

Deformačná analýza územia v lokalite Jaslovské Bohunice

Štefan Kolcun¹ a Juraj Sütti²

Deformation analysis of the area around Jaslovské Bohunice

Results of stability investigations of geodetic points and the area around the nuclear power plant Jaslovské Bohunice are presented. The finite element method and strain analysis in particular triangle areas were used to obtain the required deformation parameters. The maximum and minimum principal strains with the total shear indicate horizontal movements appearing during last 9 years.

Key words: Finite element analysis, geodetic measurements, strain analysis, geodetic point displacements, strain parameters of the area.

Úvod

Výskum recentných pohybov zemskej kôry, predovšetkým v horných vrstvách litosféry, na základe výsledkov z opakovaných geodetických meraní vo vhodnej sieťovej štruktúre, je významným nástrojom pre skúmanie stability území, na ktorých sa zakladajú alebo prevádzkujú energetické diela, významné časti infraštruktúr, rôzne priemyselné a obytné celky a pod. V takomto území, "pokrytom" geodetickými bodmi s vhodnou dislokáciou najmä podľa geomechanických a geologických hľadísk, sa vytvárajú v rôznych epochách sieťové realizácie, z ktorých, na základe ich spracovania, je možné určiť horizontálne posuny jednotlivých bodov. Takto vytvorené pole horizontálnych (polohových) vektorov - posunov dáva už cenné informácie o určitých pohybových aktivitách územia za obdobie medzi dvomi epochami. Pri potrebe podrobnejších, resp. doplňujúcich informácií máme možnosť vzniknuté pole vektorov horizontálnych posunov transformovať na prvky - parametre (translácie, rotácie, normálové a šmykové deformácie) podľa komplexnej deformácie príslušného územia, resp. jeho menších častí. Mechanizmus takého transformačného procesu spočíva na poznatkoch teórie elastických deformácií, ktoré sú vyvolané pôsobením rôznych endo- prípadne exogénnych tlakových síl v skúmanom územnom celku. Predpokladáme pritom, že v takom území je približne konštantná homogénnosť hmoty, jej elasticita a izotropia a že posuny bodov sú infinitezimálne vzhľadom na rozmery územia. V takom prípade sa dajú prejavy deformácií vyjadriť pomocou Hookovho zákona, podľa ktorého sú deformácie úmerné pôsobiacim silám.

Príspevok sa venuje transformácii vektorov horizontálnych posunov (zistených z geodetických meraní v lokalite jadrovej elektrárne v Jaslovských Bohuniciach medzi epochami 1989 a 1998) na odpovedajúce normálové a strižné deformačné parametre územia, ktoré pre tento účel bolo rozdelené na bloky (metóda konečných prvkov) a následnej analýze získaných výsledkov.

Geodetické merania a spracovania

Na získanie údajov potrebných pre určenie horizontálnych posunov bodov geodetického bodového poľa v sledovanom území sa na ňom založí polohová sieť s potrebným množstvom a rozmiestnením bodov. Sieť sa v začiatkovej (nulte) epoche t zameria s dostatočnou redundanciou a presnosťou a zo spracovania meraní sa určia vyrovnané súradnice $C = [X \ Y]^T$ bodov siete. V následnej epoche t' sa meracia a spracovateľský proces zopakuje a získajú sa vyrovnané súradnice $C' = [X' \ Y']^T$, ktoré budú odlišné od hodnôt C . Z ich rozdielov sa určia súradnicové diferencie $dC = [dX \ dY]$ a z nich ďalej dĺžky dh a orientácie σ_{dh} vektorov posunov podľa vzťahov

$$\begin{aligned} dh &= \sqrt{dX^2 + dY^2} = \sqrt{(X' - X)^2 + (Y' - Y)^2}, \\ \sigma_{dh} &= \arctg \frac{dY}{dX}, \end{aligned} \quad (1)$$

ktoré poskytujú základné, primárne informácie o pohybovom správaní sa územia.

