



Transformácia meraní GPS v Košickej kotline do národnej geodetickej sústavy

Viera Hurčíková¹, Vladimír Sedlák a Soňa Molčíková

Transformation of GPS measurements in the Košice hollow into the national geodetic grid

The paper deals with transformation procedures observed GPS (Global Positioning System) data from the World Geodetic System WGS-84 into the national grid datum S-JTSK and Bpv. GPS measurements are realized on the geodetic network in the Košice-hollow for a purpose of deformation surveying geotectonic recent movements in the East-Slovak regions. Adjusting with constraints are applied at determining coordinates of the geodetic network points.

Key words: Global Positioning System, 3D transformations, World Geodetic System 1984, topocentric coordinate system.

Úvod

V rámci grantového projektu "Deformačné modelovanie geotektonických recentných pohybov vo východoslovenskom regióne" sa na bodoch geodetickej siete (GS) lokalizovanej do Košickej kotliny realizujú merania GPS (Global Positioning System – Globálny polohový systém). Cieľom týchto meraní je sledovanie geotektonických recentných pohybov v mestskej i prímestskej časti mesta Košíc (Sedlák et.al, 1998).

Základom riešenia vyššie uvedené grantového projektu a realizačným výstupom práce sú priestorové súradnice bodov siete, určené z družicových meraní.



Merania GPS v Košickej kotline

Naprojektovaná GS referenčných i objektových bodov bola realizovaná nasledovne (obr.1):

- Body štátnej trigonometrickej siete: trigonometrické body č.13-Široká, č.12-Varkapa a č.13-Šibená hora ako referenčné body GS, trigonometrické body č.22-Hradová a č.29-Niže cesty, ako objektové body GS.
- Body pôvodných monitorovacích GS: GS bodov na sídlisku Dargovských hrdinov, t.j. body PPBP (podrobné polohové bodové pole) č.A1, č.B10, č.C21, GS bodov Košice-mesto, t.j. body PPBP č.6 a č.10, GS bodov Košická Nová Ves, t.j. body PPBP č.KN1, č.KN2, č.KN3, č.KN4 a č.KN5. Všetky body týchto GS sú zaradené ako objektové body.
- Novostabilizované body PPBP: body č.7D, č.8, č.8M a č.11V, ako objektové body. *Poznámka: Body č. 8M a č.11V nie sú z dôvodu ich utajenia v článku zahrnuté.*

Obr.1. Polohopis GS Košická kotlina.

Merania GPS sú realizované dvakrát ročne (jar a jeseň), v období rokov 1997-1999.

¹ Ing. Viera Hurčíková, Doc. Ing. Vladimír Sedlák, PhD. a Ing. Soňa Molčíková, Katedra geodézie a geofyziky F BERG Technickej univerzity v Košiciach, 043 84 Košice, Park Komenského 19 (Recenzovali: Prof. Ing. Josef Blažek, CSc. a Doc. Ing. Ján Hefty, CSc.)

Celkove sa statickou metódou GPS zameriava 19 bodov. Prednosťou zvolenej statickej metódy pre naše merania je predovšetkým vysoká presnosť v určovaní polohy bodov, podmienená dlhšou dobou merania na určovanom bode (cca 45 min.) Určované body GS sú technológiou GPS merania geometricky určované vždy k dvom referenčným bodom, tj. na meranie sa používajú tri GPS prijímače. Všetky body sú situované do katastra Košice-mesto a Košice-vidiek tak, aby svojou polohou optimálne prekrývali tie územia, v ktorých sa podľa zainteresovaných geológov očakávajú geotektonické pohyby. Hlavný tektonický zlom v Košickej kotline, podľa ktorého by sa mali pohybovať dva výrazné geologické zlomové bloky, sa predpokladá v smere približne sever-juh pozdĺž rieky Hornád, vedľajšie zlomy menšieho rozsahu, navzájom paralelné, sú v smeroch kolmých na hornádske zlomy, t.j. v smere východ-západ (Jacko, 1997).

