

Spracovanie GPS meraní v kombinovanej polohovej geodetickej sieti v S-JTSK pre diaľnicu D1

Soňa Molčíková¹ a Viera Hurčíková¹

Adjustment GPS measurements in a combination position geodetic network in S-JTSK for the motorway D1

The paper deals with an application of GPS technologies to the position geodetic network at the D1 motorway construction in the east Slovakian region. The Gauss-Markov model of adjustment with constraints is used for the combined network adjustment. Determining position point network coordinates is completed by their accuracy analysis.

Key words: GPS technology, D1 motorway, adjustment with constraints, combined geodetic network, accuracy analysis.

Úvod

Z hľadiska ekonomického a hospodárskeho rozvoja štátu má budovanie diaľnic svoj nenahraditeľný význam. Na jednej strane diaľnice zrýchľujú a zjednodušujú dopravu, znižujú spotrebu pohonných hmôt, na strane druhej nemalou mierou prispievajú k ochrane a tvorbe životného prostredia hlavne obmedzením hlučnosti a prašnosti. Prvým výrazným krokom k výstavbe diaľnic na Slovensku bolo vypracovanie dokumentu „Konceptia dlhodobého rozvoja cestnej siete“, ktorý bol schválený ešte v roku 1963 (Brtáň, 1992).

Samotná realizácia diaľničných úsekov je úzko spätá s budovaním kvalitných geodetických sietí, na ktoré sú kladené mimoriadne vysoké nároky na presnosť. Pri meraní v geodetických sieťach sa v súčasnosti používajú metódy, zodpovedajúce vývojovému stavu prístrojovej techniky a úrovni teoretického poznania. Jednou z najpoužívanějších súčasných technológií určenia polohového bodového poľa je metóda GPS (Global Positioning System - Globálny polohový systém), ktorej prednosti z hľadiska presnosti, efektívnosti, časovej nenáročnosti a v neposlednom rade i nenáročnosti spracovateľských postupov sú jednoznačné vzhľadom na ostatné konvenčné metódy.

Cieľom článku je informovať o postupe vyrovnania geodetickej siete založenej v rámci budovania diaľničného úseku v katastri obce Fričovce, ktorý je súčasťou diaľnice D1, ako i o overení jej kvality. Vytýčovací sieť je tvorená 37 určenými bodmi, ktoré boli zamerané z 3 trigonometrických bodov statickou metódou GPS. Získané súradnice boli pretransformované z WGS-84 (World Geodetic System 1984 - Svetový geodetický systém 1984) do S-JTSK (Systém jednotnej trigonometrickej siete katastrálnej) (Sedlák a Šadera, 1998) a následne spracované väzbovým vyrovnaním. Kvalita siete je overená pomocou plošných a číselných charakteristík presnosti.

Globálny polohový systém (GPS)

GPS je rádionavigačný systém, ktorý je vybudovaný na báze umelých družíc Zeme (UDZ) tak, že umožňuje podávať informácie o ich okamžitej polohe, smere a rýchlosti pohybu, ako aj o presnom čase. Systém pracuje nepretržite, možno ho využívať na ktoromkoľvek mieste na Zemi nezávisle od meteorologických podmienok.

GPS sa vyvíja od roku 1973 v Spojených štátoch amerických pre navigačné účely. V roku 1983 bol prvýkrát použitý v obmedzenej miere aj pre riešenie geodetických úloh. Pôvodne sa predpokladalo, že po úplnom dobudovaní bude aktívna časť systému pozostávať z 24 UDZ, no po určitých opatreniach sa tento počet zredukoval na 18 aktívnych a 3 záložné UDZ.

Technológia navigácie GPS spočíva v meraní pseudovzdialeností medzi užívateľom a minimálne štyrmi UDZ nad horizontom. Pri znalosti polohy v geocentrickom súradnicovom systéme možno odvodiť súradnice antény prijímacej aparatury. Meranie na štyri UDZ je potrebné kvôli stanoveniu rozdielu medzi časovým systémom hodín UDZ a prijímača.

GPS bol vyvinutý pre presnú navigáciu v reálnom čase (poloha a vektor rýchlosti majú byť známe do 1 sekundy po uskutočnení merania). Polohová presnosť je 10÷15 mm. Pri relatívnych metódach sa predpokladá presnosť 1÷2 ppm, ktorá je v geodetických prácach bežne dosiahnuteľná (Böhm, 1963; Vykutíl, 1982).

GPS obsahuje (Beřti a Sanso, 1989; Bučko, 1994; Gerstbach, 1993; Hofmann-Wellenhlř et al., 1993; Heřty, 1994; Mervart, 1994; Sedlák, 1997; Mervart a Cimbalník, 1997):

¹Ing. Soňa Molčíková a Ing. Viera Hurčíková, Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity v Košiciach, Park Komenského 19, 043 84 Košice, Tel.: +421 95 602 31 02, Fax: +421 95 633 366 18
(Recenzovali: Prof. Ing. Juraj Šüttı, DrSc. a Doc. Ing. Marcel Mojžes, CSc.)

- Vesmírny segment: Prvých 11 prototypových UDZ typu Block I bolo vypustených v rokoch 1978 až 1985. Ich plánovaná životnosť bola 4,5 roka, no ešte v roku 1993 boli tri z nich aktívne. Od roku 1989 sa vypúšťajú inovované družice typu Block II, ktorých predpokladaná životnosť je 7,5 roka a ich počet je v súčasnosti 24. Významným rozdielom medzi UDZ typu Block I a Block II je, že UDZ typu Block II majú možnosť modifikovať vysielané kódy a tak obmedziť ich používanie civilnými užívateľmi. Od roku 1995 sa vypúšťajú dokonalejšie UDZ typu Block IIR, so životnosťou 10 rokov.