¹ Doc. Ing. Štefan Kolcun, CSc., Katedra kovových a drevených konštrukcií Stavebnej fakulty Technickej univerzity v Košiciach, Vysokoskolská 4, 040 01 Košice

² Prof. Ing. Juraj Sütti, DrSc., Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity v Košiciach, Park Komenského 19, 043 84 Košice

(Recenzovali: Doc. Ing. Michal Badida, PhD. a Doc. Ing. Ján Cirbus, CSc.)

Určenie deformačných parametrov územia

Transformácia vektorového poľa horizontálnych, t.j. 2D posunov na pole prvkov (parametrov) deformácií, čo v podstate predstavuje separovanie jednotlivých druhov deformácií z komplexnej deformácie na základe geodeticky zistených posunov, sa pre bod B_i bodového poľa spravidla modeluje podľa lineárneho vzťahu (Welsch, 1982, 1983; Brunner, 1979; Vyskočil 1987)

$$C' = FC + t = (I + dF)C + t, \quad (2)$$

kde F je matica deformácií (tiež gradient deformácií) v bode B_i , I je jednotková matica,

$$dF = \text{grad } dC = \begin{bmatrix} \frac{\partial dX}{\partial X} & \frac{\partial dX}{\partial Y} \\ \frac{\partial dY}{\partial X} & \frac{\partial dY}{\partial Y} \end{bmatrix} \quad (3)$$

je nesymetrický tenzor deformácií, definovaný ako matica gradientov posunov v bode B_i a

$$t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

je vektor translácií bodu a jeho okolia. Zo vzťahu (2) vyplývajú rovnice posunov

$$\begin{aligned} C' - C &= dF.C + t, \\ dC &= \begin{bmatrix} dX \\ dY \end{bmatrix} = dF.C + t, \end{aligned} \quad (4)$$

v ktorých gradient posunov (tenzor premiestnenia bodov) $dF = \text{grad } dC$ je možné pri malom uhle pootočenia bodu B_i a jeho okolia rozložiť na symetrickú a antisymetrickú časť podľa vzťahu

$$dF = E + dR. \quad (5)$$

Vo vzťahu (5) je E symetrický tenzor deformácie (pretvorenia) okolia bodu B_i

$$E = \begin{bmatrix} \frac{\partial dX}{\partial X} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial dX}{\partial Y} + \frac{\partial dY}{\partial X} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial dX}{\partial Y} + \frac{\partial dY}{\partial X} \right) & \frac{\partial dY}{\partial Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} \\ e_{yx} & e_{yy} \end{bmatrix}, e_{xy} = e_{yx} \quad (6)$$

a dR je antisymetrický tenzor rotácie bodu B_i a jeho okolia

$$dR = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial dY}{\partial X} - \frac{\partial dX}{\partial Y} \right) \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial dY}{\partial X} - \frac{\partial dX}{\partial Y} \right) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

V matici E sú zložky e_{xx} , e_{yy} hlavné (extrémne) normálové pomerné deformácie v smeroch súradnicových osí a e_{xy} charakterizuje šmyk (torziu) bodu a jeho okolia, t.j. strižnú deformáciu (e_{xy} je tangenta strižného uhla).

Keďže pre popis vlastnej deformácie (pretvorenia) okolia bodu B_i je rozhodujúca matica E , je užitočné a pre strain analýzu objektu aj potrebné vyšetriť jej komponenty v závislosti na hodnotách dC .

Ak zohľadníme vzťah (5) vo výraze (4), máme pre bod B_i rovnicu

$$\begin{aligned} dC_i &= (E + dR)C_i + t_i, \\ \begin{bmatrix} dX \\ dY \end{bmatrix}_i &= \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} \\ e_{yx} & e_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_i + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}_i \end{aligned} \quad (8)$$

a po usporiadaní prvkov na pravej strane rovnice (8) dostávame

$$dC_i = H_i \Theta \quad (9)$$

kde

$$\Theta = [e_{xx} \ e_{xy} \ e_{yy} \ \omega \ t_x \ t_y]^T \quad (10)$$

je vektor deformačných parametrov a

$$H_i = \begin{bmatrix} X_i & Y_i & 0 & Y_i & 1 & 0 \\ 0 & X_i & Y_i & -X_i & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

je matica koeficientov. Určenie Θ pre jednotlivé body siete nie je z numerického hľadiska možné, a preto sa deformačné parametre určujú pre malé časti celkového územia, ktoré sú spravidla vymedzené vhodnými trojicami bodov siete.

