm Th vygeneruje v rámci svojho rádioaktívneho rozpadu energiu $0,84 \cdot 10^{-3}\text{J}$. Pretože medzi obsahom U a Th existuje v prírode pomer približne 1:3,5 (zvlášť u stredne kyslých a bázických horninových typov), považuje sa tepelná produkcia U a Th za približne rovnocennú (Mareš, 1990). Draslík K je jedným z 10 najrozšírenejších prvkov na Zemi a ako taký tvorí dôležitú zložku bežných horninotvorných minerálov (K-živce, sludy, ílové minerály apod.). Tepelná produkcia 1 % draslíka v 1 kilograme horniny (spôsobená však iba rozpadom izotopu ^{40}K , ktorý tvorí iba 0,013 % prírodného K) je $1,13 \cdot 10^{-3}\text{J}$ za rok. Podľa mnohých autorov (Mareš, 1990; Gruntorád, 1985) stačí táto energia pokryť takmer všetky tepelné straty Zeme.

Vonkajšie zdroje

Z vonkajších zdrojov energie, ktoré pôsobia na planétu Zem, je to predovšetkým energia slnečného žiarenia, ktorá ovplyvňuje tepelné pomery v celom systéme Zem - atmosférický obal. Ak sa vezmú do úvahy všetky zložky slnečného žiarenia z celého rozsahu spektra (t.j. vrátane neviditeľnej oblasti), je celkové množstvo žiarivej energie dopadajúce každú sekundu na 1 m^2 povrchu Zeme približne $0,14\text{ J}$ (tok slnečnej žiarivej energie $q' = 140\text{ mW}\cdot\text{m}^{-2}$), čo viac ako dvojnásobne prevyšuje tok z vnútra Zeme k povrchu.

Pri pohľade zo vzdialenosti niekoľko tisíc kilometrov na systém tvorený planétou Zem a jej atmosférickým obalom, je energetický výstup v radiačnej forme, ktorý však nie je identický so vstupnou radiačnou formou pochádzajúcou zo Slnka. Systém Zem – atmosférický obal vyžaruje do okolitého vesmíru žiarenie v dvoch vlnových dĺžkach:

- krátkovlnné (s prevahou vlnovej dĺžky modrej farby), ktoré je dôsledkom odrazeného, prijímaného a transformovaného slnečného žiarenia v jednotlivých prvkoch systému,
- dlhovlnné – generované vnútornou energiou Zeme, takže celková tepelná bilancia systému Zem – atmosférický obal je vyrovnaná.

Teplotné pole Zeme

Ako dokazujú geologické prieskumné diela, teplota s hĺbkou pod zemským povrchom narastá. Nárast teploty s hĺbkou je charakterizovaný geotermickým gradientom G , ktorý vyjadruje prírastok teploty na jednotku hĺbky ($^{\circ}\text{C}\cdot\text{m}^{-1}$, $^{\circ}\text{C}\cdot\text{km}^{-1}$) alebo menej často prevrátenou hodnotou, t. j. geotermickým stupňom, ktorý vyjadruje nárast hĺbky na 1°C ($\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}^{-1}$).

Zmena teploty s pribúdajúcou hĺbkou bola pozorovaná v geologických prieskumných dielach maximálne do hĺbky 12 km pod zemským povrchom. Na utvorenie predstavy o teplotnom poli vo veľkých hĺbkach, je potrebné poznať základné údaje o teplotnom vývoji Zeme. Súčasné rozloženie teplôt je totiž vzhľadom k veľkej zotrvačnosti tepelného poľa Zeme do značnej miery ovplyvnené jej minulosťou.

Hustota tepelného toku

Hustota tepelného toku q udáva množstvo tepla, ktoré prechádza jednotkovou plochou na zemskom povrchu za jednotku času a charakterizuje tak tepelné hospodárenie Zeme v danom mieste. Pri hodnotení väzby tepelného poľa na hlbšiu stavbu kôry a vrchného plášťa je táto veličina oveľa reprezentatívnejšia ako teplota alebo teplotný gradient (Tománek a Bukovanský, 1995).

