Skúmanie polohovej identity geodetických bodov

Juraj Sütti [1]***, Vincent Jakub*** [2] *a* ***Jana Sabová*** [1]

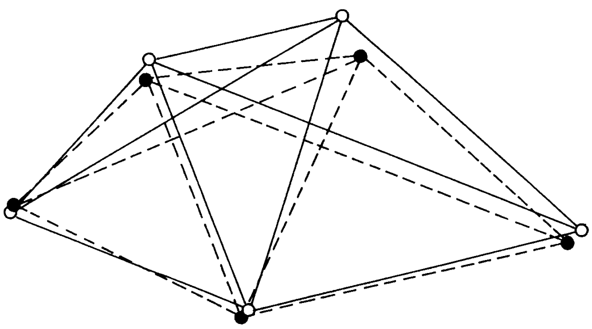
Investigation of horizontal identity for geodetic points

Statistical parametric investigation of coordinate identity in plane networks. Concepts of the transformative determination of quantities to be statistically tested. Using some outlier tests for the coordinate discrepancies. Numerical presentation.

Key words*: Horizontal identity of geodetic netpoints, transformative realization of parametric testing, outlier tests for coordinate discrepancies.*

Úvod

V geodetickej praxi sa vyskytuje celý rad úloh, v rámci ktorých je potrebné overiť určité bodové polia, resp. ich časti z hľadiska časovej identity (stability) bodov. Pod touto identitou sa rozumie stochastická identita súradníc geodetických bodov v epoche (čase) t_1 a v epoche t_2. Takéto úlohy sa najčastejšie vyskytujú v deformačných viacepochových meraniach, pri geodetickom určovaní recentných pohybov, v geodynamike, pri včleňovaní lokálnych bodových polí do nadradeného bodového poľa a pod. V procedúrach vyšetrovania identity bodov, keďže tieto sú vždy spojené s určitou sieťovou štruktúrou, ide v podstate o zisťovanie stochastickej kongruentnosti polohovej (výškovej) siete, definovanej súradnicami (výškami) jej bodov v epochách t_1 a t_2 (obr.1). Metódy vyšetrenia kongruentnosti (zhody) geometrickej štruktúry sietí sú teda výhodným nástrojom na posúdenie identity bodov, resp. ich významných alebo nevýznamných horizontálnych (vertikálnych) posunov za určité časové obdobie.



⇐
Obr.1. Stochastická kongruentnosť dvoch súradnicových realizácií polohovej geodetickej siete.

Metódy zisťovania kongruentnosti geodetických sietí sú rôzne a možno ich zatriediť do skupín podľa rôznych hľadísk. Tak napr. z hľadiska prostriedkov na analýzu kongruentnosti sa používajú analytické aj analyticko-grafické postupy, z hľadiska testovania štatistické i deterministické postupy, z hľadiska testovaných veličín to môžu byť metódy parametrické (testujú sa súradnicové diferencie - rozpory z dvojíc epoch alebo súradnicové diferencie vzhľadom k jednej epoche) i metódy neparametrické (testovanie diferencií invariantných prvkov siete), pričom pre získanie veličín na testovanie zo sieťových štruktúr sa používajú odhadovacie modely MNŠ (metóda najmenších štvorcov) i robustné štatistické modely.

Z týchto postupov sa najčastejšie používajú parametrické priame postupy, založené na analytickom riešení, so štatistickými nástrojmi na testovanie identity bodov a s odhadovacími procedúrami realizovanými pomocou MNŠ. V poslednom období sa začínajú uplatňovať aj parametrické postupy na transformačnom princípe, v ktorých sa určujú súradnice bodov siete pre epochu t_1 aj transformáciou súradníc z epochy t_2, takže k epoche t_1 sú k dispozícii na skúmanie kongruentnosti siete súradnice z merania a transformácie. Na základe analýz diferencií týchto súradníc sa potom prijímajú závery o identite bodov.

Príspevok pojednáva o použití týchto transformačných metód s rôznymi testovacími štatistikami a postupmi a demonštruje ich aplikáciu na overenie identity (stability) bodov polohovej siete v lokalite Jaslovské Bohunice.