Ako už bolo uvedené, pre deformačnú analýzu a jej interpretáciu je výhodné použiť metódu tzv. finitných elementov (konečných prvkov) geodetickej siete, t.j. skúmať malé trojuholníkové časti územia. V takom prípade deformačné parametre budeme vyšetrovať pre každý trojuholníkový blok územia, pre ktorý môžeme prijať predpoklad elasticity, homogénnosti a izotropie s vyššou pravdepodobnosťou ako pre celé územie. Pre takýto územný element, vymedzený napr. bodmi B_i, B_j, B_k , môžeme zostaviť tri rovnice typu (9) do spoločného systému rovníc

$$dC_{ijk} = H_{ijk} \Theta_{ijk} \quad (12)$$

v ktorých bude známy vektor posunov príslušných bodov

$$dC_{ijk} = [dX_i \ dY_i \ dX_j \ dY_j \ dX_k \ dY_k]^T$$

a matica koeficientov rozmeru 6x6 je

$$H_{ijk} = \begin{bmatrix} X_i & Y_i & 0 & Y_i & 1 & 0 \\ 0 & X_i & Y_i & -X_i & 0 & 1 \\ X_j & Y_j & 0 & Y_j & 1 & 0 \\ 0 & X_j & Y_j & -X_j & 0 & 1 \\ X_k & Y_k & 0 & Y_k & 1 & 0 \\ 0 & X_k & Y_k & -X_k & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Z rovníc (12) sa získajú hľadané deformačné parametre, charakterizujúce rôzne pohybové prejavy územného elementu medzi uvedenými bodmi, ktoré sú

$$\Theta_{ijk} = H_{ijk}^{-1} dC_{ijk}. \quad (13)$$

Analogickými vzťahmi a postupmi je možné získať Θ pre všetky trojuholníkové časti územia. Keďže pri skúmaní stability územných celkov sa predpokladajú najmä horizontálne tvarové a rozsahové zmeny územných celkov, t.j. rovinné pretvárania sa týchto jednotiek, z deformačných parametrov Θ sa pre analýzu použijú len prvky tenzora deformácií e_{xx}, e_{yy}, e_{xy} charakterizujúce zmeny územných elementov, t.j. ich pretvorenia.

Na základe znalosti prvkov tenzora E je možné určiť aj ďalšie parametre, ktoré tiež popisujú, resp. dopĺňujú charakter deformácií týchto územných elementov, z ktorých sa najčastejšie použijú (Thurm, 1974; Welsch, 1983):

$$\Delta = e_{xx} + e_{yy} = e_1 + e_2, \quad (14)$$

plošná deformácia (plošný strain), tiež stredná hodnota plošnej dilatácie, resp. pomerná zmena (deformácia) jednotkovej plochy,

$$\gamma = \sqrt{(e_{xx} - e_{yy})^2 + (2e_{xy})^2} = e_1 - e_2, \quad (15)$$

strižná deformácia (zmena tvaru), úplný strih,

$$e_1 = 0,5(\Delta + \gamma), \tag{16}$$

veľkosť hlavnej, maximálnej ťahovej deformácie (dilatácia, expanzia),

$$e_2 = 0,5(\Delta - \gamma), \tag{17}$$

veľkosť hlavnej, minimálnej ťahovej deformácie (kompresia),

$$\sigma_{e1} = 0,5 \arctg (2e_{xy} / (e_{xx} - e_{yy})), \tag{18}$$

smerník osi maximálnej dĺžkovej deformácie e_1 , pričom smerník osi minimálnej dĺžkovej deformácie e_2 je $\sigma_{e2} = \sigma_{e1} \pm \pi/2$,