V jednotlivých vývojových štádiách Zeme sa priemerná hustota tepelného toku na povrchu menila, maximálne hodnoty dosahovali tepelné toky pravdepodobne v dobe gravitačnej diferenciacie hmoty. Pre súčasné stanovenie hustoty tepelného toku v danom mieste je potrebné čo najpresnejšie poznať geotermický gradient. Ten sa určuje z teplotných záznamov $\vartheta = f(h)$ vrtov z hĺbok $h=400$ až 500 m . Výnimočne sú využívané aj teplotné gradienty merané v hlbokých banských dielach (tu je totiž teplotné pole obvykle porušené cirkuláciou vzduchu vyvolaného vetracím systémom).

Prístroje, ktoré sa v súčasnosti používajú na meranie teploty, sú založené výlučne na princípe elektrických odporových termometrov s absolútnou presnosťou $0,1^{\circ}\text{C}$, citlivosťou až $0,001^{\circ}\text{C}$. Kontrola sa prevádza maximálnymi ortuťovými teplomermi. Pretože teplotný režim v okolí vrtu je značne narušený cirkuláciou výplachovej kvapaliny, je potrebné teplotné merania pre tieto ciele uskutočniť až po dosiahnutí ustáleného stavu, t. j. za týždeň až mesiace po dokončení vrtných prác. Okrem toho treba vopred vylúčiť všetky vrty, v ktorých je teplotné pole porušené vertikálnym pohybom podzemnej vody z jedného zvodneného kolektoru do druhého. Súčiniteľ tepelnej vodivosti sa určuje laboratórne na reprezentatívnych vzorkách hornín, vynesenej ako vrtné jadro na povrch.

Mapy hustôt tepelného toku poskytujú predstavu o jeho priestorových zmenách. Majú veľký význam pre riešenie otázok stavby zemskej kôry i vrchného plášťa. Spolu s mapou anomálií tiažového zrýchlenia, výsledka-

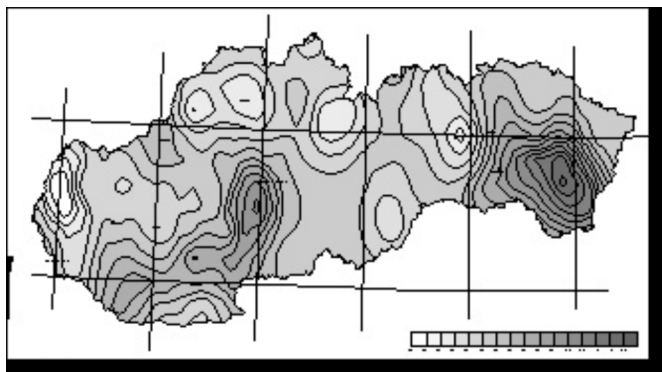
mi hlbinej seizmickej sondáže, údajmi magnetotelurického sondovania pomáhajú získať ucelený obraz o tektonickej polohe a aktivite jednotlivých geologických regiónov a o hĺbke významných fyzikálnych rozhraní (Mohorovičičovej diskontinuity, nízkorychlostnej vrstvy vo vrchnom plášti).

Z máp hustôt tepelného toku možno odvodiť:

- pravdepodobný priebeh teplôt až do hĺbok 400 km pre predpokladanú závislosť $\lambda = f(h)$ (Clark a Ringwood, 1964),
- údaje o tepelnom toku a teplotách na hranici kôra-plášť pri znalosti pravdepodobného rozloženia zdrojov rádiogénneho tepla (Čermák, 1980),
- hrúbka litosféry na základe extrapolácie teplôt do hĺbky (Čermák, 1980).

Hustoty tepelného toku q vykazujú všeobecne nepriamu koreláciu s vekom základných tektonických jednotiek a s hrúbkou kôry. V mapách hustôt tepelného toku sa vyznačujú najnižšími, pomerne vyrovnanými hodnotami q oblasti pevninských štítov s najvyššou mocnosťou kôry (napr. baltský a ukrajinský štít - $q < 40 \text{ mW.m}^{-2}$), ďalej staré platformné sedimenty (napr. východoeurópska platforma, $q < 50 \text{ mW.m}^{-2}$). Vyššie hustoty tepelného toku možno pozorovať v zvrásnených paleozoických formáciách (kaledonidy, variscidy, $q < 60 \text{ mW.m}^{-2}$), ďalej v mladších pásmových pohoriach (Alpy, Karpaty, Kaukaz, $q < 80 \text{ mW.m}^{-2}$). Anomálnymi hodnotami sa prejavujú oblasti terciérneho a mladšieho vulkanizmu, riftovej zóny a hlboko založené tektonické zóny, ďalej oblasti mladších terciérnych paniev s malou mocnosťou zemskej kôry (napr. Panónska nížina, $q > 100 \text{ mW.m}^{-2}$). Oblasti výrazných horizontálnych gradientov q veľmi dobre korelujú s oblastami zvýšenej seizmicity. Sú to predovšetkým oblasti styku pevninských platní, kde vznikajú zemetrasenia s hlboko založenými hypocentrami.