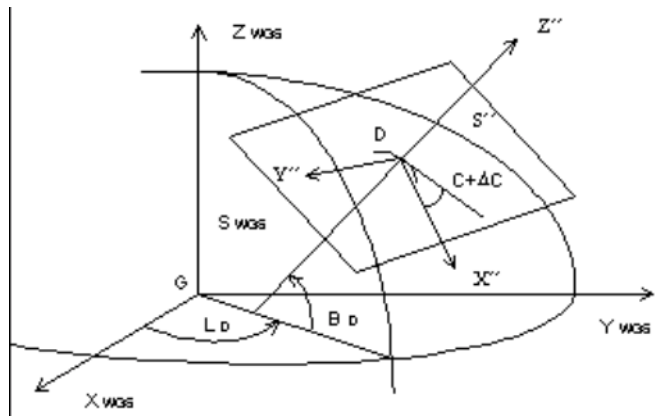
Na meranie poskytla firma Geodézia Prešov, a.s., tri dvojfrekvenčné prijímače GPS typu Sokkia GRS 2100. Spracovanie nameraných údajov bolo uskutočnené firemným programom Prism ver. 2.1 firmy Sokkia. Všetky súradnice bodov GS boli transformované z WGS-84 do rovinného súradnicového systému S-JTSK, ktorý je v SR záväzným súradnicovým systémom pre vykonávanie geodetických prác, s použitím metódy nelinearizovaných rotačných matíc (Melicher a Flassik, 1998) a následne vyrovnané väzbovým vyrovnaním.

Transformácia súradníc bodov GS z WGS-84 do S-JTSK

Systém NAVSTAR GPS používa WGS-84 aby bolo možné vyjadriť polohu kdekoľvek na Zemi a v priestore. Jeho prednosťou je skutočnosť, že určuje polohu v globálnych rozmeroch. Nevhodný je v tejto podobe pre tie ciele, kde sa úlohy riešia v pravouhlom rovinnom systéme, akým je i náš národný geodetický systém S-JTSK. Prevod z WGS-84 do S-JTSK sa rieši najčastejšie 7-prvkovou podobnostnou transformáciou, s využitím troch identických bodov. Z dôvodov nedostatkov S-JTSK sa však presnosť určenia relatívnej polohy bodov GS po tejto transformácii spravidla zhorší.

1. Transformácia súradníc z WGS-84 do topocentrického horizontálneho systému.

Súradnicové osi $(X, Y, Z)_{WGS-84}$ so začiatkom v geocentri (ťažisku Zeme) G tvoria systém S_{WGS-84} (obr.2). Súradnicové osi X'', Y'', Z'' tvoria topocentrický horizontálny súradnicový systém S'' (Melicher a Flassik, 1998). Jeho začiatok leží v bode D. Bod D je jeden z bodov lokálnej siete, nachádzajúci sa približne v jej strede. Súradnice bodu D sú uvedené v tabuľke č.1. Osi X'' a Y'' ležia v geodetickom horizonte bodu D, pričom os $+X''$ je orientovaná do južnej vetvy meridiánu. Os $+Z''$ leží v normále a smeruje do geodetického zenitu a os $+Y''$ tvorí s uvedenými osami ľavotočivý systém.



Obr.2. S_{WGS-84} a S'' .

súradnica	WGS-84 [m]	S-JTSK [m]
X	3 927 781,7721	1 237 997,5879
Y	1 528 741,4010	262 068,5498
Z	4 771 351,2319	212,0738

elipsoidická šírka	$B_D = 48^\circ 44' 7.12''$
elipsoidická dĺžka	$L_D = 21^\circ 18' 21.22''$
meridiánová konvergencia	$C = 2^\circ 09' 42.89''$
posúvnicie	$\Delta C = 9.9''$

Tab.1. Súradnice bodu D vo WGS-84 a S-JTSK.

Transformáciu týchto súradníc zo systému S_{WGS-84} (tab.č.2) do systému S'' umožňujú nasledujúci vzťah

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{S''} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Y(90^\circ - B_D) \cdot Z(L_D) \begin{bmatrix} X - X_D \\ Y - Y_D \\ Z - Z_D \end{bmatrix}, \quad (1)$$

kde index D znamená, že ide o dotykový bod,
 $B_D, (L_D)$ je elipsoidická geocentrická šírka, (dĺžka) bodu D,
 $Y(90^\circ - B_D), Z(L_D)$ sú nelinearizované rotačné matice (2), (3)

$$Y(90^\circ - B_D) = \begin{bmatrix} \cos(90^\circ - B_D) & 0 & -\sin(90^\circ - B_D) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(90^\circ - B_D) & 0 & \cos(90^\circ - B_D) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$Z(L_D) = \begin{bmatrix} \cos(L_D) & \sin(L_D) & 0 \\ -\sin(L_D) & \cos(L_D) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Súradnice bodov GS vo WGS-84 získame vhodným spracovaním meraní, realizovaných pomocou systému NAVSTAR GPS. Vynásobením diagonálnou maticou s diagonálou (1,-1,1) sa zmení pravotočivý systém na ľavo-točivý, ktorý je v geodézii uprednostňovaný. Bod D má v systéme S'' súradnice $(X,Y,Z)^T = (0,0,0)^T$.