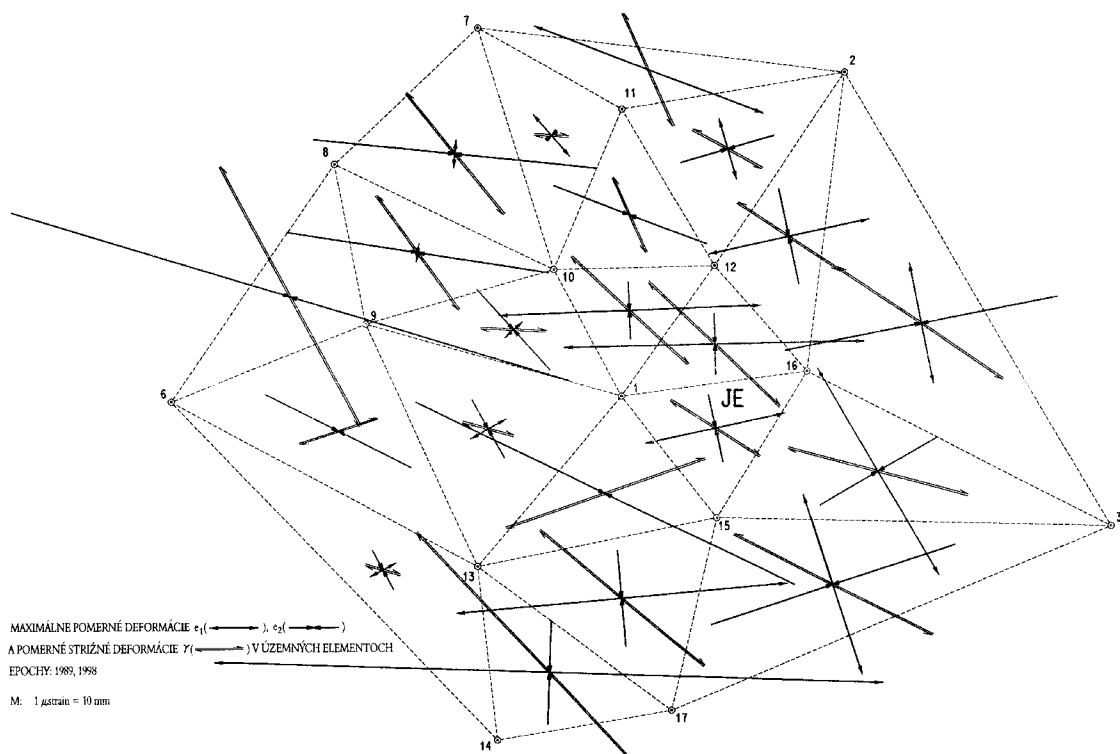
$$\sigma_\gamma = \sigma_{e1} \pm \pi/4, \tag{19}$$

smerník osi strižnej deformácie; $\sigma_{e1} + \pi/4$ platí pre $\omega > 0$, $\sigma_{e1} - \pi/4$ platí pre $\omega < 0$.

Ak pre skúmané územie dostávame hodnoty $\omega > 0$, dochádza k rozšíreniu (rozpinaniu) územia, ak $\omega < 0$, dochádza k jeho stlačeniu.

Použitie deformačnej analýzy pre lokalitu Jaslovské Bohunice

Geodetická polohová sieť v širšom okolí jadrovej elektrárne (JE) na území cca 20x25 km bola vybudovaná ešte pred r.1987 a v ďalšom období, najmä v súvislosti s jej jednotlivými zameraniami, bola čiastočne štruktúrne menená. Pre skúmanú a analyzovanú podobu má sieť 15 hĺbkovo stabilizovaných bodov, ktoré sú vhodne rozmiestnené na danom území (obr.1).



Obr.1. Maximálne pomerné deformácie e_1 , e_2 a pomerné strižné deformácie γ v území elementoch epochy 1989, 1998. Lokalita Jaslovské Bohunice.

Merania siete a ich spracovania, z ktorých sa získali vyrovnané súradnice bodov a ktoré sa v tomto príspevku skúmajú, boli vykonané v epochách $t = 1989$ a $t' = 1998$. Sieť založil a postupne jej merania

a spracovania realizoval Geodetický a kartografický ústav v Bratislave. Z vyrovnaných súradníc (GKU, 1998) boli podľa vzťahov (1) určené dĺžky a smerníky horizontálnych posunov, ktorých hodnoty sú uvedené v tab.1.