Overenie identity bodov

[1] *Prof. Ing. Juraj Sütti, DrSc*., Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity v Košiciach, Park Komenského 19, 04384 Košice
[2] *Ing. Vincent Jakub*, Geometra, Pražská 4, 04000 Košice
[1]*Doc. Dr. Ing. Jana Sabová*, Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity v Košiciach, Park Komenského 19, 04384 Košice
(Doručené 11.3.1999, revidovaná verzia doručená 27.4.1999)

Ako už bolo naznačené, skúmanie polohovej identity bodov geodetickej siete je vo svojej podstate proces, identický so skúmaním polohovej stochastickej kongruentnosti dvoch realizácií (zameraní) tejto siete. Kongruentnosť sa dá skúmať na základe analýz polohových súradníc bodov z jednotlivých epoch t_1,t_2, t.j. parametrickými postupmi analýz invariantných prvkov sietí vzhľadom k referenčným rámcom, t.j. neparametrickými postupmi a kombináciou oboch postupov. Tieto postupy, ako základné, východiskové informácie o horizontálnom pohybe bodového poľa (ktorých identita v čase, t.j. za obdobie t_2 - t_1 sa má overiť), používajú vyrovnané súradnice a charakteristiky ich presnosti v jednotlivých epochách t_1, t_2, t.j.

$$C_1 = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_1, \Sigma_{C1}, s_{o1}^2, \qquad C_2 = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}_2, \Sigma_{C2}, s_{o2}^2, \tag{1}$$

kde Σ označujú príslušné kovariančné matice a s_0^2 príslušné aposteriórne variančné faktory (jednotkové variancie). Z veličín (1) sa tvoria sekundárne informácie o stabilitnom správaní sa bodového poľa, resp. územia, ktorých stabilita za obdobie t_2 - t_1 sa má vyšetriť. Tieto druhotné informácie sa môžu vytvoriť dvomi spôsobmi.

Pri *prvom spôsobe tvorby sekundárnych informácií* sa určia z (1) pre všetkých n bodov poľa súradnicové diferencie dC a ich miery presnosti, t.j.

$$dC_{12} = C_2 - C_1 = \begin{bmatrix} dX_{12} = X_2 - X_1 \\ dY_{12} = Y_2 - Y_1 \end{bmatrix}, \Sigma_{dC}, s_{o,dC}^2, \tag{2}$$

resp.horizontálne (polohové) diferencie podľa

$$dh_{12} = \sqrt{dX_{12}^2 + dY_{12}^2}\ . \tag{3}$$

Deformačné prejavy územia (ako celku alebo jeho častí) popisujú deformačné parametre:

t_X - translácia siete, resp. príslušného územia v smere osi X,
t_Y - translácia siete, resp. územia v smere osi Y,
ϖ - pootočenie územného celku vzhľadom k súradnicovej sústave,
e_{XX}, e_{YY} - dilatačné (ťahové) deformačné parametre,
e_{XY} - šmykový deformačný parameter,

ktoré získame riešením všeobecného (komplexného) deformačného modelu alebo jeho variantov. Tieto modely, podľa predinformácií o danostiach a správaní sa územia za obdobie t_2-t_1 (z hľadiska geometrického, geologického, geotektonického, geofyzi-kálneho, atď. a tiež podľa potreby a účelu skúmania identity bodov), priraďujeme vektoru dC_{12}. Najčastejšie sa používajú nasledujúce typy modelov (Sütti, 1998):

a) translačný model

$$\begin{bmatrix} dX_{12,1} \\ dY_{12,1} \\ \vdots \\ dX_{12,n} \\ dY_{12,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \vdots & \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}, \tag{4}$$

b) model tuhého telesa

$$\begin{bmatrix} dX_{12,1} \\ dY_{12,1} \\ \vdots \\ dX_{12,n} \\ dY_{12,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -Y_1 \\ 0 & 1 & X_1 \\ \vdots & & \\ 1 & 0 & -Y_n \\ 0 & 1 & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ \omega \end{bmatrix}, \tag{5}$$

c) model pretvorení (strain model)

$$\begin{bmatrix} dX_{12,1} \\ dY_{12,1} \\ \vdots \\ dX_{12,n} \\ dY_{12,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & Y_1 \\ 0 & Y_1 & X_1 \\ \vdots & & \\ X_n & 0 & Y_n \\ 0 & Y_n & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{XX} \\ e_{XY} \\ e_{YY} \end{bmatrix}, \tag{6}$$

d) komplexný deformačný model

$$\begin{bmatrix} dX_{12,1} \\ dY_{12,1} \\ \vdots \\ dX_{12,n} \\ dY_{12,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -Y_1 & X_1 & 0 & Y_1 \\ 0 & 1 & X_1 & 0 & Y_1 & X_1 \\ \vdots & & & & & \\ 1 & 0 & -Y_n & X_n & 0 & Y_n \\ 0 & 1 & X_n & 0 & Y_n & X_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ \omega \\ e_{XX} \\ e_{XY} \\ e_{YY} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

kde X_i, Y_i , i=1, 2,...,n sú súradnice bodov z epochy t_2.

