



## Analýza polohovej stability geodetických bodov

Jana Sabová<sup>1</sup> a Vincent Jakub<sup>2</sup>

### *Stability investigation of geodetic points*

*Stability investigation of geodetic points using: the congruency analysis, transformation analysis, analysis of network invariants and the strain analysis. Mathematical relations between the congruency and invariant methods.*

**Key words:** stability investigation, congruency analysis, similarity analysis, strain analysis, survey structure analysis.

Stabilita geodetických bodov za určité časové obdobie sa skúma predovšetkým z dvoch aspektov:

- ◆ stabilita geodetických bodov nás zaujíma z hľadiska stabilnosti samotného bodového poľa, ktoré sa využíva alebo bude využívať pre rôzne geodetické práce,
- ◆ stabilita geodetických bodov nás zaujíma z hľadiska stability územného celku, na ktorom je bodové pole rozmiestnené, teda pre získanie geodetických informácií o geometrickom správaní sa príslušného územia.

Stabilita územných celkov (vymedzených geologickými, tektonickými, geomorfologickými a inými hranicami), ktoré sa musia geodetickými bodmi diskretizovať, sa dá vyšetriť rôznymi spôsobmi. Získanie vstupných údajov pre tieto stabilné analýzy vyžaduje, aby v danom priestore boli (alebo sa musia založiť) hĺbkove stabilizované body s vhodnou dislokáciou, ktoré budú spojené vhodnou sieťovou štruktúrou a vytvoria 2D (polohové) geodetické siete. Sieť sa musí v potrebných časových dátumoch (epochách) opakovane zamerať a spracovať na základe vhodnej vyrovnávacej procedúry. Takto získané súradnice, ako aj zamerané geometrické prvky siete z jednotlivých epoch, tvoria základné (prvotné) informácie o správaní sa sledovaného územia v časových obdobiach medzi epochami. Tieto informácie sa musia vhodnými postupmi posúdiť a analyzovať z hľadiska stability bodov, resp. celého územia a tak získať kvantifikované a grafické údaje a podklady o stabilite, resp. pohybovom prejave sledovaného územného celku.

Analýzy vyrovnávacími procesmi spracovaných informácií sa v súčasnosti realizujú na základe postupov, spočívajúcich na rozdielnych koncepciách, z ktorých sa používajú najmä nasledujúce spôsoby:

- 1) Skúmanie kongruentnosti epochových realizácií geodetickej polohovej siete a štatistické posúdenie (vhodnými testami kongruentnosti), či bodové pole vytvára v dvoch epochách len stochasticky odlišné realizácie sieťovej štruktúry, alebo či sú rozdiely medzi nimi štatisticky významné (Niemeier, 1980; Pelzer, 1971; Caspary, 1987).
- 2) Transformačné skúmanie stochastickej identity bodov geodetickej siete (a tým aj príslušného územia), ktoré sa realizuje vhodnou transformáciou (najčastejšie Helmertovou) vyrovnaných súradníc geodetických bodov z následnej epochy na súradnice týchto bodov, vzťahujúce sa k predchádzajúcej epoche. Rozpory (rozdiely) medzi vyrovnanými súradnicami v začiatkovej epoche a transformovanými súradnicami poskytujú informácie o tom, či došlo medzi epochami k významným zmenám polohy bodov, alebo či sú tieto rozdiely len stochastického charakteru, generované meračskými chybami v zameraných prvkoch siete v oboch epochách (Lenzmann, 1984; Boljen, 1986; Heck, 1985).
- 3) Deformačná (strain) analýza územia, v ktorej je skúmanie podobnosti sieťových realizácií rozšírené aj na skúmanie ich afinných vzťahov. V rámci tohoto postupu sa vyšetrojú všetky druhy deformačných parametrov, popisujúcich komplexné zmeny územného celku (posuny, rotácie, tvarové deformácie – ťahové a šmykové charakteristiky). Strain analýzy umožňujú vysokú flexibilitu skúmania, detailné rozbor a použitím metódy konečných prvkov skúmanie konkrétnych geometrických zmien rôznych častí celkového územia, vyčlenených bodmi geodetickej siete. Výhodou tohoto postupu je invariantnosť deformačných parametrov, popisujúcich zmeny územia na použitej súradnicovej sústave a dátume (Bounner, 1979; Welsch, 1982; Thurm, 1974).
- 4) Posúdenie stability územia na základe zmien meraných geometrických veličín medzi bodmi siete (jedná sa najmä o dĺžky a vodorovné uhly) v oboch epochách, ktoré sú invariantné k súradnicovým systémom a dátumom. Postupy, spočívajúce na týchto analýzach, umožňujú flexibilné a prehľadné určovanie deformačných parametrov nielen z celého územia ale aj z jeho menších častí a istou mierou vierohodnosti aj polohové zmeny bodov siete (Polak 1984, Welsch 1983, Stichler 1985).