- Riadiaci segment: Chod UDZ je riadený piatimi monitorovacími riadiacimi stanicami, ktoré sú vybavené cíziovými frekvenčnými normálmi a prijímačmi s P-kódom (Precise Code). Riadiaci segment zodpovedá za nepretržitú činnosť GPS. Jeho prvoradou úlohou je neustále obnovovanie dráhových elementov v navigačnej správe a spojité meranie pseudovzdialeností medzi monitorovacími stanicami a okamžitými polohami družíc. Informácie z monitorovacích staníc sú špeciálnymi komunikačnými prostriedkami dopravené do hlavného riadiaceho centra v Colorado Springs, kde sa vykonáva ich globálne spracovanie a vyhotovujú sa efemeridy všetkých UDZ systému.

- Užívateľský segment: Tvoria ho špeciálne prijímače, ktoré slúžia na príjem a spracovanie družicových GPS signálov. Prijímače sú vyrábané podľa oblasti ich využitia ako vojenské, civilné, geodetické, prijímače pre časovú synchronizáciu a pod.

Presnosť súradníc bodov siete vo WGS-84

Presnosť bodov, zameraných GPS aparátúrou, môže byť popísaná na jednej strane formou konštatácií z apriórnych analýz o tom, aké pozitívne a negatívne faktory vplývajú na presnosť určenia bodov a na druhej strane rôznymi aposteriornymi charakteristikami, odvodenými z vykonanej realizácie GPS meraní a ich spracovania.

Po GPS zameraní bodového poľa pri dodržaní potrebných podmienok, je presnosť meraných veličín charakterizovateľná rôznymi charakteristikami, ktoré sa odvodzujú z vykonaných meraní. Tieto charakteristiky sú potrebné pre spracovanie siete, a teda aj pre určenie polohovej presnosti jej bodov pri vyrovnaní vo WGS-84, ako aj iných odvodených ukazovateľov kvality siete.

Keď použijeme na meranie určitú GPS aparátúru, výstupné hodnoty z primárne spracovaných meračských údajov obsahujú tiež potrebné informácie o stochastických vlastnostiach výstupných veličín. Tieto informácie môžu byť pre GPS vektory

$$D = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}, \quad (1)$$

vyjadrené pomocou aposteriorných variančných faktorov – rms, štandardných odchýlok σ_x , σ_y , σ_z komponentov GPS vektorov a korelačnou (alebo kovariančnou) maticou týchto komponentov.

Použitím týchto komponentov je možné vždy zostaviť kofaktorovú maticu GPS vektora

$$Q_D = \begin{bmatrix} q_{\Delta X \Delta X} & q_{\Delta X \Delta Y} & q_{\Delta X \Delta Z} \\ q_{\Delta Y \Delta X} & q_{\Delta Y \Delta Y} & q_{\Delta Y \Delta Z} \\ q_{\Delta Z \Delta X} & q_{\Delta Z \Delta Y} & q_{\Delta Z \Delta Z} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

ktorá charakterizuje presnosť komponentov ΔX , ΔY , ΔZ , dĺžku GPS vektora D , ako aj korelačné vzťahy medzi komponentami. Pomocou týchto veličín je potom možné určiť aj presnosť súradníc určovaných bodov v referenčnom rámci WGS-84, resp. ETRS-89 (European Terrestrial Reference System 1989 – Európsky terestrický referenčný systém 1989).

Aposteriórna presnosť transformovaných súradníc týchto bodov do S-JTSK sa väčšinou určuje nepriamymi spôsobmi, ako je to možné napr. pri dĺžkovej transformácii súradníc z WGS-84 do S-JTSK a iných postupoch.

Každú zameranú geodetickú sieť (GS), ktorá bola spracovaná v systéme WGS-84 alebo v systéme S-JTSK, je vhodné kvalitatívne overiť. Existujú rôzne metódy overovania GS. Jednou z nich je výpočet dĺžok zo súradníc daných v systéme S-JTSK, ktoré boli získané transformáciou z GPS meraní. Týmto spôsobom získanú trilat-račnú (dĺžkovú) sieť je možné spracovať vhodne zvoleným vyrovnaním a na základe vypočítaných číselných a plošných charakteristík overiť jej kvalitu.

Väzbové vyrovnanie 2D sietí

Na väzbové vyrovnanie kombinovanej polohovej (2D) siete použijeme výhodne Gauss-Markovov model. Ak skutočné chyby ε nahradíme opravami \mathbf{v} a doplnky parametrov d ich odhadmi $d\hat{\theta}$, dostávame štatistický model spracovania siete (Abelovič et al., 1990; Weiss a Sütüti, 1997):

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}d\hat{\theta} - d\mathbf{l}, \quad (3)$$

$$\Sigma_l = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_l,$$

kde: $\mathbf{A}_{n,k}$ je konfiguračná matica siete, ktorá popisuje jej štruktúru. Členy tejto matice sa určia parciálnymi deriváciami modelových rovníc podľa hľadaných parametrov, čiže podľa súradníc bodov. Pre kontrolu je možné túto maticu rozšíriť aj o dátumové body, čím dostávame globálnu konfiguračnú maticu. Súčet členov v riadku v takto zostavenej matici musí byť rovný nule. Pri výpočte však uvažujeme len submaticu, obsahujúcu určované body. Rozmer matice \mathbf{A} je $n \times k$, kde n je počet meraní a k je počet určovaných parametrov. Matica \mathbf{A} je vyjadrená nasledovne:

$$\mathbf{A}_{n,k} = \begin{bmatrix} \frac{d_1}{\partial X_1^0} & \frac{d_1}{\partial Y_1^0} & \frac{d_1}{\partial X_2^0} & \frac{d_1}{\partial Y_2^0} & \dots & \frac{d_1}{\partial X_k^0} & \frac{d_1}{\partial Y_k^0} \\ \frac{d_2}{\partial X_1^0} & \frac{d_2}{\partial Y_1^0} & \frac{d_2}{\partial X_2^0} & \frac{d_2}{\partial Y_2^0} & \dots & \frac{d_2}{\partial X_k^0} & \frac{d_2}{\partial Y_k^0} \\ \vdots & & & & & & \\ \frac{d_n}{\partial X_1^0} & \frac{d_n}{\partial Y_1^0} & \frac{d_n}{\partial X_2^0} & \frac{d_n}{\partial Y_2^0} & \dots & \frac{d_n}{\partial X_k^0} & \frac{d_n}{\partial Y_k^0} \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$d\mathbf{l}_{n,1}$ je vektor redukovaných observácií, určený podľa vzťahu

$$d\mathbf{l}_{n,1} = \mathbf{l}_{n,1} - \mathbf{l}_{n,1}^o, \quad (5)$$

kde \mathbf{l} je vektor observovaných veličín,

\mathbf{l}^o je vektor približných hodnôt meraných veličín, ktoré vypočítame z približných súradníc bodov siete na základe modelových rovníc,

$$\mathbf{l}_{n,1}^o = \begin{bmatrix} l_1^o \\ l_2^o \\ \vdots \\ l_n^o \end{bmatrix} \quad (6)$$

Σ_l je kovariančná matica meraných veličín,

σ_0^2 je štandardná odchýlka merania, určená vzťahom

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}{n}; \quad (7)$$

\mathbf{Q}_l je kofaktorová diagonálna matica meraných veličín, pričom kofaktory sú vypočítané podľa vzťahu

$$q_{l_i} = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_0^2}, \quad (8)$$

$$\mathbf{Q}_l = \begin{bmatrix} q_{l_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_{l_2} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & q_{l_n} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

pričom s cieľom zjednodušenia výpočtov je možné si zvoliť kofaktorovú maticu jednotkovú, pretože kofaktory, ktoré vypočítame, sú blízke číslu 1, čo je optimálny stav.

Vzhľadom na to, že pri spracovávaní GS sú určovanými parametrami súradnice bodov, budeme namiesto označenia parametra Θ používať označenie C . Keďže pri vyrovnaní sietí hľadanými parametrami sú odhady súradníc bodov siete \hat{C} , namiesto doplnku parametra $d\hat{\Theta}$ budeme používať označenie $d\hat{C}$.

Ako odhadovací princíp sa volí metóda najmenších štvorcov (MNS) a ako matematický princíp inverzné riešenie, čo je štandardný postup spracovania GS.

Riešením vzťahov (3) dospejeme k sústave normálnych rovníc v tvare

$$A^T \cdot Q_i^{-1} \cdot A \cdot d\hat{C} - A^T \cdot Q_i^{-1} \cdot dl = 0, \quad (10)$$

z ktorej vyplýva pre hľadané vyrovnané doplnky súradníc $d\hat{C}$ vzťah

$$d\hat{C} = (A^T \cdot Q_i^{-1} \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot Q_i^{-1} \cdot dl. \quad (11)$$

Ak označíme:

$$\begin{aligned} N &= A^T \cdot Q_i^{-1} \cdot A \\ n &= A^T \cdot Q_i^{-1} \cdot dl, \end{aligned} \quad (12)$$

potom vzťah (11) môžeme vyjadriť v tvare

$$d\hat{C} = N^{-1} \cdot n \quad (13)$$

a po pripočítaní $d\hat{C}$ k vektoru približných súradníc bodov C^0 získavame vyrovnané súradnice bodov \hat{C} podľa nasledujúceho vzťahu

$$\hat{C} = C^0 + d\hat{C}. \quad (14)$$

Pri spracovávaní GS, v ktorej je nameraných n veličín a potrebné je určiť k neznámych parametrov, do výpočtov nezahŕňame dátumové (referenčné) body, pretože ich považujeme za absolútne presné. Táto skutočnosť sa vo vyrovnaní prejaví tým, že konfiguračná matica A a teda aj matica N siete budú regulárne. Ich hodnosť $rk(A)=k$, $rk(N)=k$, pričom číslo k predstavuje počet určovaných parametrov. V tomto prípade vieme priamo invertovať maticu N (N^{-1}) a nie je ju potrebné riešiť osobitým spôsobom.

Kvalitu vyrovnanej GS vo všeobecnosti charakterizujú dve matice:

- kofaktorová matica odhadov súradníc $Q_{\hat{C}}$ v tvare

$$Q_{\hat{C}} = (A^T \cdot Q_i^{-1} \cdot A)^{-1} = N^{-1}, \quad (15)$$

- kovariančná matica odhadov súradníc $\Sigma_{\hat{C}}$ v tvare

$$\Sigma_{\hat{C}} = s_o^2 \cdot Q_{\hat{C}}, \quad (16)$$

kde: s_o^2 je aposteriórny variančný faktor, ktorý je možné vypočítať podľa vzťahu

$$s_o^2 = \frac{\Omega}{n-k} = \frac{v^T \cdot Q_i^{-1} \cdot v}{n-k}, \quad (17)$$

- absolútne elipsy - vzťahujú sa len na jeden bod,
- relatívne elipsy - vzťahujú sa na dvojicu bodov.

Každý bod siete môže byť charakterizovaný absolútnou i relatívnou elipsou presnosti, pričom absolútna elipsa presnosti sa znázorňuje na danom bode a relatívna elipsa presnosti na spojnici dvoch uvažovaných bodov, pričom charakterizuje ich vzájomnú polohovú presnosť.