Deformačné parametre, ktoré sa z uvedených modelov určia na základe vyrovnaní, popisujú pohybové zmeny priestoru bodového poľa, t.j. príslušného územia ako určitého bloku za obdobie t_2 - t_1 a poskytujú cenné informácie pri analýze stabilitného správania sa územia. V prípade výraznejšej geologickej nehomogénnosti, môže sa priestor bodmi geodetickej siete rozdeliť na množinu trojuholníkových blokov - prvkov a deformačné prejavy sa môžu skúmať v každom z nich (metóda konečných prvkov). Vyšetrené deformačné parametre sa prirodzene testujú na významnosť a podľa výsledkov sa prijímajú závery o pohybových trendoch príslušného územia.

Identita jednotlivých bodov sa vyšetruje kongruenčným testom (pre celé bodové pole), ktorý je testom lineárnej hypotézy pre odhady parametrov siete. Ďalšími lokalizačnými postupmi sa identifikujú body stabilné (ktorých súradnicové zmeny nie sú štatisticky významné) a neidentické (body so štatisticky významným posunom).

Pri *druhom spôsobe tvorby sekundárnych informácií* pre stabilitné analýzy sa súradnicové diferencie bodov bodového poľa za obdobie t_2 - t_1 určujú podľa

$$dC_{11t} = C_{1t} - C_1 = \begin{bmatrix} dX_{11t} = X_{1t} - X_1 \\ dY_{11t} = Y_{1t} - Y_1 \end{bmatrix}, \tag{8}$$

kde C_{1t} sú súradnice, ktoré sa získajú transformáciou súradníc C_2 z epochy t_2 na hodnoty C_{1t} vzťahujúce sa k epoche t_1. Z transformačných postupov sa používajú zhodnostné, podobnostné, deformované podobnostné, afinné a iné transformácie. Jednotlivé typy transformácií v podstate odpovedajú rôznym transformačným modelom (3)-(7). Tak napr. podobnostnou (Helmertovou) transformáciou sa získavajú transformačné parametre, ktoré sú v podstate zhodné s deformačnými parametrami modelu tuhého telesa (5) a pod.. Testovaním transformačných parametrov na ich štatistickú významnosť získame poznatky o pohybovom správaní sa bodového poľa ako celku. Z výsledkov transformácie a ich analýz je však možné posúdiť aj identitu jednotlivých súradnicových polôh bodov z epoch t_1 a t_2. Použijú sa na to súradnicové diferencie dX_{11t}, dY_{11t} , resp. horizontálne diferencie

$$dh_{11t} = \sqrt{dX_{11t}^2 + dY_{11t}^2} = \sqrt{v_{xt}^2 + v_{yt}^2}\ . \tag{9}$$

Veličiny v_{Xt}, v_{Yt} , ako je známe, predstavujú pri transformácii $C_2 \Rightarrow C_{1t}$ "opravy" súradníc C_1 a sú identické so súradnicovými diferenciami (8). Preto testovaním hodnôt v_{Xt}, v_{Yt} , resp. dh_{11t} na ich významnosť (s použitím testov pre identifikáciu vychýlených hodnôt zo súborov opráv) vieme rozhodnúť o tom, ktoré v_{Xt},

v_{Yt}, resp. dh_{11t} sú štatisticky významné (príslušné body neidentické, posunuté) a naopak, ktoré hodnoty v_{Xt}, v_{Yt}, dh_{11t} nie sú štatisticky významné (príslušné body identické).

Koncepcia transformačných analýz identity bodov

Filozofia a koncepcia tohoto spôsobu vyšetrenia stability (identity) bodov v čase spočíva na nasledujúcich axiómac , resp. postulátoch:

- žiadny bod bodového poľa nie je v čase stabilný, naopak, v každom bode sa a priori predpokladá polohová zmena či už významná (predstavujúca posun bodu) alebo nevýznamná,
- fyzické zmeny bodov (ako aj prípadná, s tým súvisiaca zmena dátumu siete) vyvolajú zmeny ich pôvodných, polohových súradníc (neberúc do úvahy meračské chyby), ktoré je možné hodnoverne popísať a analyzovať transformačnými procesmi (Teunissen, 1986; Wolf ,1989),
- poloha bodov, vyjadrená súradnicami C_1, sa uvažuje za referenčný východiskový stav pre skúmanie stability (identity) bodov, t.j. kongruentnosti príslušnej polohovej siete k 2. epoche; pôjde teda v podstate o vyšetrovanie relatívnych deformácií - relatívnych posunov bodov,
- pre súradnicové diferencie dC_{11t}, resp. $f(dC_{11t})$ sa vhodnými testovacími postupmi overuje ich štatistická signifikantnosť a významné diferencie sa deklarujú za horizontálne posuny bodov,
- z hľadiska účelu použitej transformačnej analýzy, sa všetky body pri overovaní ich identity (kongruentnosti príslušnej polohovej siete) považujú za homologické body, t.j. transformáciou sa overuje kongruentnosť sieťovej realizácie so súradnicami C_1 v prvej epoche a realizácie so súradnicami C_2 v druhej epoche.