Tieto všeobecné zákonitosti sa odrážajú aj v mape hustôt tepelného toku Slovenska. Vôbec najvyššie hustoty tepelného toku boli na území Slovenska pozorované na juhovýchodnom Slovensku v Potiskej nížine ($q = 100 \text{ mW.m}^{-2}$), vyplnenej mladými terciérnymi sedimentmi.



←

Obr.1. Mapa povrchového tepelného toku na území Slovenskej republiky (Kuzevič, 1997).

Mapy hustôt tepelného toku majú veľký význam i z národohospodárskeho hľadiska, pretože zóny zvýšenej geotermickej aktivity sú indikátorom pre vyhľadávanie zdrojov geotermálnej energie. Ak sa vezmú do úvahy súčasné ceny vrtných prác, potom ekonomicky využiteľné zdroje môžu byť získané iba z oblastí, kde $q > 80 \text{ mW.m}^{-2}$ (Mareš, 1990; Gruntorád, 1985).

Fyzikálne vlastnosti hornín a ich vplyv na prenos tepla

V izotropnom homogénnom prostredí je vedenie tepla určované jedinou konštantou, t.j. mernou teplotou vodivosti λ (súčiniteľom tepelnej vodivosti). V sústave SI je jednotkou tepelnej vodivosti $\text{W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$. Všeobecne je táto konštanta funkciou teploty, tlaku, mineralogického zloženia, pórovitosti a nasýtenia pórov vodou. V anizotropných látkach má súčiniteľ tepelnej vodivosti tri zložky, charakterizujúce schopnosť materiálu viesť teplotu v troch na seba kolmých smeroch. (Mareš, 1990)

Pretože pri interpretácii teplotných dát je dôležité vedenie tepla vo veľkých objemoch, v ktorých sú (hlavne u vyvrelých hornín) kryštály orientované náhodne a je určený vzťah medzi priemerným teplotným gradientom a priemernou tepelnou vodivosťou, možno na väčšinu hornín hľadiť ako na izotropné prostredie. Najčastejšie prebieha výnos tepla vo zvislom smere, t. j. v smere hĺbenia vrtu a merané vzorky hornín sú tiež takto orientované, vystačíme obvykle s tepelnou vodivosťou v smere osi z (Gruntorád, 1985).

Medzi najlepšie vodiče tepla z najrozšírenejších minerálov patrí kremeň ($\lambda = 8,37 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$), z hornín kvarcit, dolomit, anhydrit a kamenná soľ ($\lambda = 4,19$ až $6,28 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$). Najhoršími vodičmi tepla medzi minerálmi sú sludy ($\lambda = 0,5$ až $2,0 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$), z hornín hlíny, ílovce ($\lambda = 0,42$ až $0,84 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$). Väčšina hornín, tvoriacich základnú hmotu zemskej kôry, má tepelnú vodivosť v rozmedzí $2,09$ až $4,19 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ a väčšinou nevykazujú zreteľnú anizotropiu okrem hornín, na ktorých je foliácia jednoznačná (fylity, ruly, svory).

Prenos tepla v prostredí

Prenosom tepla sa označuje prenos energie z oblasti s vyššou teplotou do chladnejších oblastí. V zásade sa rozlišujú tri základné spôsoby prenosu tepla, a to vedením (kondukciou), prúdením (konvekciou) a žiarením (radiáciou).

Prenos tepla vedením súvisí s tepelným pohybom so vzájomným energetickým pôsobením molekúl, atómov, iónov a elektrónov. Teplo sa prenáša vedením nielen v tuhých, ale i v kvapalných a plyných látkach, ale u pevných látok je jediným mechanizmom prenosu tepla.

Prenos tepla konvekciou je možný iba v prostredí, ktoré umožňuje prúdenie. Pohybujúca sa tekutina pritom odovzdáva alebo odoberá teplo z povrchu okolitých telies. Sledovaným povrchom je obvykle povrch telesa pevného, ale môže ním byť aj plocha dotyku dvoch kvapalín, prípadne kvapaliny a plynu. (Tománek et al., 1989).