Bod	dX[mm]	dY[mm]	dh[mm]	σ_{dh} [°]
1	- 3	10	10.4	119
2	1	- 24	24.0	303
3	27	13	30.0	29
6	12	- 16	20.0	341
7	- 6	- 1	6.1	211
8	- 2	- 2	2.8	250
9	6	8	10.0	59
10	1	17	17.0	96
11	- 7	- 20	21.2	278
12	- 5	5	7.1	150
13	4	- 1	4.1	384
14	4	- 26	26.3	310
15	- 8	20	21.5	124
16	- 10	- 5	11.2	230
17	- 12	- 49	50.4	285

Tab.1. Horizontálne posuny bodov.

Územie "pokryté" sieťou sa rozdelilo na 21 menších častí - elementov trojuholníkového tvaru, vymedzených trojicami bodov siete (obr.1) a v každom z týchto územných blokov sa podľa vzťahov (6), (7) vyšetřil príslušný tenzor deformácií, pomocou ktorého sa s použitím vzťahov (12) - (17) určili ďalšie deformačné parametre: γ , Δ_x , e_1 , e_2 . Získané hodnoty sú uvedené v tab.2. Plošné rozloženia ťahových deformácií e_1 , e_2 , ako aj strižnej deformácie γ sú graficky zobrazené v obr.1.

Tab.2. Deformačné parametre v územných elementoch.

Územný element	e_{xx} [μ strain]	e_{xy} [μ strain]	e_{yy} [μ strain]	γ [μ strain]	Δ [μ strain]	e_1 [μ strain]	e_2 [μ strain]	σ_{e1} [°]	σ_γ [°]
7,2,11	0.34	-0.94	2.50	2.86	2.84	2.85	-0.01	111	156
11,2,12	0.59	-0.49	-0.99	1.85	-0.40	0.73	-1.13	344	299
2,16,12	-0.83	0.60	1.79	2.88	0.95	1.92	-0.96	78	123
2,3,16	1.26	-0.86	-3.07	4.66	-1.81	1.43	-3.24	349	304
7,11,10	0.30	-0.40	0.18	0.80	0.48	0.64	-0.16	319	274
11,12,10	-0.24	0.63	-1.66	1.90	-1.90	0.00	-1.90	21	336
12,1,10	-0.67	0.14	3.04	3.72	2.37	3.05	-0.67	88	133
12,16,1	-0.71	0.09	3.51	4.22	2.80	3.51	-0.71	89	134
16,15,1	-0.69	0.49	1.55	2.45	0.86	1.66	-0.80	78	123
16,3,15	1.67	-1.89	-0.44	4.34	1.23	2.79	-1.56	330	285
15,3,17	1.72	-1.52	-2.52	5.22	-0.80	2.21	-3.01	342	297
7,10,8	0.28	0.37	-3.27	3.63	-2.98	0.32	-3.31	6	321
8,10,9	0.13	0.50	-3.00	3.29	-2.87	0.21	-3.08	9	324
10,1,9	-0.57	0.76	-0.41	1.53	-0.99	0.27	-1.26	48	93
9,1,13	-0.48	0.53	0.18	1.24	-0.30	0.47	-0.77	61	106
1,15,13	-0.95	1.95	-3.94	4.92	-4.89	0.02	-4.91	26	71
13,17,14	-1.21	-0.24	7.81	9.03	6.60	7.81	-1.22	92	137
8,9,6	-0.48	1.90	-6.20	6.87	-6.68	0.09	-6.77	17	332
6,9,3	-0.37	0.77	-1.51	1.91	-1.89	0.01	-1.90	27	72
6,13,14	-0.33	0.35	0.16	0.86	-0.17	0.34	-0.52	62	107
13,15,17	-1.09	0.47	3.82	5.00	2.73	3.87	-1.13	85	130