Z transformačných postupov je možné použiť podobnostnú (Helmertovu) transformáciu, transformáciu s 5 transformačnými parametrami, afinnú transformáciu, deformovanú podobnostnú transformáciu ako i ďalšie transformačné postupy. Parametrické transformačné postupy určenia dC_{11t} sú z deformačného hľadiska ekvivalentné parametrickým priamym postupom, keďže určitý druh transformácie s určením v_{Xt}, v_{Yt}, dh_{11t} odpovedá určitému deformačnému modelu (napr. model tuhého telesa je adekvátny podobnostnej transformácii, deformačný (strain) model korešponduje s afinnou alebo s deforrmovanou podobnostnou transformáciou a pod. (Werner ,1987; Wolf 1989).

Vo väčšine transformačných postupov sa používa zjednodušený stochastický model , t.j. používajú sa kofaktorové matice súradníc ("observácií") so štruktúrou $Q_{C1}=I$ tak, ako to príslušné testovacie procedúry predpokladajú.

Testovacie postupy

Ako už bolo naznačené, pri transformačných skúmaniach identity bodov sa používajú testovacie postupy overujúce významnosť vychýlenia opráv, resp. diferencie (8), (9). Tieto postupy patria do skupiny testov pre identifikáciu vychýlených (vybočujúcich) hodnôt (tiež "hrubých chýb", ktoré však v danom prípade budú predstavovať signifikantné horizontálne zmeny bodov). Sú to testy jednak z podskupiny štandardných testov (Bill, 1984; Hanke, 1988), jednak z podskupiny špeciálnych testovacích procedúr (zohľadňujúcich rôzne stochastické a odhadovacie modely, druhy transformácií a iné okolnosti, napr. Boljen, 1986, Fotiou, 1993). Niektoré testy sú vhodné len pre 1D veličiny (súradnice), niektoré aj pre dvojice súradníc, t.j. 2D vektorové veličiny (body).

Na základe veľkosti súradnicových rozporov dC_{11t} je možné týmito testami identifikovať tie rozpory, pre ktoré (pri štatistickej koncepcii celého overovania identity bodov) môžeme prijať stanovisko, že sú štatisticky významné. To znamená, že môžeme pripustiť ich vznik v dôsledku rôznych nestochastických vplyvov, ako napr. hrubých chýb v meraniach, tzv. vychýlených hodnôt, nehomogénnych alebo chybných identických bodov, výraznej horizontálnej zmeny bodu a pod. V danom prípade za príčinu vybočenia hodnôt dC_{11t}, $dh_{11t}=f(dC_{11t})$ budeme považovať výraznú horizontálnu zložku priestorovej zmeny bodov.

Z naznačených testovacích postupov je možné použiť pre analýzu súradnicových rozporov dC_{11t} , ako aj pre ich funkcie, najmä nasledujúce 1D a 2D testy:

L - test [2)] , (Lenzmann ,1984)
H - test , (Heck ,1985)
BE - test , (Benning ,1985) (10)
BO - test , (Boljen ,1986)
t - test , (Bill ,1984, Hanke ,1988)
FO - test , (Fotiou ,1993).

---

[2] označenie - pomenovanie testov je účelové

V ďalšej časti sú pre tieto testy uvedené testovacie štatistiky v symbolickej forme, ich rozdelenia a ich kritické hodnoty. Pre realizácie testov, podľa toho, či sa použijú súradnicové rozpory dC =[dX dY][3] alebo ich funkcie - horizontálne rozpory (diferencie)

$$dh = \sqrt{dX^2 + dY^2}\ , \qquad (11)$$

sa nulové hypotézy formulujú podľa

H_o: E(dX $\cup$[4] dY) = 0,

$$H_o\text{: } E(dh) = 0. \qquad (12)$$

L - test

Testovacou štatistikou na posúdenie významnosti horizontálnej diferencie na bode P_i z množiny p testovaných bodov je náhodná premenná

$$T = \frac{n-k-d}{d}\,\frac{R_i}{v^T v - R_i} \sim F(f_1, f_2)\ , \qquad (13)$$

kde je : n - počet "meraní" (súradníc),
k - počet transformačných parametrov,
d - rozmer testovanej premennej, t.j. d=2,
v - nx1 vektor opráv (súradnicových rozporov),
$R_i = v^T H_i (H_i^T Q_v H_i)^{-1} H_i^T v = v_i^T Q_{vi}^{-1} v_i$ - kvadratická forma súradnicových rozporov pre bod P_i,
$v_i = [v_{xi}\ v_{yi}]^T$ - opravy súradníc bodu P_i ,
$Q_{vi} = diag(q_{vxi}\ q_{vyi})$ - submatica pre bod P_i z matice Q_v,
H_i - projektor opráv v_{xi}, v_{yi} z vektora v do matice R_i,
f_1 =d, stupeň voľnosti F-rozdelenia,
f_2 =n-k-d, stupeň voľnosti F-rozdelenia,
$Q_v = I - AN^{-1}A^T$ - kofaktorová matica opráv kde I je jednotková matica a A,N sú známe matice z Gaussovho - Markovovho modelu.