Prenos tepla žiarením sa uskutočňuje prostredníctvom elektromagnetického vlnenia. Tepelná energia telesa sa mení na elektromagnetické vlnenie, ktoré sa šíri priestorom, je pohlcované povrchom ostatných telies, kde sa opäť premení na tepelnú energiu. Na rozdiel od predchádzajúcich dvoch spôsobov prenosu tepla nie je žiarenie viazané na hmotné prostredie, môže prebiehať aj vo vákuu (Rédr et al., 1991).

Prenos tepla vedením

Každá častica v horninovom prostredí kmitá okolo svojej rovnovážnej polohy, ktorá je daná jeho zaradením do kryštalickej mriežky minerálu. Pritom pohyblivejšie atómy v teplejších častiach horninového prostredia odovzdávajú svoju energiu atómom v chladnejších častiach prostredia. Energia kmitov kryštalickej mriežky má podľa kvantovej teórie diskretný charakter, jej kvantá sa nazývajú fonóny a sú formálne analogické s fotónmi v kvantovej elektrodynamike. Preto sa tento druh tepelnej vodivosti často nazýva vodivosťou fonónovou.

Pre vyšetrenie teplotného poľa vo väčších hĺbkach je potrebné poznať závislosť λ na teplote a tlaku. Všeobecne platí, že súčiniteľ tepelnej vodivosti s pribúdajúcou hĺbkou spočiatku klesá. V zemskej kôre obvykle postačuje vzťah

$$\ddot{\epsilon} = (A + B)^{-1} \quad (1)$$

kde A, B sú experimentálne zistené konštanty.

Vzťah (1) svedčí o tom, že závislosť λ na hĺbke je určená predovšetkým závislosťou λ na teplote ϑ . To potvrdzujú aj laboratórne merania tepelnej vodivosti hornín za rôznych teplôt. Tie okrem iného dokazujú aj to, že hodnoty tepelnej vodivosti rôznych horninových typov sa k sebe navzájom s narastajúcou teplotou približujú. To dovoľuje dobre odhadnúť priemernú tepelnú vodivosť spodných vrstiev zemskej kôry $\lambda = 2,09 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$.

Prenos tepla v horninovom prostredí konvekciou

Prenos tepla konvekciou je vyvolaný pohybom hmôt vlastného prostredia. Rozoznávame dva druhy konvekcie - prirodzenú a vynútenú. V prípade prirodzenej konvekcie sa hmota premiestňuje výlučne v dôsledku teplotných rozdielov v rôznych miestach sústavy a tým vzniknutých hustotných rozdielov. Intenzita konvekcie pritom narastá so vzrastajúcim rozdielom teplôt, súčiniteľom tepelnej vodivosti prostredia, objemovou rozťažnosťou a klesá so vzrastajúcou viskozitou. Tento spôsob prenosu tepla sa uplatňuje v plášti, kde sa hmota nachádza v čiastočne plastickom stave. Tento spôsob prenosu tepla sa uplatňuje aj u hrubozrnných poréznych priepustných sedimentárnych hornín, kde dochádza k prirodzenej konvekcie podzemnej vody. Veľkosť prenosu tepla v týchto horninách v porovnaní s konduktívnym prenosom je zanedbateľná, porovnateľná by bola iba pri teplotnom gradiente 3 až 4 °C m⁻¹. Také podmienky sa však v prírode nevyskytujú. Významnejšie sa však prirodzená konvekcia uplatní pri pohybe vody pozdĺž hlbokých zlomových systémov, kde sa dostáva termálna voda až k povrchu a môže tak výrazne ovplyvniť teplotné pomery v bezprostrednom okolí zlomového systému.

Počítačový model tepelného toku v horninovom prostredí

Pre modelovanie tepelného toku v zemskej kôre je využitý program LITHO JET (Rybár et al., 1997), ktorý bol pôvodne vyvinutý pre účely modelovania rozpojovania horninového prostredia tavením hornín. Požiadavky na model boli natoľko náročné, že model sa s úspechom používa na simuláciu mnohých procesov prebiehajúcich v horninovom prostredí v definovanom časovom výseku.