Aby sa jednotlivé elipsy dali vykresliť, je potrebné vypočítať ich konštrukčné parametre. Možno to uskutočniť dvoma spôsobmi, a to:

- 1. spôsob - spektrálny rozklad matice vyrovnaných súradníc jednotlivých bodov GS $\mathbf{Q}_{\hat{C}_i}$,
- 2. spôsob - použitím kofaktorov matíc $\mathbf{Q}_{\hat{C}_i}$ pre výpočet vlastných čísel spektrálnej matice $\mathbf{\Lambda}$.

1. spôsob určenia konštrukčných parametrov absolútnych konfidenčných elíps

Spektrálny rozklad kofaktorovej matice vyrovnaných súradníc bodov $\mathbf{Q}_{\hat{C}_i}$ pre i-tý bod je vo všeobecnosti vyjadrený nasledovným vzťahom

$$\mathbf{Q}_{\hat{C}_i} = \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{\Lambda}_i \cdot \mathbf{M}_i^T, \quad (21)$$

$_{2,2}$ $_{2,2}$ $_{2,2}$ $_{2,2}$

kde $\mathbf{Q}_{\hat{C}_i}$ je kofaktorová matica vyrovnaných súradníc i-tého bodu,

\mathbf{M} je modálna matica pre i-tý bod v tvare

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} m_{i11} & m_{i12} \\ m_{i21} & m_{i22} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$\mathbf{\Lambda}$ je spektrálna matica pre i-tý bod v tvare

$$\mathbf{\Lambda}_i = \begin{bmatrix} \lambda_{i1} & \\ & \lambda_{i2} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Konštrukčné parametre elipsy sa v tomto spôsobe ich určenia získajú z nasledujúcich vzťahov

- veľkosť hlavnej poloosi elipsy (a_i):

$$a_i^2 = s_o^2 \cdot \lambda_{i1} \cdot 2F(f_1, f_2, \alpha), \quad (24)$$

- veľkosť vedľajšej poloosi elipsy (b_i):

$$b_i^2 = s_o^2 \cdot \lambda_{i2} \cdot 2F(f_1, f_2, \alpha), \quad (25)$$

- smerník hlavnej poloosi elipsy (φ_{ai}):

$$\varphi_{a_i} = \arctg \frac{m_{i21}}{m_{i11}}, \quad (26)$$

kde: s_o^2 je aposteriórny variančný faktor,

λ sú vlastné čísla, ktoré sú jednotlivými členmi spektrálnej matice $\mathbf{\Lambda}$ a získame ich spektrálnym rozkladom kofaktorovej matice vyrovnaných súradníc bodov $\mathbf{Q}_{\hat{C}_i}$,

m sú hodnoty jednotlivých členov modálnej matice \mathbf{M} , ktorú získame podobne ako spektrálnu maticu $\mathbf{\Lambda}$, rozkladom kofaktorovej matice vyrovnaných súradníc bodov $\mathbf{Q}_{\hat{C}_i}$,

α je hladina významnosti,

f_1, f_2 sú stupne voľnosti GS; $f_1=2$ (pre dvojrozmerné siete), $f_2=n-k=r$ (redundancia siete, nadpočetné merania).

2. spôsob určenia konštrukčných parametrov absolútnych konfidenčných elips

Konštrukčné parametre elipsy sa v tomto spôsobe ich určenia získajú z nasledujúcich vzťahov:

- veľkosť hlavnej poloosi elipsy (a_i):

$$a_i = s_o \sqrt{(q_{\hat{x}_i} + q_{\hat{y}_i} + w) F(f_1, f_2, \alpha)}, \quad (27)$$

- veľkosť vedľajšej poloosi elipsy (b_i):

$$b_i = s_o \sqrt{(q_{\hat{x}_i} + q_{\hat{y}_i} - w) F(f_1, f_2, \alpha)} \quad (28)$$

- smerník hlavnej poloosi elipsy (φ_{ai}):

$$\varphi_{a_i} = \frac{1}{2} \arctg \frac{2q_{\hat{x}\hat{y}_i}}{q_{\hat{x}_i} - q_{\hat{y}_i}}, \quad (29)$$

kde

$$w = \sqrt{(q_{\hat{x}_i} + q_{\hat{y}_i})^2 + 4q_{\hat{x}\hat{y}_i}^2}. \quad (30)$$

V súčasnosti je snaha zaviesť do geodetickej praxe tzv. štandardné elipsy. Pri určení ich konštrukčných parametrov sa volí hladina významnosti $\alpha=0,39$ [$F(f_1, f_2, \alpha)=0,5$], čím sa zjednoduší celý výpočet. Je to významné z toho hľadiska, že sa tým dočiel jednotnosť pri výpočte týchto parametrov, čím by sa už vizuálne dala zhodnotiť presnosť určenia jednotlivých bodov GS. Ideálny prípad pri posudzovaní presnosti sietí by nastal, ak by všetky body určené s rovnakou presnosťou, mali veľkosti poloosí elips rovnaké ($b=a$), teda by išlo o kružnice. V takomto prípade by sme mohli uvažovanú GS považovať za homogénnu izotropnú sieť. Ak sú elipsy blízke kružniciam (majú približne rovnaké veľkosti poloosí a a b), ale smery hlavných poloosí elips nie sú rovnaké, hovoríme len o homogénnej sieti.