Systém S'' je možné získať aj pomocou nasledujúceho vzťahu

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{S''} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Y(90^\circ - B_D) \cdot Z(L_D) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS-84} + \begin{bmatrix} -\Delta X \\ 0 \\ -\Delta Z \end{bmatrix}, \quad (4)$$

kde ΔX je vzdialenosť normály od geocentra,
 ΔZ je posun roviny XY do bodu D v smere normály.

Určovaný bod	X [m]	Y [m]	Z [m]
6	3 927 761,7721	1 528 741,4010	4 771 351,2319
8	3 928 030,1322	1 531 106,2671	4 770 516,2796
10	3 927 554,5764	1 528 366,8369	4 771 637,8605
22	3 926 654,2751	1 525 947,0081	4 773 482,6352
29	3 922 630,5072	1 529 931,9155	4 775 173,0504
7D	3 929 363,7011	1 528 764,0796	4 770 056,6941
A1	3 927 070,1442	1 529 248,0775	4 771 814,4187
B10	3 927 914,7439	1 530 146,8628	4 770 870,4850
C21	3 927 562,6347	1 529 326,1476	4 771 337,6980
KN1	3 927 047,7766	1 531 767,8610	4 771 066,7711
KN2	3 926 981,7601	1 532 069,2912	4 771 042,1348
KN3	3 927 162,4335	1 531 642,9748	4 771 023,6518
KN4	3 927 322,7854	1 531 855,6938	4 770 810,6907
KN5	3 927 091,7198	1 532 022,6139	4 770 933,5518

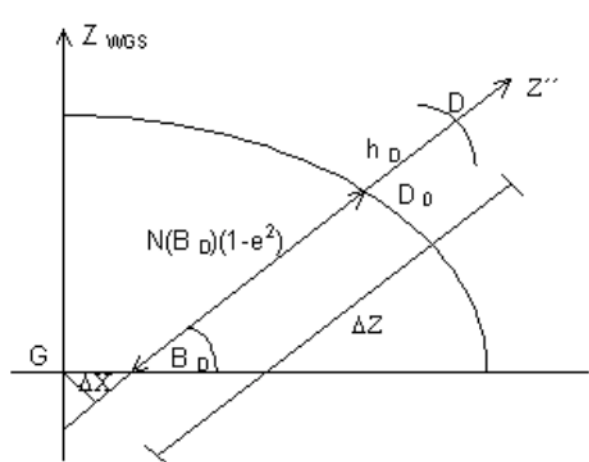
Veličiny ΔX a ΔZ odvodíme v zmysle obr. 3 podľa vzťahov

$$\begin{aligned} \Delta X &= N(B_D) e^2 \sin B_D \cos B_D, \\ \Delta Z &= N(B_D) - \Delta X \operatorname{tg} B_D + H_D, \end{aligned} \quad (5)$$

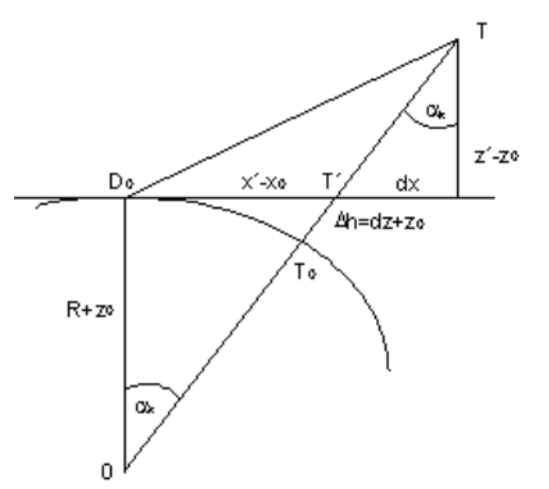
kde $N(B_D)$ je priečný polomer krivosti v bode D,

e numerická excentricita,
 H_D elipsoidická výška bodu D.