Kritické hodnoty F-rozdelenia sa určia podľa

$$T_{kr} = F(1-\alpha;\, f_1, f_2). \qquad (14)$$

H - test

Z použiteľných troch testovacích veličín (Heck, 1985), vezmime napr. štatistiku

$$T = \frac{\dfrac{R_i}{r}}{\dfrac{\Omega_i}{n-k-r}} = \frac{R_i}{v^T v - R_i}\,\frac{n-k-r}{r} \sim F(f_1, f_2), \qquad (15)$$

ktorá pri $r = rank(H_i) = d$ je identická so štatistikou (13) (Lenzmann, 1984) a zrejme je identická aj T_{kr} (14) s kritickou hodnotou (15). Teda testovanie v_x, v_y pomocou L - testu a H - testu dáva zhodné výsledky.

---

[3] v ďalšom sa nebudú uvádzať indexy $_{11t}$ u veličín dC,dX,dY a indexy $_t$ u veličín v_x, v_y
[4] $\cup$ je funktor disjunkcie

BE - test

Na testovanie sa použije náhodná premenná

$$T = \sqrt{\frac{v^T H_i (H_i^T Q_v H_i)^{-1} H_i^T v}{\frac{v^T v}{n-k-r} r}} \sim \tau\,(r,\ n\text{-}k\text{-}r) \tag{16}$$

ktorá má τ - rozdelenie a ktorej kritická hodnota je

$$\tau_{kr} = \sqrt{\frac{(n-k)F_{kr}}{n-k-r+2F_{kr}}}\ , \tag{17}$$

kde F_{kr} sa určí podľa

$$F_{kr} = F(1-\alpha/p\ ;\ r,\ n\text{-}k\text{-}r). \tag{18}$$

BO - test

Test zohľadňuje exaktný transformačný model, t.j. model s nenulovými a nejednotkovými kofaktormi vyrovnaných súradníc $\hat{C}^J_{89}$ a $\hat{C}^J_{98}$ a je dvojfázový. Najprv sa vykoná globálny test pre celé bodové pole, pomocou ktorého sa testuje nulová hypotéza $H_o : E(\forall\ \{dX \cup dY\}) = 0$ pomocou testovacej štatistiky (Boljen, 1986)

$$T_G = \frac{6.v^T v}{(n-k)(s_{o1}^2 + m^2.s_{o2}^2)\sqrt{p}} \sim F(n\text{-}k,\ \infty), \tag{19}$$

kde : s_{o1}^2 je aposteriórny variančný faktor zo spracovania siete v epoche t_1,
s_{o2}^2 je aposteriórny variančný faktor zo spracovania siete v epoche t_2 a
m je modul dĺžkového skreslenia pre použitú transformáciu.
Kritická hodnota F - rozdelenia v danom prípade je

$$T_{Gkr} = F(1-\alpha\ ;\ n\text{-}k,\ \infty). \tag{20}$$

Ak sa H_o na zvolenej hladine významnosti □ (riziko prijatia nesprávnej hypotézy) zamietne, prikročí sa k druhej fáze, t.j. k lokalizácii tých bodov, ktoré neprijatie H_o vyvolali, a to pomocou veličiny

$$R_i = \frac{\sigma_o^2.v^T v}{(s_{o1}^2 + m^2 s_{o2}^2)\frac{\sqrt{p}}{6}} \frac{1}{\frac{p-1}{p} - \frac{d_i^2}{\sum_{i=1}^{p} d_i^2}}\ , \tag{21}$$

kde d_i sú vzdialenosti bodov P_i od ich ťažiska. Bod s najväčšou hodnotou R_i sa z množiny bodov vyčlení ako bod, ktorý sa najviac podielal na zamietnutí H_o (t.j. bod so signifikantnou zmenou svojej horizontálnej polohy), s ostatnými p´=p -1 bodmi sa vykoná nová transformácia a postup overovania ich identity v zmysle (19) a (20) sa opakuje dovtedy, kým globálny test určí, že H_o je možné pre zvyšujúcu množinu bodov prijať.

t - test

Studentovým t - testom sa dá tiež overiť, či môžeme jednotlivým súradnicovým rozporom v_x, v_y testovaných bodov prisúdiť signifikantnú alebo nesignifikantnú veľkosť.