V trojrozmernom modeli je horninový masív modelovaný množinou základných stavebnicových prvkov umiestnených v pravouhlom súradnicovom systéme x, y, z , pričom základným stavebnicovým prvkom je kocka so zvoleným rozmerom. Všetky vlastnosti charakterizujúce základný stavebnicový prvok sú vzťahované do geometrického stredu základného stavebnicového prvku, ktorý sa označuje ako uzol.

Matematicky je proces šírenia sa tepla v horninovom masíve modelovaný parciálnou diferenciálnou rovnicou:

$$\frac{\partial J_x}{J_x} + \frac{\partial J_y}{J_y} + \frac{\partial J_z}{J_z} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (2)$$

kde: c je potenciál, t je čas, a $J_K = k_{\epsilon} \frac{\partial c}{\partial \ddot{\epsilon}}$, kde k_{λ} je koeficient difúzie v smere λ .

Fyzikálna predstava difúzie je tu využitá pre modelovanie prúdenia potenciálov z miest s vyššími hodnotami potenciálov smerom do okolitého horninového masívu. Koeficienty difúzie k_x, k_y, k_z reprezentujú schopnosť

prenosu tepelnej energie prítomnej v základnom stavebnicovom prvku horniny do susedných stavebnicových prvkov modelu horniny.

Ak sa uvažuje o horninovom masíve ako o izotropnom prostredí, potom všetky tri koeficienty difúzie sú konštanty

$$k_x = k_y = k_z.$$

V prípade anizotropného horninového masívu sú hodnoty k_x a k_y a k_z konštantné pre všetky stavebnicové prvky modelu, ale

$$k_x \neq k_y \neq k_z.$$

Heterogénny horninový masív je možné modelovať rôznymi hodnotami koeficientov difúzie v každom základnom stavebnicovom prvku modelu.

Priestorové vymedzenie modelovanej časti horninového masívu pre účely modelovania procesu šírenia sa tepla v horninovom prostredí s $10 \times 10 \times 10$ uzlov, pri ich vzdialenosti 10 m, čím je dosiahnutý rozmer každého základného stavebnicového prvku, $10 \times 10 \times 10$ m.

Jeden modelovaný časový krok zodpovedá jednej iterácii pri numerickom riešení diferenciálnej parciálnej derivácie. Za jeden časový krok sa teplo rozšíri do najbližších susedných stavebnicových prvkov modelu. Matematický výraz berúci do úvahy časový faktor šírenia sa tepla do okolitej horniny je nasledovný (z titulu skrátenia zápisu je rovnica uvádzaná pre dvojrozmerný priestor a izotropné horninové prostredie s jedným koeficientom difúzie):

$$U_{i,j,t+1} = \left\{ U_{i,j,t} + \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \cdot k_{i,j,t} \left(U_{t,i,j+1} + U_{t,i,j-1} + U_{t,i+1,j} + U_{t,i-1,j} - 4U_{i,j,t} \right) \right\} \quad (3)$$

kde U je množstvo tepla v základnom stavebnom prvku modelu horniny v danom časovom kroku,

Δt a Δx reprezentujú mieru diskretizácie priestoru a času,

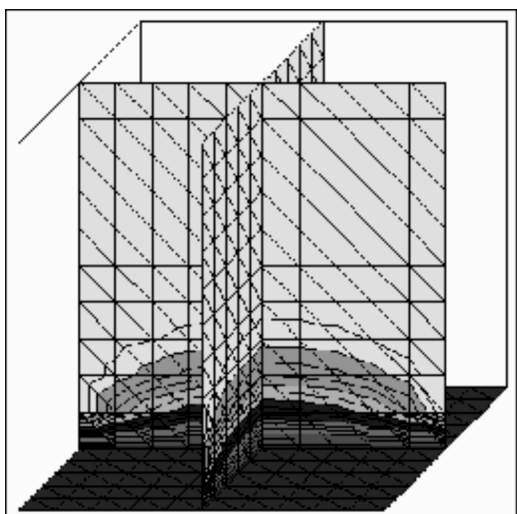
t a $t+1$ sú dva po sebe nasledujúce časové kroky,

k_x reprezentuje koeficient difúzie pre obidve súradnice x a y dvojrozmerného modelového priestoru.