Tab.2. Súradnice bodov GS vo WGS-84.



Obr.3. Transformácia z geocentrického na topocentrický systém.



Obr.4. Redukcia súradníc.

Prechod medzi lokálnym a všeobecne používaným národným systémom by mal byť na ich styku čo najjednoduchší, aby sa mohla využiť existujúca štátna sieť. To znamená, že súradnice lokálnej siete by sa nemali

od S-JTSK veľmi odlišovať. Dosiahneme to jednak natočením systému S'' v bode D o meridiánovú konvergenciu C (obr. 2.) S-JTSK a tiež posunutím počiatku systému S'' o hodnotu pravouhlých súradníc X_D, Y_D v S-JTSK. Uvedenú transformáciu vyjadruje vzťah

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{S'} = \mathbf{Z}(-C) \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{S''} + \begin{bmatrix} X_D \\ Y_D \\ h_D \end{bmatrix}_{S-JTSK, Bpv}, \quad (6)$$

kde $\mathbf{Z}(-C)$ je rotačná matica, určená vzťahom

$$\mathbf{Z}(-C) = \begin{bmatrix} \cos(-C) & \sin(-C) & 0 \\ -\sin(-C) & \cos(-C) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

a h_D je nadmorská výška bodu D vo výškovom systéme Balt po vyrovnaní (Bpv).

Tým sme získali topocentrický horizontálny súradnicový systém, ktorého súradnicové osi X', Y' ležia v geodetickom horizonte priesečníka normály bodu D s geoidom. Keďže bod D má v systéme S'' súradnice $(0,0,0)^T$, pripočítaním vektora $(x_D, y_D, h_D)^T_{S-JTSK}$ získa tento bod v systéme S' totožné súradnice so súradnicami v S-JTSK. Súradnice ostatných bodov siete budú však rozdielne.

2. Transformácia súradníc do lokálneho súradnicového systému

Súradnice bodov systému S' neumožňujú priamo vypočítať hodnoty prvkov, ktoré by boli v súlade s hodnotami nameranými v teréne. Sú ovplyvnené jednak zakrivením Zeme a tiež relatívnym prevýšením bodu nad rovinou horizontu. Vzhľadom na rozlohu siete môžeme elipsoid nahradiť referenčnou guľou, ktorej polomer je rovný strednému polomeru krivosti R v bode D, podľa vzťahu

$$R = \sqrt{M(B_D)N(B_D)}, \quad (8)$$

kde M je meridiánový a N priečný polomer krivosti elipsoidu, ktoré popisujú vzťahy (9), (10)

$$M(B_D) = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2(B_D))^{3/2}}, \quad (9)$$

$$N(B_D) = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2(B_D))^{1/2}}, \quad (10)$$

kde a a e^2 sú známe konštanty použitého Besselovho elipsoidu (hlavná poloos a mocnina 1. numerickej excentricity).

Vplyv relatívneho prevýšenia eliminujeme tak, že súradnice X', Y' redukuje do priesečníka normály s dotykovou rovinou, resp. základnou rovinou. Redukciu z relatívneho prevýšenia môžeme významne ovplyvniť posunutím geodetického horizontu do základnej roviny siete vo výške z_0 , zodpovedajúcej približnej strednej hodnote nadmorskej výšky, v ktorej sa realizujú geodetické merania. Redukcia súradníc X', Y' bodov GS systému S' do priesečníka normály so základnou rovinou zodpovedá gnomonickému zobrazeniu, ktoré môžeme vzhľadom na rozlohu siete považovať za konformné. Vplyv zakrivenia Zeme dz ovplyvňuje tretiu súradnicu. Narastá so vzdialenosťou od dotykového bodu D.