Číselné charakteristiky presnosti

Číselné (bodové) charakteristiky presnosti GS sú charakterizované štandardnou polohovou odchýlkou podľa vzťahu

$$s_{P_i} = \sqrt{s_{\hat{x}_i}^2 + s_{\hat{y}_i}^2} = \sqrt{\text{tr}(\Sigma_{\hat{c}_i})} = s_o \sqrt{q_{\hat{x}_i} + q_{\hat{y}_i}} = s_o \sqrt{\text{tr}(\mathbf{Q}_{\hat{c}_i})} \quad (31)$$

kde $\text{tr}(\mathbf{Q}_{\hat{c}_i})$ je stopa kofaktorovej matice $\mathbf{Q}_{\hat{c}_i}$ (súčet prvkov na hlavnej diagonále matice $\mathbf{Q}_{\hat{c}_i}$),

$\text{tr}(\Sigma_{\hat{c}_i})$ je stopa kovariančnej matice $\Sigma_{\hat{c}_i}$ (súčet prvkov na hlavnej diagonále matice $\Sigma_{\hat{c}_i}$),

a štandardnou súradnicovou odchýlkou bodu určenou vzťahom

$$s_{\hat{x}\hat{y}_i} = \sqrt{\frac{s_{\hat{x}_i}^2 + s_{\hat{y}_i}^2}{2}} = \frac{s_{P_i}}{\sqrt{2}}. \quad (32)$$

Spracovanie vytyčovacej GS na diaľničnom úseku Fričovce

Diaľnica D1 sa tiahne východo-západným smerom, čím sa dosahuje prepojenie jednak so západnou Európou, ale i s krajinami bývalého SNŠ. Súčasťou diaľnice D1 je i diaľničný úsek v katastri obce Fričovce, ktorý sa začal budovať len nedávno. V tejto oblasti bolo nutné vybudovať Podrobné polohové bodové pole (PPBP), ktoré tvorí 37 bodov. GS týchto bodov bola zameraná z okolitých trigonometrických bodov S-JTSK

(body č. 7015, 7020 a 7052) (obr.1)(Molčíková, 1998). Meračské práce na tomto úseku diaľnice D1 uskutočnila meračská skupina firmy Geodézia Prešov, a.s. (Technická správa... ,1996).

Väzbové vyrovnanie GS-Fričovce

V GS-Fričovce bolo vyhodnotených z GPS meraní 111 dĺžok (vektorov), ktoré boli determinované z 3 trigonometrických bodov (body č. 7015 - vektor L_1 , 7020 - vektor L_2 a 7052 - vektor L_3) (Molčíková, 1998).

Vstupné hodnoty sú usporiadané do vektorov, ktoré boli vzhľadom na ich veľkosť rozdelené do troch častí, a to nasledovne:

- vektor meraných dĺžok (tab.1)

$$L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix}, \quad (33)$$

- vektor približných dĺžok

$$L^o = \begin{bmatrix} L_1^o \\ L_2^o \\ L_3^o \end{bmatrix}, \quad (34)$$

- vektor doplnkov

$$dL = \begin{bmatrix} dL_1 \\ dL_2 \\ dL_3 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Tab.1. Merané veličiny a vyrovnané hodnoty meraných veličín.

dĺžka	L [m]	L _{opr} [m]	dĺžka	L [m]	L _{opr} [m]	dĺžka	L [m]	L _{opr} [m]
D _{7015.63}	2130,747	2130,733	D _{7020.63}	1333,287	1333,282	D _{7052.63}	1673,873	1673,889
D _{7015.64}	1923,008	1923,018	D _{7020.64}	1271,415	1271,419	D _{7052.64}	1465,626	1465,615
D _{7015.65}	1760,461	1760,472	D _{7020.65}	1191,223	1191,228	D _{7052.65}	1280,558	1280,546
D _{7015.66}	1820,981	1820,976	D _{7020.66}	1156,632	1156,630	D _{7052.66}	1326,225	1326,230
D _{7015.67}	1747,121	1747,130	D _{7020.67}	973,397	973,401	D _{7052.67}	1180,829	1180,820
D _{7015.68}	1576,300	1576,312	D _{7020.68}	1047,120	1047,125	D _{7052.68}	1024,277	1024,267
D _{7015.69}	1600,663	1600,658	D _{7020.69}	1298,349	1298,347	D _{7052.69}	1169,166	1169,171
D _{7015.70}	1667,112	1667,113	D _{7020.70}	1449,006	1449,007	D _{7052.70}	1302,173	1302,172
D _{7015.71}	1492,609	1492,618	D _{7020.71}	1184,809	1184,814	D _{7052.71}	999,396	999,388
D _{7015.72}	1298,825	1298,832	D _{7020.72}	1180,644	1180,648	D _{7052.72}	761,627	761,622
D _{7015.73}	1229,227	1229,228	D _{7020.73}	1160,695	1160,696	D _{7052.73}	642,766	642,765
D _{7015.74}	1159,282	1159,283	D _{7020.74}	1205,471	1205,472	D _{7052.74}	570,805	570,805
D _{7015.75}	1079,719	1079,719	D _{7020.75}	1312,299	1312,299	D _{7052.75}	556,754	556,754
D _{7015.76}	868,031	868,026	D _{7020.76}	1459,868	1459,863	D _{7052.76}	371,173	371,175
D _{7015.77}	990,050	990,049	D _{7020.77}	1329,225	1329,224	D _{7052.77}	402,270	402,271
D _{7015.78}	774,470	774,474	D _{7020.78}	1504,443	1504,447	D _{7052.78}	121,054	121,054
D _{7015.79}	669,221	669,221	D _{7020.79}	1609,660	1609,660	D _{7052.79}	174,345	174,345
D _{7015.80}	559,486	559,495	D _{7020.80}	1722,032	1722,038	D _{7052.80}	224,093	224,095
D _{7015.81}	682,104	682,104	D _{7020.81}	1644,878	1644,878	D _{7052.81}	141,106	141,106
D _{7015.82}	696,188	696,185	D _{7020.82}	1684,433	1684,428	D _{7052.82}	225,849	225,853
D _{7015.83}	607,653	607,652	D _{7020.83}	1761,920	1761,918	D _{7052.83}	268,342	268,343
D _{7015.84}	592,760	592,761	D _{7020.84}	1852,659	1852,661	D _{7052.84}	382,244	382,242
D _{7015.85}	743,987	743,992	D _{7020.85}	1830,173	1830,181	D _{7052.85}	458,954	458,947
D _{7015.86}	660,155	660,156	D _{7020.86}	1945,771	1945,772	D _{7052.86}	529,168	529,166
D _{7015.87}	692,048	692,047	D _{7020.87}	2099,793	2099,791	D _{7052.87}	698,256	698,258
D _{7015.88}	674,936	674,938	D _{7020.88}	2198,906	2198,912	D _{7052.88}	781,312	781,306
D _{7015.89}	733,973	733,976	D _{7020.89}	2289,793	2289,799	D _{7052.89}	884,533	884,527
D _{7015.90}	803,153	803,152	D _{7020.90}	2384,175	2384,173	D _{7052.90}	990,232	990,235
D _{7015.91}	856,044	856,044	D _{7020.91}	2523,321	2523,321	D _{7052.91}	1120,285	1120,286
D _{7015.92}	918,654	918,651	D _{7020.92}	2607,997	2607,992	D _{7052.92}	1208,514	1208,520
D _{7015.93}	934,525	934,525	D _{7020.93}	2496,977	2496,976	D _{7052.93}	1132,128	1132,129
D _{7015.94}	1066,929	1066,926	D _{7020.94}	2549,157	2549,153	D _{7052.94}	1229,055	1229,061
D _{7015.95}	1152,643	1152,639	D _{7020.95}	2644,365	2644,359	D _{7052.95}	1334,522	1334,531
D _{7015.96}	1065,517	1065,512	D _{7020.96}	2647,991	2647,984	D _{7052.96}	1297,670	1297,681
D _{7015.97}	1240,644	1240,649	D _{7020.97}	2789,272	2789,280	D _{7052.97}	1471,714	1471,702
D _{7015.98}	1424,222	1424,224	D _{7020.98}	2984,603	2984,606	D _{7052.98}	1681,507	1681,502
D _{7015.99}	1442,084	1442,084	D _{7020.99}	2973,037	2973,038	D _{7052.99}	1682,738	1682,737