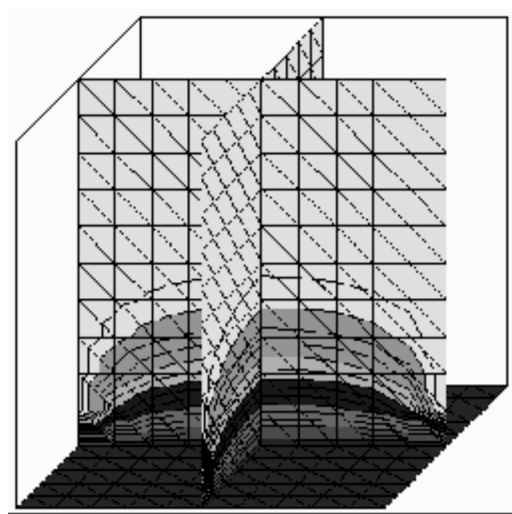
Modelové štúdie

Tepelný tok je modelovaný v homogénnom, alebo anizotropnom prostredí v priestore tvorenom $10 \times 10 \times 10$ uzlov, pri ich vzájomnej vzdialenosti 10 (modelová štúdia 1 a 2) a 100 m (modelová štúdia 3 a 4).

1. *Modelová štúdia*, kde spodová plocha modelovaného priestoru ($z = 0$, $x = \infty$, $y = \infty$) predstavuje rovinný tepelný zdroj, z ktorého sa do nadložia šíri tepelná energia. Na začiatku modelovania je teplota horninového masívu do ktorého teplo preniká z hlbšie umiestneného tepelného generátora 20°C a teplota tepelného zdroja je 100°C . Modelovaný horninový masív je homogénny s hodnotou difúzných koeficientov $k_x = k_y = k_z = 0,1$. Na obr. je uvedený výsledok modelovania tepelného toku po 100 (obr. 2) a po 800 (obr. 3) časových krokoch. Deformácia izolínií smerom ku okrajovým uzlom je daná použitou numerickou metódou pre riešenie parciálnej diferenciálnej rovnice v krajových uzloch. Pri modeli s rozmermi napr. $100 \times 100 \times 10$ uzlov (10 smerom do výšky), by tento efekt opäť postihol len okrajové uzly, takže izolínie by boli v prevažnej časti modelu rovnobežné so spodovou hranou modelu.

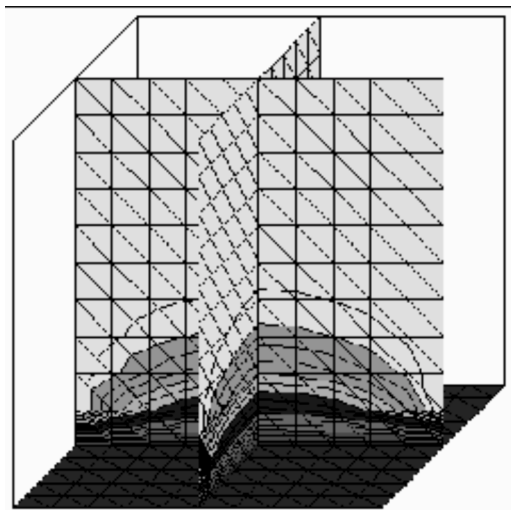


Obr.2. Modelová štúdia 1 – grafické zobrazenie modelovania po 100 časových krokoch.

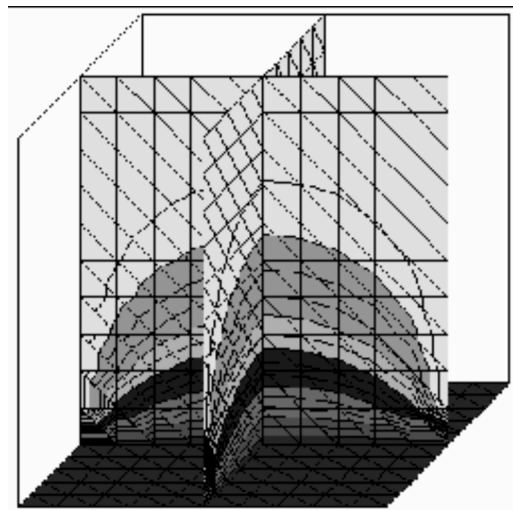


Obr.3. Modelová štúdia 1 – grafické zobrazenie modelovania po 800 časových krokoch.