Príslušné vzťahy na redukcie dx a dz súradníc X' a Z' odvodíme na základe obr. 4., ktorý je z dôvodu názornosti výrazne mierkovo skreslený. Podobný obrázok môžeme použiť aj na odvodenie redukcie dy súradnice Y' . Z obrázka po jednoduchých úpravách, v ktorých vzhľadom na to, že uhol $\alpha < 5'$; sú v rozvoch trigonometrických funkcií zanedbané členy vyšších rádov, dostaneme vzťahy pre určenie dx , dy a dz

$$dx = -\frac{z' - z_0}{R}(x' - x_D), \quad (11)$$

$$dy = -\frac{z' - z_0}{R}(y' - y_D), \quad (12)$$

$$dz = R \left[1 - \cos\left(\frac{s}{R}\right) \right], \quad (13)$$

kde

$$s = \sqrt{(x - x_D)^2 + (y - y_D)^2}. \quad (14)$$

Výsledný transformačný vzťah medzi systémami S a S' má potom tvar

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ h \end{bmatrix}_S = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{S'} + \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Transformáciou získané súradnice sú uvedené v tabuľke č.3.

Určovaný bod	X [m]	Y [m]	h [m]
6	1 237 997,5879	262 066,5466	212,0736
8	1 239 477,5945	260 026,7784	315,7671
10	1 237 548,9997	262 319,8408	210,5748
22	1 234 954,9141	264 129,4573	465,9164
29	1 232 351,7047	258 829,4808	219,3079
7D	1 239 951,4918	262 718,1496	229,3110
A1	1 237 378,5574	261 318,5329	255,2788
B10	1 238 862,5301	260 851,2385	281,2042
C21	1 238 055,1544	261 451,3970	219,4607
KN1	1 238 653,6878	259 014,4471	283,6199
KN2	1 238 719,3534	258 712,3363	297,5643
KN3	1 238 720,2963	259 175,6978	292,4776
KN4	1 239 037,2593	259 050,2437	281,9547
KN5	1 238 851,2402	258 801,9426	272,3279

Tab.3. Transformované súradnice bodov GS v systéme S (S-JTSK).

Určovaný bod	X [m]	Y [m]
6	1 237 997,586	262 066,538
8	1 239 477,592	260 026,774
10	1 237 548,993	262 319,829
22	1 234 954,905	264 129,441
29	1 232 351,701	258 829,483
7D	1 239 951,475	262 718,152
A1	1 237 378,558	261 318,529
B10	1 238 862,530	260 851,222
C21	1 238 055,167	261 451,389
KN1	1 238 653,691	259 014,445
KN2	1 238 719,358	258 712,329
KN3	1 238 720,292	259 175,715
KN4	1 239 037,253	259 050,244
KN5	1 238 851,245	258 801,917

Tab.4. Približné súradnice bodov GS.

Predložená metóda má niekoľko predností. Predovšetkým je to skutočnosť, že transformáciou sa nestráca vysoká relatívna presnosť určenia polohy bodov technológiou NAVSTAR GPS. Ďalej, že lokálny systém je realizovaný tak, aby na redukcii meraných prvkov neboli potrebné zložité vzťahy. Taktiež v porovnaní s podobnostnou transformáciou postačuje meranie namiesto na troch identických bodoch, iba na jednom bode a oproti S-JTSK, kde sú potrebné redukcie z nadmorskej výšky a z kartografického skreslenia, v predmetnom lokálnom systéme prichádza do úvahy iba redukcia z relatívnej, resp. nadmorskej výšky, ktorá je tiež vhodnou voľbou transformačných parametrov minimalizovaná (Melicher a Flassik, 1998).

Väzbové vyrovnanie 2D geodetickej siete

Geodetické siete môžeme spracovávať dvomi spôsobmi. Ak považujeme dátumové parametre za absolútne presné a do procesu vyrovnania ich nezahrnieme, v takom prípade hovoríme o väzbovom vyrovnaní. V skutočnosti aj dátumové parametre sú určené s určitou presnosťou, čo má, okrem presnosti merania, vplyv i na presnosť vyrovnaných parametrov. V takom prípade je možné sieť spracovať s uvážením dátumových parametrov voľným vyrovnaním. Vzhľadom k aplikovanému väzbovému vyrovnaniu v GS Košická kotlina je prezentovaný teoretický postup tohto vyrovnania.

Pri spracovaní GS, volíme ako základný princíp odhadovací metódu najmenších štvorcov (MNŠ), ako matematický princíp volíme inverzné riešenie, čo je štandardný postup spracovania GS. Po vyrovnaní dôjde k zmene polohy a tvaru GS, pričom poloha dátumových bodov sa nezmení (dátumové body považujeme za absolútne presné). Táto skutočnosť sa prejaví tým, že konfiguračná matica A a teda aj matica N GS budú regulárne; hodnosť $h(A)=k$, $h(N)=k$, pričom k je počet určovaných parametrov.