<sup>1</sup> Doc. Ing. Jana Sabová, PhD., Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity, 043 84 Košice, Park Komenského 19

<sup>2</sup> Ing. Vincent Jakub, Geometra, Pražská 4, 040 00 Košice

(Recenzovali: Prof. Ing. Juraj Sütti, DrSc. a Ing. Juraj Palčík, CSc.)

Z uvedených postupov, podľa charakteru skúmaného objektu a potrebných informácií o jeho priestorovom správaní sa, na skúmanie stability geodetickej siete, t.j. jej bodov, sa často používa analýza kongruentnosti (postup 1) a analýza invariantných prvkov siete (postup 4). Pri použití analýzy invariantných prvkov sa tomuto spôsobu pripisuje výhoda (v porovnaní s kongruenčnou analýzou), ktorá spočíva v tom, že poskytuje objektívnejšie výsledky, keďže tieto sú získané nezávisle na dátume siete a použitých súradniciach.

Analýza invariantných prvkov má však aj výraznú nevýhodu, ktorá sa prejavuje tým, že touto metódou nie je možné spoľahlivo zistiť priestorovú zmenu žiadneho bodu siete. Napr. pri použití dĺžok je možné určiť polohovú zmenu len dvojíc bodov v smere ich spojnic – dĺžok  $L$ , pričom nie je možné posúdiť podiel celkovej dĺžkovej zmeny na jednotlivé jej koncové body. Ak použijeme pre analýzu aj uhly, jednoznačné určenie polohových zmien bodov  $dx, dy$  na základe diferenciálnych vzťahov

$$\begin{aligned} dL_{ij} &= \frac{\partial L_{ij}}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial L_{ij}}{\partial y_i} dy_i + \frac{\partial L_{ij}}{\partial x_j} dx_j + \frac{\partial L_{ij}}{\partial y_j} dy_j \\ d\omega_{jik} &= \frac{\partial \omega_{jik}}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial \omega_{jik}}{\partial y_i} dy_i + \frac{\partial \omega_{jik}}{\partial x_j} dx_j + \frac{\partial \omega_{jik}}{\partial y_j} dy_j + \frac{\partial \omega_{jik}}{\partial x_k} dx_k + \frac{\partial \omega_{jik}}{\partial y_k} dy_k \end{aligned} \quad (1)$$

je možné len pre skupiny 5 bodov v sieti so 4 meranými dĺžkami, vychádzajúcimi z jedného bodu  $B_i$  a so 6 uhlami, meranými na bode  $B_i$  na ostatné body. Pokiaľ sa však niektoré z týchto bodov použijú pre inú, susednú skupinu 5 bodov, určia sa pre niektoré z nich nové hodnoty  $dx, dy$  a pre tieto body budú ich priestorové zmeny určené nejednoznačne.

V súvislosti s použitím analýzy invariantných prvkov siete je potrebné poukázať aj na jednu súvislosť medzi ňou a analýzou kongruentnosti siete, ktorá sa výhodne môže použiť pri konštrukcii rôznych štatistických testov v analýzach invariantných prvkov sieťovej štruktúry. Jedná sa o využitie kvadratickej formy prvkových diferencií v sieti  $dL=L-L$ , určených z vyrovnaných hodnôt

$$\Omega_L = dL^T Q_{dL}^{-1} dL, \quad (2)$$

kde kofaktorová matica prvkových diferencií je (uvažujeme separátne vyrovnanie po každej epoche)

$$Q_{dL} = Q_L + Q_{L'},$$

keď  $Q_L, Q_{L'}$  predstavujú kofaktorové matice vyrovnaných hodnôt geometrických prvkov v začiatkovej a následnej epoche.