2. *Modelová štúdia* je podobná ako v prípade 1, ale horninový masív je anizotropný, kde je anizotropia daná nasledovnými koeficientmi anizotropie: $k_x = k_y = 0,2$; $k_z = 1,0$. Na obr. 4 je zobrazená situácia po 100 modelových časových krokoch a na obr. 5 po 500 časových krokoch. Vyššia hodnota koeficientu difúzie v smere osi z (vo vertikálnom smere) umožnila preniknúť tepelnej energii do vyšších vrstiev modelovanej časti zemskej kôry po 500 časových krokoch, ako tomu bolo v prípade 1 po 800 časových krokoch. Pričom dĺžka modelovaného časového kroku je v oboch prípadoch rovnaká.

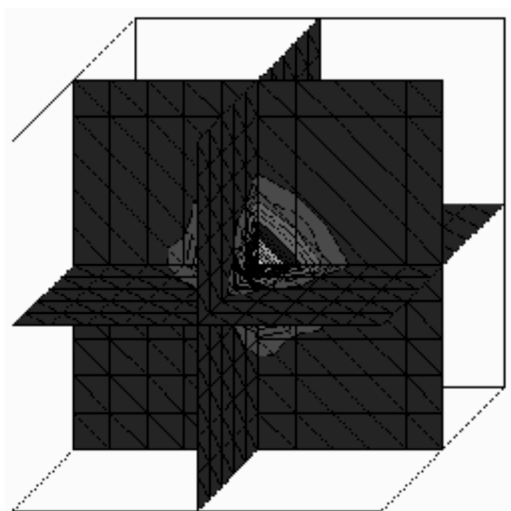


Obr.4. Modelová štúdia 2 – grafické zobrazenie modelovania po 100 časových krokoch.

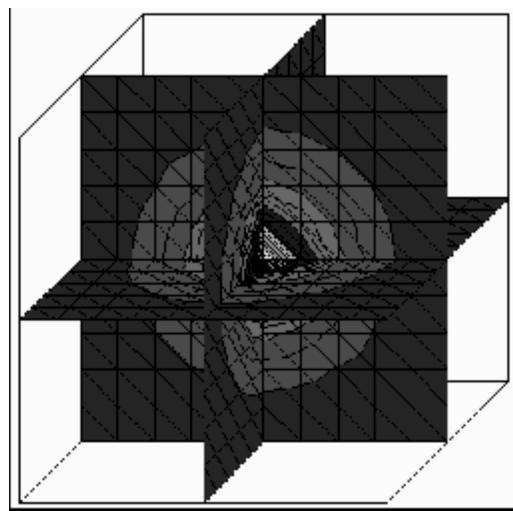


Obr.5. Modelová štúdia 2 – grafické zobrazenie modelovania po 500 časových krokoch .

3. *Modelová štúdia*, ktorá hľadá odpoveď na otázku vzniku studenej bubliny a jej šírenia sa v priestore, ak do tepelného rezervoáru je reinjektovaná studená geotermálna voda, ktorej teplo bolo na zemskom povrchu odobraté vo výmenníku tepla. Takáto situácia vzniká pri ťažbe geotermálnej vody dvojrvtom, kde jeden vrt je ťažobný a druhý reinjektážny. Modelovaný horninový masív je homogénny s hodnotou difúzných koeficientov $k_x = k_y = k_z = 1$. Bodový zdroj ochladzovania je umiestnený v strede modelovaného priestoru, teplota modelovaného horninového prostredia je 100°C a teplota reinjektovanej geotermálnej vody je 25°C . Na obr.6 a 7 sú zobrazené izolínie ochladenia po 10, resp. 100 modelovaných časových krokoch.

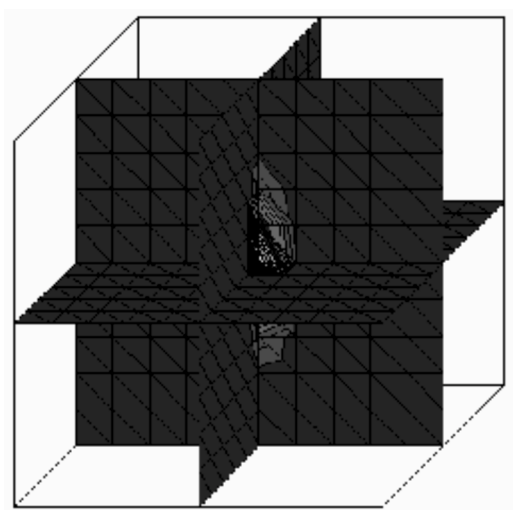


Obr.6. Modelová štúdia 3 – grafické zobrazenie modelovania po 10 časových krokoch.