Testovať sa môžu 1D veličiny (diferencie [dX] alebo [dY]) ako aj 2D veličiny (diferencie dh=f([dX dY]), t.j. polohy bodov).

V prípade 1D veličín (súradnicových rozporov dX, resp. dY bodu P_i) testuje sa nulová hypotéza

$$H_o : E(v_x \cup v_y) = 0$$

a ako testovacia veličina sa použije premenná T_S

$$T_S = \frac{|v_i|}{s_i^2 \sqrt{q_{vi}}} \sim t(n\text{-}k\text{-}1), \tag{22}$$

kde

$$s_i^2 = \frac{v^T v - \frac{v_i^2}{q_{vi}}}{n-k-1}$$ je aposteriórna variancia z transformácie s^2 so zmenšenou kvadratickou formou v^Tv o $v_i^Tv_i$,

$q_{vi} = q_{vxi} \cup q_{vyi}$ sú kofaktory zo submatice Q_{vi} matice Q_v,

$v_i = v_{xi} \cup v_{yi}$.

Kritická hodnota t - rozdelenia je

$$t_{kr} = t(1\text{-}\alpha\ ;\ n\text{-}k\text{-}1). \tag{23}$$

V prípade 2D veličiny (horizontálna diferencia dh_i bodu P_i) sa použije testovacia premenná T_B

$$T_B = \frac{dh_i^2}{2s_{dhi}^2} \sim F(r, n\text{-}k\text{-}r), \tag{24}$$

kde

$$dh_i = \sqrt{v_{xi}^2 + v_{yi}^2},$$

$$s_{dhi} = \sqrt{\frac{v^T v - \frac{dh_i^2}{q_{dhi}}}{n-k-r} q_{dhi}},$$

$q_{dhi} = f(q_{vxi}, q_{vyi})$ je kofaktor veličiny dh_i (horizontálnej zmeny bodu P_i) určený z matice Q_v.
Kritická hodnota t - rozdelenia pre tento test je

$$T_{kr} = F(1\text{-}\alpha\ ;\ r,\ n\text{-}k\text{-}r). \tag{25}$$

Testovania hodnôt dX,dY, resp. dh jednotlivých bodov sa realizujú porovnaním realizácií štatistiky T (pre jednotlivé súradnice alebo body) s kritickou hodnotou T_{kr}.

Ak pre realizáciu T bude platiť $T > T_{kr}$, nulová hypotéza H_o sa na zvolenej hladine významnosti testu α (riziko zamietnutia správnej hypotézy) neprijíma, príslušná hodnota súradnicovej, resp. horizontálnej zmeny bodu sa bude považovať za štatisticky signifikantnú hodnotu, t.j. vznik takejto zmeny v súradnici bodu alebo v jeho polohe môžeme vysvetliť tým, že v období t_2-t_1 sa bod reálne posunul v horizontálnom (polohovom) zmysle.

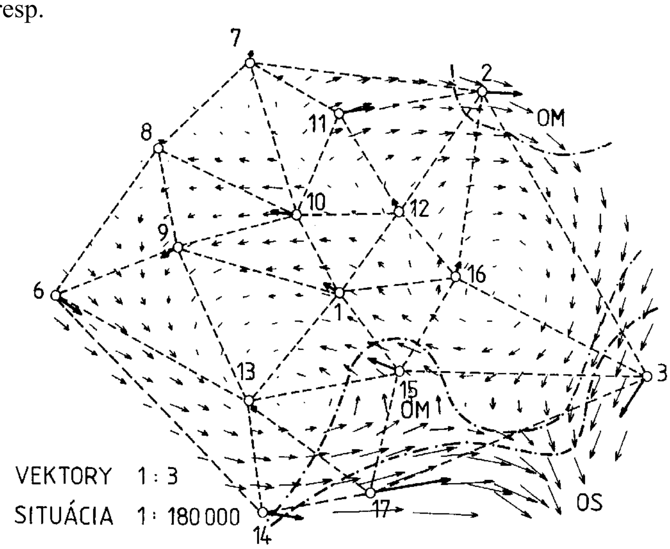
Ak nastane prípad $T \leq T_{kr}$, H_o sa nezamieta (prijíma), t.j. príslušnú hodnotu z dC alebo dh na základe vykonaných meraní a na hladine významnosti α nemôžeme prehlásiť za signifikantnú hodnotu a vznik takejto zmeny v súradnici, resp. v polohe bodu môžeme vysvetliť len stochastickými vplyvmi, spravidla pôsobením a kumuláciou meračských chýb v určení súradníc bodu. Inými slovami, príslušný bod je možné pokladať za polohove relatívne stabilný bod vzhľadom k jeho stavu v epoche t_1.