V prípade kongruenčnej analýzy kvadratická forma súradnicových diferencií je

$$\Omega_C = dC^T Q_{dC}^{-1} dC, \quad (3)$$

kde kofaktorová matica týchto diferencií je definovaná podľa

$$Q_{dC} = Q_C + Q_{C'},$$

pričom  $Q_C, Q_{C'}$  sú kofaktorové medze vyrovnaných súradníc v oboch epochách.

Hodnoty  $\Omega_L$  a  $\Omega_C$  sú identické, ako to vyplýva nasledujúceho dôkazu:

Medzi  $L$  a  $C$  platia symbolické modelové rovnice

$$\begin{aligned} L &= f(C, \dots), \\ L + dL &= f(C + dC, \dots) \end{aligned}$$

a po rozvoji do Taylorovho radu bude

$$dL = \frac{\partial L}{\partial C} dC = FdC, \quad (4)$$

odkiaľ dostávame kofaktorovú maticu  $Q_{dL}$  v tvare

$$Q_{dL} = FQ_{dC}F^T . \quad (5)$$

Po dosadení vzťahov (4) a (5) do (2) máme

$$Q_L = (FdC)^T (FQ_{dC}F^T)^{-1} (FdC) = dC^T Q_{dC} d\hat{C} = \Omega_c . \quad (6)$$

Ďalej je možné dokázať (Welsch, 1983), že obe veličiny  $\Omega_L$ ,  $\Omega_C$  sú invariantné vzhľadom k súradnicovým systémom a použitým dátumom. Na základe tejto vlastnosti kvadratických foriem  $\Omega_L$ ,  $\Omega_C$  je možné aj pre analýzy invariantných prvkov zostaviť vhodné štatistické testovacie veličiny, ako sú už používané, napr. (Polak, 1984; Welsch, 1983), pomocou ktorých je možné na báze štatistického rozhodovania, s príslušnou pravdepodobnosťou, posúdiť polohovú stabilitu jednotlivých bodov geodetickej deformačnej siete.

### Literatúra

- Boljen, J.: Identitätsanalyse Helmert-transformierter Punkthaufen. *Zeitsch. f. Verm.* 111(1986),11, 490-500.
- Bounner, F.K.: On the analysis of geodetic networks for the determination of the incremental strain tensor. *Survey Review* 1979,192, 56-67.
- Caspary, W.: Concepts of Network and Deformation Analysis. *Monograph No 11, School of Surveying, U.N.S.W., Kensington 1987.*
- Heck, B.: Ein- und Zweidimensionale Ausreissertests bei der ebenen Helmert-Transformation. *Zeitsch. f. Verm.* 110(1985),10,461-471.
- Lenzmann, L.: Zur Aufdeckung von Ausreißern bei überbestimmten Koordinatentransformation. *Zeitsch. f. Verm.* 109 (1984), 9, 474-479.
- Niemeier, W.: Kongruenzprüfung in geodätischen Netzen. In: *Pelzer, H. (Hrsg.): Geodät. Netze in Land- u. Ingenieurvermessung, Wittwer, Stuttgart, 1980, 511-534.*
- Pelzer, H.: Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen. *Deutsche Geod. Komm., R.C.H.164. München 1971.*
- Polak, M.: Examination of reference points in distance and combined angle-distance networks. In: *Hallermann, L. (Hrsg.): Beiträge z. II. Int. Symp. ü. Deformationsmessungen, Bonn, 1984, 426-435.*
- Stichler, S.: Untersuchung von Methoden der geodätischen Deformationsanalyse. *Vermessungstechnik*, 33 (1985), 6, 203-205.
- Thurm, H.: Horizontale Dislokationen und Deformationen der Erdkruste in der Elbtalzone. In: *Geodät. Geophys. Veröffentlichungen, R. III., H. 35, Berlin 1974, 21-35.*
- Welsch, W. M.: Einige Erweiterungen der Deformationsermittlung in geodätischen Netzen durch Methoden der Strainanalyse. In: *Joó, I., Detreköi, Á. (Hrsg.): Deformation Measurements, Budapest, Akad. kiadó, 1983, 83-97.*
- Welsch, W. M.: Description of homogeneous horizontal strains and some remarks to their analysis. In: *Deutsche Geod. Komm., R B H. 258/V. München 1982, 188-205.*