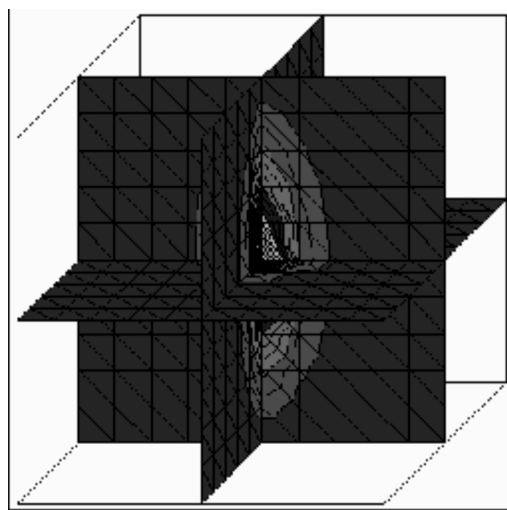


Obr.7. Modelová štúdia 3 – grafické zobrazenie modelovania po 100 časových krokoch.

4. *Modelová štúdia* je podobná ako v predchádzajúcej štúdií, len s tým rozdielom, že horninový masív je anizotropný, čo modelujú nasledovné koeficienty difúzie: $k_x = k_y = 0,1$ a $k_z = 1$. Na obr. 8 a 9 je vidieť zreteľnú zmenu vývoja studenej bubliny, ktorej tvar a vývoj v čase je podmienený rozdielmi medzi koeficientami difúzie v rôznych smeroch.



Obr.8. Modelová štúdia 4 – grafické zobrazenie modelovania po 10 časových krokoch.



Obr.9. Modelová štúdia 4 – grafické zobrazenie modelovania po 100 časových krokoch.

Záver

Priblíženie modelu tepelného toku k realite umožní projektantom a užívateľom potenciálu geotermálnej energie optimálne rozvrhnúť sieť vrtov v geotermálnom poli, optimálnu ťažbu z jednotlivých vrtov a spätné injektovanie ochladenej geotermálnej vody do geotermálneho rezervoára s minimalizovaním nepriaznivého účinku ochladenia tepelného zdroja bublinou šíriacou sa v rezervoári vplyvom injektovania studenej vody do tepelného rezervoára.

Hodnoty koeficientov difúzie a skutočnú dĺžku (konštantného) časového kroku je možné určiť buď počas prevádzky a vyhodnocovania nameraných údajov v jednom dvojrvtre na konkrétnej lokalite, alebo na fyzikálnych modeloch.

Literatúra

- Bukovanský, S.: Anomálnosť geomechanických javů ložiska Slaný. *Závěrečná správa, Ostrava, 1987.*
 Bukovanský, S.: Užití optických čidel v hornictví. *Celostátní konference Optická komunikace. Praha, 1990.*
 Clark, S. P. and Ringwood, A. E.: Density distribution and constitution of the mantle. *Rev. Geoph., Vol. 2, No. 1, 1964.*
 Čermák, V.: Mapa tepelného toku v Evropě: poznámky k její interpretaci, odvozené mapy hlubinných teplot, tepelného toku na rozhraní kůra-plášť a mapa tloušťky litosféry. *In. Sborník 7. celostátní konference geofyziků Geofyzika n. p. Gottwaldov, 1980.*
 Gruntorád, J. et al.: Principy metod užitých geofyziky. *SNTL, Praha 1985.*
 Kuzevič, Š.: Aplikácia geoštatistiky pri vyhodnocovaní alternatívnych zdrojov energie. *Diplomová práca, Košice, 1997.*
 Mareš, S.: Úvod do užitých geofyziky. *SNTL, Praha, 1990.*
 Rédr, M. a Příhoda, M.: Základy tepelné techniky. *SNTL, Praha, 1991.*
 Rybár, P. a Hronec, J.: LITHO JET- počítačový model určený pre modelovanie fyzikálnych procesov a javov v zemskej kôre. *Košice, 1997.*
 Tománek, P a Bukovanský, S.: Optický vláknový senzor pro měření rychlosti proudění větru. *Vysoké Tatry, 1989.*
 Tománek, P a Bukovanský, S.: Optická čidla pro indikaci a sledování některých geomechanických projevů horského masivu při hlubinném dobývání. *VŠB –TU Ostrava, 1995.*