U toho bodu, pre ktorý sa v testovacej procedúre nulová hypotéza H_o síce príjme, ale hodnota realizácie T je numericky blízka k hodnote T_{kr} (napr.$T \geq 0.7T_{kr}$), môžeme vysloviť podozrenie, že za obdobie t_2-t_1 mohol u neho nastať aj významný posun. Takúto hodnotu dC, dh je možné interpretovať aj ako reálny pohyb bodu vykonaný s menšou rýchlosťou, s ktorou sa príslušná zmena dC, dh za obdobie t_2-t_1 nemohla prejaviť ako štatisticky významná zmena (posun).

Ukážka overenia identity bodov

Z rôznych, naznačených možností vyšetrenia identity bodov (kap.1), uvedieme použitie parametrického, transformačného overenia s testovacími postupmi (10). Tieto procedúry sme použili na vyšetrenie identity bodov geodetickej polohovej siete v lokalite Jaslovské Bohunice (obr.2), ktorá sieť pozostáva z 15 bodov. Sieť bola zameraná v epochách t_{89} a t_{98}[5] za účelom získania informácií o stabilite územia pokrytého touto sieťou, resp. o prejavoch recentných horizontálnych prejavoch za obdobie t_{98} - t_{89} (Geodetický ústav, 1998). Zo spracovaní siete sa získali súradnice C_{89} a C_{98}, ich presnostné charakteristiky ako aj súradnicové diferencie, resp. horizontálne diferencie podľa (8), (9), predstavujúce zmeny v súradnicových polohách bodov (tab.1).

Kvôli vyšetreniu identity jednotlivých bodov sa súradnice C_{98} transformovali podobnostnou (Helmertovou) transformáciou na súradnice C_{89t} , pričom všetkých 15 bodov bolo použitých vo funkcii identických bodov. V riešení, v súlade s konštrukciou väčšiny testov pre vybočujúce hodnoty, (kap.4), bola použitá kofaktorová matica Q_{C89}=I. Z tohoto transformačného postupu boli získané súradnicové diferencie dx=v_x, dy=v_y a $dh = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ (tab.2), ktoré boli testované na štatistickú signifikantnosť na hladine významnosti testu α=0,05.



Obr.2. Dislokácia horizontálnych vektorov polohových zmien lokality Jaslovské Bohunice. OS - oblasť signifikant-ných polohových zmien, OM - oblasť možných polohových zmien.

Tab.1. Súradnicové diferencie $dC_{89,98}$ bodov polohovej siete Jaslovské Bohunice, zistené za obdobie 1989 – 1998.

Bod	$dX_{89,98}$[mm]	$dY_{89,98}$[mm]	$dh_{89,98}$[mm]
1	- 3	10	10.44
2	1	- 24	24.02
3	27	13	29.97
6	12	- 16	20.00
7	- 6	- 1	6.08
8	- 2	- 2	2.83
9	6	8	10.00
10	1	17	17.03
11	- 7	- 20	21.19
12	- 5	5	7.07
13	4	- 1	4.12
14	4	- 26	26.31
15	- 8	20	21.54
16	-10	- 5	11.18
17	-12	49	50.45

Tab.2. Súradnicové diferencie $dC_{89t,98}$ bodov polohovej siete Jaslovské Bohunice, za obdobie 1989 -1998 zistené Helmertovou transformáciou.

Bod	$dX_{89t,89}$[mm]	$dY_{89t,89}$[mm]	$dh_{89t,89}$[mm]
1	- 2.98	14.91	15.20
2	2.19	- 21.16	21.28
3	30.05	18.42	35.25
6	9.30	- 10.81	14.26
7	- 7.05	1.77	7.27
8	- 3.85	1.67	4.19
9	4.43	12.62	13.37
10	0.54	21.18	21.19
11	- 7.13	- 16.82	18.27
12	- 4.50	9.07	10.13
13	3.24	5.02	5.98
14	3.46	- 18.93	19.25
15	- 7.34	25.59	26.63
16	- 8.87	- 0.35	8.88
17	-11.50	42.21	43.75

Tab.3. Výsledky použitých testov pri posudzovaní identity bodov polohovej siete Jaslovské Bohunice za obdobie 1989 –1998.