Pre spracovanie je potrebné zostaviť (vypočítať) päť nasledujúcich vektorov a matic:

<ul style="list-style-type: none"> • $\mathbf{C}_{k,1}^o$ vektor približných súradníc bodov siete, ktoré vypočítame z nameraných veličín a približných súradníc referenčných bodov (tab. 4): $\mathbf{C}_{k,1}^o = \begin{bmatrix} X_1^o \\ Y_1^o \\ \vdots \\ X_k^o \\ Y_k^o \end{bmatrix}, \quad (16)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\mathbf{L}_{n,1}$ je vektor observovaných veličín, získaných na základe meraní GPS: $\mathbf{L}_{n,1} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix}, \quad (17)$
<ul style="list-style-type: none"> • $\mathbf{L}_{n,1}^o$ je vektor približných hodnôt meraných veličín, ktoré vypočítame z približných súradníc bodov siete na základe modelových rovníc: $\mathbf{L}_{n,1}^o = \begin{bmatrix} L_1^o \\ L_2^o \\ \vdots \\ L_n^o \end{bmatrix}, \quad (18)$	<ul style="list-style-type: none"> • $\mathbf{A}_{n,k}$ je konfiguračná matica siete. Členy tejto matice sa určia pomocou parciálnych derivácií modelových rovníc podľa hľadaných parametrov. Pre kontrolu je možné túto maticu rozšíriť aj o dátumové (objektové) body, čím dostávame globálnu konfiguračnú maticu. Súčet členov v riadku v takto zostavenej matici musí byť rovný nule. Pri výpočte však uvažujeme len submaticu, obsahujúcu určované body, kde n je počet meraní a k je počet určovaných parametrov: $\mathbf{A}_{n,k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_1}{\partial X_1^o} & \frac{\partial L_1}{\partial Y_1^o} & \frac{\partial L_1}{\partial X_2^o} & \frac{\partial L_1}{\partial Y_2^o} & \dots & \frac{\partial L_1}{\partial X_k^o} & \frac{\partial L_1}{\partial Y_k^o} \\ \frac{\partial L_2}{\partial X_1^o} & \frac{\partial L_2}{\partial Y_1^o} & \frac{\partial L_2}{\partial X_2^o} & \frac{\partial L_2}{\partial Y_2^o} & \dots & \frac{\partial L_2}{\partial X_k^o} & \frac{\partial L_2}{\partial Y_k^o} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial L_n}{\partial X_1^o} & \frac{\partial L_n}{\partial Y_1^o} & \frac{\partial L_n}{\partial X_2^o} & \frac{\partial L_n}{\partial Y_2^o} & \dots & \frac{\partial L_n}{\partial X_k^o} & \frac{\partial L_n}{\partial Y_k^o} \end{bmatrix}, \quad (19)$ <p>kde X_i, Y_i, Z_i sú približné hodnoty súradníc bodov GS.</p>
<ul style="list-style-type: none"> • $\mathbf{Q}_{n,n}$ je kofaktorová matica meraných veličín: $\mathbf{Q}_{n,n} = \begin{bmatrix} q_{l_1} & q_{l_{12}} & \dots & q_{l_{1n}} \\ q_{l_{21}} & q_{l_2} & \dots & q_{l_{2n}} \\ \vdots & & \ddots & \\ q_{l_{n1}} & & & q_{l_n} \end{bmatrix}, \quad (20)$	<p>teda to matica, v ktorej sa nachádzajú kofaktory meraných veličín, vypočítané podľa vzťahu</p> $q_{l_i} = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_0^2} \quad (21)$ <p>kde σ_i^2 je štandardná odchýlka merania, pričom apriórny variančný faktor σ_0^2 je určený vzťahom</p> $\sigma_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}{n}. \quad (22)$

Riešením rovníc štatistického modelu najlepšieho odhadu pomocou MNS dostávame nasledujúcu lineárnu rovnicu

$$\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{Q}_l^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot d\hat{\mathbf{C}} - \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{Q}_l^{-1} \cdot d\mathbf{l} = 0, \quad (23)$$

kde $d\mathbf{l} = \mathbf{L} - \mathbf{L}^0$ je vektor redukovaných meraní, pričom \mathbf{L} je vektor meraných veličín a \mathbf{L}^0 je vektor približných hodnôt meraných veličín.