Analýza výsledkov a záver

Z rozloženia parametrov e_1 , e_2 , γ na danom území vyplývajú niektoré zjavné informácie o stabilite, resp. o polohovom pohybe v 21 trojuholníkových elementoch územia. Predovšetkým je zrejmé, že územie môže byť z hľadiska charakteru deformačných pohybov rozdelené na dve oblasti čiarou, idúcou v okolí bodov č. 7, 11, 12, 10, 1, 15, 13, 14. Vo východnej oblasti pozostávajúcej z 11 územných elementov, prevládajú (v 7 elementoch) rozpínacie (expanzné) pohybové prejavy, ktoré takýto charakter dávajú aj celej tejto oblasti. Tento trend vyplýva aj z porovnania hodnôt $\Sigma e_1 = 31,82$ a $\Sigma e_2 = 13,73$, resp. ich priemerných hodnôt $\bar{e}_1 = 2,89$ a $\bar{e}_2 = 1,25$ na tomto území, medzi ktorými sú rozdiely jednoznačne signifikantné. Najväčšie expanzné prejavy (najväčšie

hodnoty e_1) za sledované obdobie nastali v južnej až juhozápadnej časti tejto oblasti (4 územné elementy), ale tiež v strednej (2 územné časti) a jedna časť v severnej okrajovej oblasti. V ostatných štyroch územných blokoch sú hodnoty e_1 vcelku malé a aj vzhľadom na veľkosť príslušných e_2 je ich možné považovať prakticky za stabilné, resp. nanajvýš nevýrazne polohove zmenené. K nim patrí aj blok 1 - 16 - 15, v ktorom sa nachádza JE.

V západnej časti, pozostávajúcej z 10 územných elementov, prevládali za sledované obdobie, čo vyplýva aj z obr.1, kompresné javy a trendy, najmä v troch blokoch v severozápadnej časti územia ale aj v jej strednej časti. V tejto oblasti došlo teda k stláčaniu územia, ako to naznačujú aj hodnoty $\Sigma e_1 = 2,37$ a $\Sigma e_2 = 24,57$, resp. priemerné hodnoty $\bar{e}_1 = 0,24$ a $\bar{e}_2 = 2,46$. Z ich veľkostí evidentne vyplýva, že významná rozdielnosť hodnôt jednoznačne preukazuje v podstate charakter stláčania tejto oblasti. Okrem štyroch územných elementov, ktoré majú zjavne takýto charakter, ostatných šesť blokov s relatívne malými, navzájom korešpondujúcimi hodnotami e_1 , e_2 , je možné považovať za mierne stlačené, resp. za prakticky stabilné územné celky.

Z rozloženia hodnôt deformačných parametrov e_1 , e_2 , γ tiež vyplýva, že v západnej časti vyšetrovaného územia sa väčšmi prejavila relatívna stabilita územia ako vo východnej a tiež skutočnosť, že celé územie z hľadiska uvedených deformačných prejavov je nehomogénne.

Pri finálnych interpretáciách polohových pohybových aktivít územia je dôležité zohľadniť aj výškové pohybové prejavy územia a prirodzene tiež jeho podrobnú geologickú dispozíciu. Z hľadiska reálnosti záverov je potrebné prihliadnuť aj na to, že pre získanie objektívnejšieho obrazu o pohybe bodov a územia, o ich veľkosti, rýchlosti a trendoch, by boli potrebné merania z viac ako dvoch epoch.

Literatúra

- Brunner, F.K.: On the analysis of geodetic networks for the determination of the incremental strain tensor. *Survey review* 1979, 192, 56-67.
- Geodetický a kartografický ústav: Geodetické merania lokality AE Jaslovské Bohunice 1989 a 1998. *Elaborát a správa, Bratislava, 1998.*
- Thurm, H.: Horizontale Dislokationen und Deformationen der Erdkruste in der Elbtalzone. In: *Geodaet. Geophys. Veröffentlichungen, R. III., H.35, Berlin 1974, 21 - 35.*
- Vyskočil, P.: Vlastnosti pole vodorovné deformace a studium recentních pohybu zemské kůry. *Geodet. a kartograf. obzor* 33/75 (1987), 12, 335-340.
- Welsch, W.M.: Description of homogeneous horizontal strains and some remarks to their analysis. In: *Veröff. d. Deutschen Geodät. Komm. R.B, H.258/V., München 1982, 188 - 205.*
- Welsch, W.M.: Finite element analysis of strain patterns from geodetic observations across a plate margin. *Tectonophysics* 97(1983), 57 - 71.