Bod Číslo	Významná horizontálna zmena dC preukázaná testami:	Možná horizontálna zmena dC preukázaná testami:
1		
2	BO	T_S, F
3	L, H, BE, BO, F, T_S, T_B	
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15	BO	L, H, BE, F, T_S, T_B
16		
17	L, H, BE, BO, F, T_S, T_B	

[5] zameranie siete vykonali pracovníci Geodetického a kartografického ústavu v Bratislave

Výsledky testovania sú zhrnuté do tab.3, kde pre každý bod je uvedené jednak označenie testu, ktorý preukázal štatistickú významnosť príslušnej horizontálnej zmeny bodu a jednak označenie testu, z výsledkov ktorého vyplýva podozrenie, že príslušná horizontálna zmena môže predstavovať významný posun bodu. Ako vyplýva z tab.3, na bodoch č.3 a 17 významnosť ich horizontálnych zmien dh preukázali všetky testy, t.j. tieto body na základe vykonaných meraní a na použitej hladine významnosti nemôžeme považovať za identické (stabilné za obdobie t_{98} - t_{89}). Pre bod č.2 jeden test (BO) preukázal významnosť posunu a testy T_S, F naznačujú podozrenie, že sa môže jednať aj o významnú horizontálnu zmenu v tomto bode. Pre bod č.15 test BO opäť preukázal, že horizontálny posun tohoto bodu je významný, kým ostatných 6 testov naznačuje, že aj v tomto bode je možné predpokladať štatisticky významný horizontálny posun. Na ostatných bodoch sa ich stochastická identita za obdobie t_{98} - t_{89} , t.j. ich relatívna stabilita potvrdila všetkými použitými testami.

Celkovú dislokáciu horizontálnych vektorov dh v danom priestore ukazuje obr.2, na ktorom je vyznačená aj oblasť signifikantných polohových zmien (OS) a tiež oblasti možných signifikantných zmien (OM).

Záver

Použitie testov (10) pre skúmanie identity bodov polohovej siete lokality Jaslovské Bohunice ukázalo (tab.3) dobrú zhodu výsledkov, t.j. rovnaké hodnotenie súradnicových a horizontálnych rozporov dX, dY, dh v podstate pri všetkých bodoch všetkými testami. Test BO sa prejavil, na základe svojej koncepcie a konštrukcie (Boljen ,1986), ako citlivý test, reagujúci aj na menšie hodnoty realizácií testovacích štatistík, s významnými signifikantnými zmenami. To sa prejavilo preukázaním neidentity na 4 bodoch z 15 testovaných bodov siete. Na posúdenie vyššej reálnosti výsledkov, dosiahnutých uvedenými postupmi testovania, ale aj vôbec pri skúmaniach geometrickej stability objektov a ich bodov, je zrejme vždy potrebné a účelné overiť identitu bodov aj inými testovacími procedúrami.

Literatúra

Benning, W.: Test von Ausreissern bei der Helmerttransformation. *Zeitschr. f.Verm.Wesen, 110 (1985), 5, 207 - 209.*

Bill, R.: Eine Strategie zur Ausgleichung und Analyse von Verdichtungsnetzen. *Veröff. d. Deutschen Geodät. Komm., R. C, Nr. 295, München 1984.*

Boljen, J.: Identitätsanalyse Helmert - transformierter Punkthaufen. *Zeitsch. f. Verm.Wesen, 111 (1986), 11, 490 - 500.*

Fotiou, A. et al.: Adjustment, variance component estimation and testing with the affine and similarity transformations. *Zeitsch. f. Verm. Wesen, 118 (1993), 10, 494 - 503.*

Geodetický a kartografický ústav: Geodetické meranie lokality AE Jaslovské Bohunice 1998. *Bratislava 1998.*

Hanke,K.: Eliminierung der nicht-signifikanten Parameter bei der Transformation zwischen ungleichartigen Koordinatensystemen. *Österr.Zeitsch. f. Verm. und Photogram., 76 (1988), 4, 432 - 439.*

Heck, B.: Ein - und zweidimensionale Ausreissertests bei der ebenen Helmert- Transformation. *Zeitsch. f. Verm.Wesen, 110(1985), 10, 461 - 471.*

Lenzmann, L.: Zur Aufdeckung von Ausreissern bei überbestimmten Koordinaten-transformationen. *Zeitsch. f. Verm.Wesen, 109(1984), 9, 474-479.*

Sütti,J. Deformačné šetrenie. Rukopis prednášok, F BERG TU Košic 1998 *(nepublikované).*

Teunissen, P.J.: Adjusting and Testing with the models of the affine and similarity Transformations. *Manuscripta Geodaetica, 11(1986), 214 - 225.*

Werner, H.: Die Fünf-Parameter -Transformation. Zusammenhang mit anderen Verfahren und Elimination grober Fehler. *Allgem. Verm. Nachrichten 94 (1987), 7, 261 - 272.*

Wolf, H.: Deformierte Ähnlichkeitstransformation. *96 (1989), 10, 361 - 365.*