Konfiguračná matica A bola zostavená z parciálnych derivácií funkcie

$$d_{ji} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2}, \quad (36)$$

kde X_j, Y_j sú súradnice trigonometrických bodov,

X_i, Y_i sú súradnice určovaných bodov,

ktoré boli dosadené do vzťahu (4). Táto matica má rozmer 111×74 (111 meraných veličín, 74 určovaných veličín, t.j. X_i, Y_i , kde $i = 37$).

Na diagonále kofaktorovej matice Q_i sa nachádzajú z dôvodu zjednodušenia výpočtu jednotky, vzhľadom na skutočnosť, že podiel smerodajných odchýlok podľa vzťahu (8) je blízky 1.

Tab.2. Vyrovnané súradnice bodov GS-Fričovce.

bod	X [m]	Y [m]	bod	X [m]	Y [m]
63	1205802,717	284134,807	82	1205529,447	282255,115
64	1205740,731	283932,803	83	1205441,042	282242,522
65	1205739,935	283746,408	84	1205416,023	282127,834
66	1205793,770	283784,479	85	1205544,655	282018,809
67	1205920,414	283605,102	86	1205435,196	281965,709
68	1205812,784	283472,445	87	1205375,390	281806,841
69	1205593,589	283645,930	88	1205296,116	281745,849
70	1205475,935	283775,617	89	1205268,418	281646,042
71	1205673,290	283471,176	90	1205239,271	281544,174
72	1205668,052	283232,463	91	1205146,474	281440,489
73	1205702,952	283106,174	92	1205108,479	281360,725
74	1205670,707	283039,116	93	1205238,360	281394,993
75	1205562,568	283033,636	94	1205300,806	281278,140
76	1205465,213	282832,541	95	1205280,128	281174,665
77	1205587,464	282878,912	96	1205195,319	281235,067
78	1205523,870	282588,208	97	1205201,638	281052,506
79	1205419,023	282561,291	98	1205151,073	280848,910
80	1205348,549	282455,701	99	1205186,168	280838,960
81	1205505,817	282352,156			

Na väzbové vyrovnanie 2D GS bol použitý Gauss-Markovov model podľa vzťahov (3). Jeho riešením je možné dospieť k sústave normálnych rovníc (10). Z vopred zostavených matic A , Q_i a dL boli vypočítané pomocné matice N a n podľa vzťahov (12), z ktorých už bolo možné podľa vzťahu (11) vypočítať vektor vyrovnaných súradnicových doplnkov $d\hat{C}$. Podľa vzťahu (3) boli vypočítané opravy v a následne vyrovnané hodnoty meraných veličín \hat{l} podľa vzťahu (18) (tab.1).

Vyrovnané súradnice určených bodov v S-JTSK boli získané súčtom približných súradníc určených bodov C^o a vektora vyrovnaných súradnicových doplnkov $d\hat{C}$ podľa vzťahu (14) (tab.2).