Ak označíme $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{Q}_l^{-1} \cdot \mathbf{A}$ a $\mathbf{n} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{Q}_l^{-1} \cdot d\mathbf{l}$, dostávame pre vektor vyrovnaných doplnkov súradníc $d\hat{\mathbf{C}}$ nasledujúci vzťah

$$\begin{aligned} d\hat{\mathbf{C}} &= \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{n} \\ d\hat{\mathbf{C}} &= (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{Q}_l^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{Q}_l^{-1} \cdot d\mathbf{l}. \end{aligned} \quad (24)$$

Po pripočítaní $d\hat{\mathbf{C}}$ k vektoru približných súradníc bodov získavame vyrovnané súradnice bodov $\hat{\mathbf{C}}$ (tab. č. 5) podľa vzťahu

$$\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C}^0 + d\hat{\mathbf{C}}. \quad (25)$$

Určovaný bod	X [m]	Y [m]	h [m]
6	1 237 997,5877	262 066,5464	212,0736
8	1 239 477,5944	260 026,7789	315,7671
10	1 237 548,9994	262 319,8411	210,5748
22	1 234 954,9144	264 129,4577	465,9164
29	1 232 351,7105	258 829,4780	219,3079
7D	1 239 951,4923	262 718,1386	229,3110
A1	1 237 378,5571	261 318,5244	255,2788
B10	1 238 862,5438	260 851,2311	281,2042
C21	1 238 055,1535	261 451,4050	219,4607
KN1	1 238 653,6750	259 014,4523	283,6199
KN2	1 238 719,3576	258 712,3467	297,5643
KN3	1 238 720,2959	259 175,6978	292,4776
KN4	1 239 037,2521	259 050,2365	281,9547
KN5	1 238 851,2410	258 801,9423	272,3279

Tab.5. Vyrovnané súradnice bodov GS.

Určovaný bod	σ_x [mm]	σ_y [mm]
6	4,965	6,842
8	6,187	6,098
10	4,924	7,204
22	4,960	7,081
29	5,308	6,698
7D	4,951	7,548
A1	5,104	6,975
B10	5,682	5,947
C21	5,129	6,450
KN1	6,669	5,444
KN2	5,955	6,078
KN3	6,561	5,224
KN4	5,991	6,107
KN5	5,808	6,232

Tab.6. Štandardné odchýlky bodov GS.

Kvalitu vyrovnanej siete vo všeobecnosti charakterizujú dve matice :

- kofaktorová matica odhadov súradníc $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{C}}}$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{C}}} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{Q}_l^{-1} \cdot \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{N}^{-1}, \quad (26)$$
- kovariančná matica odhadov súradníc $\mathbf{\Sigma}_{\hat{\mathbf{C}}}$

$$\mathbf{\Sigma}_{\hat{\mathbf{C}}} = s_0^2 \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{C}}}, \quad (27)$$

$$\Sigma_{\hat{C}} = \begin{bmatrix} \sigma_{\hat{X}_1}^2 & \sigma_{\hat{X}_1\hat{Y}_1}^2 & & & & \\ \sigma_{\hat{Y}_1\hat{X}_1}^2 & \sigma_{\hat{Y}_1}^2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & \sigma_{\hat{X}_k}^2 & & \\ & & & & \sigma_{\hat{Y}_k}^2 & \end{bmatrix}$$

kde \mathbf{S}_0^2 je aposteriorný variančný faktor daný vzťahom

$$\mathbf{S}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{Q}_l^{-1} \cdot \mathbf{v}}{n - k}, \quad (28)$$

v ktorom čitateľ vyjadruje kvadratickú formu opráv Ω a menovateľ počet nadbytočných meraní (redundanciu siete). Čím je rozdiel $n-k$ väčší, tým je väčší predpoklad vyššej kvality siete.

Vektor opráv \mathbf{v} je určený na základe vzťahu

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot d\hat{\mathbf{C}} - d\mathbf{l}. \quad (29)$$

Na diagonále kovariančnej matice sa nachádzajú variancie odhadov súradníc v smere jednotlivých osí. V rámci vyrovnania sa určujú aj vyrovnané hodnoty meraných veličín $\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v}$.