Tab.3. Štandardné polohové a súradnicové odchýlky bodov GS-Fričovce.

bod	s_x [mm]	s_y [mm]	s_{p_i} [mm]	$s_{x_{y_i}}$ [mm]	bod	s_x [mm]	s_y [mm]	s_{p_i} [mm]	$s_{x_{y_i}}$ [mm]
63	10,08	6,28	11,87	8,40	82	8,13	8,96	12,10	8,55
64	9,28	6,53	11,35	8,02	83	8,68	11,18	14,15	10,01
65	8,73	6,86	11,10	7,85	84	7,90	9,21	12,13	8,58
66	8,78	6,84	11,13	7,87	85	7,87	7,47	10,85	7,67
67	8,28	7,64	11,27	7,97	86	7,98	7,58	11,01	7,79
68	8,35	7,90	11,49	8,13	87	8,64	6,97	11,10	7,85
69	8,64	6,85	11,03	7,80	88	9,07	6,86	11,37	8,04
70	9,01	6,60	11,17	7,90	89	9,80	6,64	11,83	8,37
71	8,42	7,40	11,21	7,93	90	10,60	6,52	12,44	8,80
72	8,67	8,25	11,96	8,46	91	11,74	6,67	13,50	9,54
73	9,20	9,28	13,07	9,24	92	12,52	6,78	14,24	10,07
74	9,32	9,34	13,20	9,33	93	11,66	6,37	13,29	9,40
75	8,72	8,23	11,99	8,48	94	12,22	6,16	13,69	9,68
76	8,03	8,07	11,39	8,05	95	13,00	6,15	14,38	10,17
77	9,14	9,01	12,83	9,07	96	12,97	6,40	14,46	10,23
78	7,39	8,59	11,33	8,01	97	14,18	6,33	15,53	10,98
79	6,41	11,82	13,44	9,50	98	15,81	6,51	17,09	12,09
80	11,28	28,55	30,70	21,71	99	15,68	6,36	16,92	11,97
81	9,77	12,43	15,81	11,18					

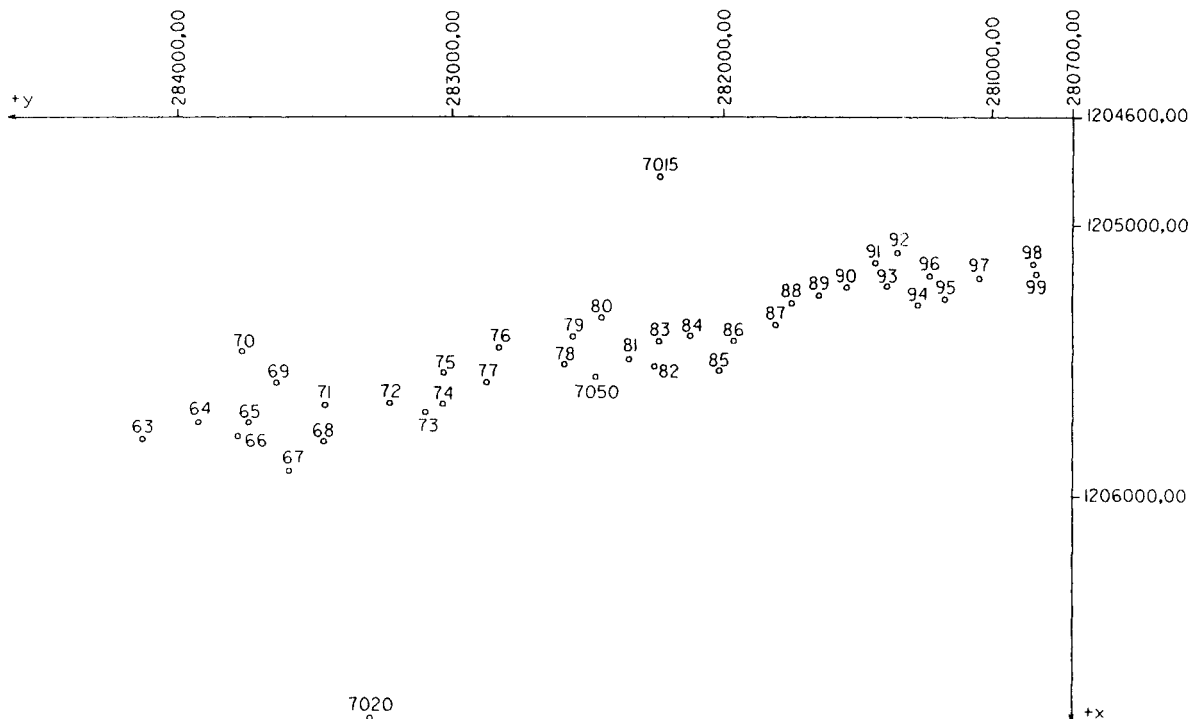
Kvalitu vyrovnanej siete vo všeobecnosti charakterizuje kofaktorová matica odhadov súradníc $Q_{\hat{C}}$ a kovariančná matica vyrovnaných súradníc $\Sigma_{\hat{C}}$. Prvá zo spomínaných matic je inverznou príj. pseudoinverznou k matici N , druhú maticu charakterizuje vzťah (16). Vzhľadom na to, že hodnoty kofaktorov a variancií (max. 16 mm) (tab.3) pre jednotlivé body GS-Fričovce spĺňajú kritériá pre 2. triedu presnosti, možno túto GS považovať za presnú (Inštrukcia..., 1994).

Overenie kvality GS-Fričovce

Presnosť vytyčovacej GS v katastri obce Fričovce sme overili plošnými a číselnými charakteristikami. V 2D priestoroch plošné charakteristiky predstavujú konfidenčné elipsy. Vzhľadom na to, že zmiešané kofaktory kofaktorovej matice vyrovnaných súradníc sú rovné nule, bolo možné určiť len konštrukčné parametre absolútnych konfidenčných elíps.