Záver

Výstupy meraní technológiou GPS potvrdzujú aktuálnosť využitia takéhoto družicového merania v GS so širokým uplatnením v geodézii. Použitá statická metóda meraní GPS poukazuje na vysokú presnosť družicových meraní (tab.č.6), čo je akceptovateľné i pre také geodetické merania, akými je napr. deformačné šetrenie terénnych plôch a stavebných objektov. Dosažené výsledky prezentovaných transformačných postupov poukazujú na adaptabilnosť transformácií z WGS-84 do národného geodetického systému S-JTSK a Bpv. Zvolené väzbové vyrovnanie pomocou Gauss-Markovho modelu sa javí ako najvhodnejší matematický model spracovania GS v záujmovej lokalite Košická kotlina.

Literatúra

- Befti ,B. and Sanso, F.: The Integrated Approach to Satellite Geodesy. In: *Springer-Verlag (red.): Theory of Satellite Geodesy and Gravity Field Determination (Lecture Notes in Earth Sciences), Vol.25, Berlin, 1989, pp.373-416.*
- Cannon, M.E.: High-Accuracy GPS Semikinematic Positioning: Modelling and Results. In: *Global Positioning System, Navigation, Vol.IV, Alexandria (USA), 1994.*
- Gerstbach, G.: The Global Positioning System (GPS): State of the Art, Possibilities, Problems. In: *DSE 93/91 (RS GIS in Manage Trop Rainfoxest), Vol.1667, München, 1993.*
- Hefty, J. a Husár, L.: Družicová geodézia, Globálny polohový systém. *STU Bratislava, Bratislava, 1994.*
- Hofmann-Wellenhof, B., et al.: GPS Theory and Practice. *Springer-Verlag, Win-New York, 1993.*
- Hurčíková, V.: Určenie 3D súradníc v národnej geodetickej sústave bodov geodetickej siete v Košickej kotline-východ GPS technológiou. *Diplomová práca, KGaG, F BERG TU Košice, Košice, 1998.*
- Jacko, S., 1997: Polyštadiálny vývoj SZ-JV zlomov pri východnom okraji integríd Západných Karpát. In: *(Štrof-fek, red.), 9. medzinár. banícka konferencia, F BERG, TU Košice, Košice, 1997, s.15-18.*
- Leick, A.: GPS Satellite Surveying. *A. Wiley - Interocience Publication, New York, 1990.*

- Melicher, J. a Flassik, T.: Transformácia súradníc WGS-84 do lokálneho súradnicového systému pomocou nelinearizovaných rotačných matic. *Geodetický a kartografický obzor*, roč. 44/86, č. 2, 1998, s. 25 - 29.
- Melicher, J., Fixel, J. a Kabeláč, J.: Geodetická astronómia a základy kozmickej geodézie. *Alfa*, Bratislava, 1993.
- Mervart, L.: Globálny polohový systém. *ČVUT Praha, Praha, 1994*.
- Mervart, L. a Címbalník, M.: Vyšší geodézie 2. *ČVUT Praha, Praha, 1997*.
- Remond, B.W.: Pseudo-Kinematic GPS Results Using the Ambiguity Function Method. In: *Global Positioning System, Navigation, Vol.IV, Alexandria (USA), 1994*.
- Sedlák, V.: Lokalizácia objektov v reálnom čase s využitím technológií GPS. *Transaction of the Technical University of Košice*, 4/1997, s. 8-18.
- Sedlák, V., Kunák, L., Sütti, J., Kovanič, L., Havlice, K., Šadera, M., Gašinec, J. a Jacko, S., 1998: Deformačné modelovanie geotektonických recentných pohybov vo východoslovenskom regióne. *Priebežná správa grantového projektu č.1/4008/97.KGaG, F BERG TU Košice, Košice, 1998*.
- Seeber, G.: Satellite Geodesy, Foundation, Methods and Applications. *W de G, Berlin, 1993*.
- Sütti, J., Šadera, M. a Gašinec, J.: 3D transformácie karteziánskych súradníc. *KGaG, F BERG TU Košice, Košice, 1997, (nepublikované)*.
- Wong, R.V.C.: High-Accuracy Kinematics Positioning by GPS-INS. In: *Global Positioning System, Navigation, Vol.IV, Alexandria (USA), 1994*.