Tab.4. Konštrukčné parametre absolútnych konfidenčných elips.

bod	a [mm]	b [mm]	σ_a [°]	bod	a [mm]	b [mm]	σ_a [°]	bod	a [mm]	b [mm]	σ_a [°]
63	14,26	11,16	397,6336	76	13,25	6,73	244,6156	88	13,22	8,98	380,5019
64	13,16	9,38	394,3583	77	16,02	9,71	355,7297	89	14,18	10,63	384,1336
65	12,56	7,98	383,6554	78	13,12	4,97	232,0706	90	15,33	12,25	385,4213
66	12,64	8,13	383,5709	79	17,06	3,42	213,3119	91	17,15	14,33	383,2485
67	12,99	7,20	362,1078	80	42,73	13,99	219,4387	92	18,36	15,66	382,7016
68	13,48	7,56	359,2862	81	20,85	11,22	235,7065	93	16,80	14,18	387,3432
69	12,37	7,70	385,9272	82	14,69	7,43	239,0928	94	17,46	15,13	390,6085
70	12,74	8,67	1,5680	83	18,23	9,06	233,9137	95	18,59	16,43	390,3492
71	12,85	7,45	367,1252	84	14,75	6,94	235,7563	96	18,73	16,39	386,9774
72	14,44	8,51	358,1446	85	11,85	5,36	362,7277	97	20,42	18,35	388,2273
73	16,42	9,87	244,5824	86	12,33	6,08	360,7974	98	22,82	20,88	387,5965
74	16,64	10,12	244,9037	87	12,58	7,81	379,1426	99	22,56	20,69	388,6716
75	14,49	8,63	358,6049								



Obr.1. Polohopis GS-Fričovce.

Konštrukčné parametre absolútnych konfidenčných elips boli vypočítané podľa vzťahov (27), (28), (29) a (30), pričom bola použitá hladina významnosti $\alpha=0,39$. Na ich základe bolo možné zostrojiť na jednotlivých bodoch už štandardné elipsy. Z hodnôt, ktoré sme získali výpočtom, je možné usúdiť, že jednotlivé body GS-Fričovce boli určené s približne rovnakou presnosťou. Menšie odchýlky medzi elipsami nastali na bodoch č. 80, 81, 97, 98 a 99, takže možno povedať, že tieto body boli určené s menšou presnosťou ako ostatné body GS.

Ďalším ukazovateľom polohovej presnosti GS sú číselné (bodové) charakteristiky. Určované boli štandardné polohové a súradnicové odchýlky podľa vzťahov (31) a (32) (tab.3). Z vypočítaných hodnôt je i v tomto prípade zrejme, že všetky body okrem bodov č. 80, 81, 97, 98 a 99 boli určené s približne rovnakou presnosťou.

Záver

Cieľom článku bolo spracovanie vytyčovacej siete v S-JTSK pre diaľnicu D1 v katastri obce Fričovce a následné posúdenie jej presnosti. V sieti bolo zameraných 37 bodov metódou GPS prístrojom ASHTECH. Prvotné spracovanie GPS meraní vykonala firma Geodézia Prešov, a.s., výsledkom ktorého sú vstupné údaje použité pri spracovaní GS-Fričovce. GS je vyrovnaná väzbovým vyrovnaním. Presnosť GS-Fričovce sme

posudzovali z 2 hľadísk, určením plošných charakteristík na jednotlivých bodoch, t.j. určením konfidenčných elíps a určením číselných charakteristík, t.j. určením štandardných polohových a súradnicových odchýlok. Vzhľadom na to, že hodnoty smerodajných odchýlok a veľkosti konfidenčných elíps sú v súlade s Inštrukciou na práce v polohových bodových poliach (984121 I/93), je možné spracovanú sieť považovať za presnú.

Literatúra

- Abelovič, J., Mičuda, J., Mitáš, J. a Weigel, J.: Meranie v geodetických sieťach. *Alfa, Bratislava, 1990.*
- Befti, B. and Sanso, F.: The Integrated Approach to Satellite Geodesy. In: *Springer-Verlag (red.): Theory of Satellite Geodesy and Gravity Field Determination (Lecture Notes in Earth Sciences), Vol. 25, Berlin, 1989, pp. 373-416.*
- Böhm, J.: Vyšší geodézie. *SNTL, Praha, 1963.*
- Brtná, F.: Výhľad a príprava výstavby diaľničných tunelov na území SR. In: *Zborník príspevkov z odbornej konferencie s medzinárodnou účasťou – Tunelové a podzemné stavby. Bratislava, 1992, s. 9 - 16.*
- Bučko, E.: Princíp a technológia meraní GPS. In: *Zborník referátov seminára „Využitie techniky GPS v inžinierskej praxi“. Stará Turá - Dubník, 1994.*
- Gerstbach, G.: The Global Positioning System (GPS): State of the Art, Possibilities, Problems. In: *DSE 93/91 (RS GIS in Manage Trop Rainforest), Vol. 1667, München, 1993.*
- Hefty, J. a Husár, L.: Družicová geodézia. Globálny polohový systém. *STU Bratislava, Bratislava, 1994.*
- Hofmann-Wellenhof, B., et al.: GPS Theory and Practice. *Springer-Verlag, Win-New York, 1993.*
- Inštrukcia na práce v polohových bodových poliach (984121 I/93). *ÚGKK SR, Bratislava, 1994.*
- Mervart, L.: Globální polohový systém. *ČVUT Praha, Praha, 1994.*
- Mervart, L. a Cimbalník, M.: Vyšší geodézie 2. *ČVUT Praha, Praha, 1997.*
- Molčíková, S.: Spracovanie kombinovanej polohovej siete v S-JTSK pre diaľnicu D1. *Diplomová práca, KGaG TU Košice, Košice, 1998, s. 51.*
- Sedlák, V.: Lokalizácia objektov v reálnom čase s využitím technológie GPS. *Transactions of the Technical University of Košice, č. 4/1997, s. 8-18.*
- Sedlák, V. a Šadera, M.: Globálna geodézia I. *Štroffek, Košice, 1998.*
- Technická správa zo zamerania GS v katastri obce Fričovce. *Geodézia Prešov, 1996.*
- Vykutil, J.: Vyšší geodézie. *Kartografie, Praha, 1982.*
- Weiss, G. a Sütti, J.: Geodetické lokálne siete I. *Štroffek, Košice, 1997.*