

Teoretické aspekty šírenia tuhých a plynných látok z exhalačných zdrojov

Pavel Slančo¹, Jozef Hančulák¹, Milan Bobro¹ & Erika Geldová¹

Theoretical aspects of solid and gaseous substances spreading from sources of exhalations

The contribution is focused to the determination of the point of exhalation maximal concentration in the surroundings of pollution source in ground-close air layer for gases and solid particles, which of diameter does not exceed $0,1 \mu\text{m}$. The analytical curve in the plane of ground layer was also constructed with the aim to demarcate the area where the contaminants concentration oversteps the permitted level. The general equation for the exhalation computation is also the basic one for the computation of dust deposition in the surroundings of pollution source.

Theoretical calculation of concentration of noxious material from a point source in solution of differential equation (1) providing: the betinning of square coordinate system x_1, x_2, x_3 is on the heel of the point source namely that x_1 axis direction is the air circulation direction (the wind) and the x_3 axis is the same as a level of source direction; the source of noxious material is a continuously alternative source; the wind direction is the same as the coordinate axis x_1 direction and its speed is constant by amount and direction; speed of convective transmission considerably rises the speed of diffusive transfer of elements; for diffusive coefficients D_2, D_3 we suppose $D_2 \neq D_2(x_2), D_3 \neq D_3(x_3)$.

Instead of diffusive coefficients D_2, D_3 there are establishes the parameters of diffusion $\sigma_2(x_1), \sigma_2(x_3)$ by means of formula (4), where the meteorological parameter n of Sutton is characteristic the bedding of the atmosphere. The speed of the wind which is taking on the level 10m above the ground of surrounding field and it is reducing to the necessary level according to (6) and the rate between the surface 10m and the surface of effective level h is calculated according to (7). Parameter p is depending from the category of air stability (tab. 1). The effective level h is calculated according to (8), (9). The analytical formulation was expressed by means of σ_2, σ_3 dispersion coefficients $\alpha_2, \alpha_3, \beta_2, \beta_3$ (Tadmor, 1969) on the tab.2.

On the basis of the formula (5) is a calculation of noxious material concentration divided into some groups. It is calculated the exhalat concentration for the group of gases and the small elements $\leq 0,1 \mu\text{m}$ in the optional point of area in the surrounding of source

The formula (12) is supplying the concentration of the noxious material on the ground layer ($x_3 = 0$) in the wind direction when is a direction and the power fixed and when the tapping of wind is impossible.

By means of formula (13) we could find instead of maximum exhalat concentration the ground layer by permanent and by the constant meteorological conditions. Its calculated figure of line in the ground layer which is bounding the area when the concentration of noxious material are exceeding the flowing limit C_k .

Key words: point source, dispersion, ground concentration, wind direction, gravity speed of element, meteorological conditions, turbulent speed convection, diffusive coefficients, parametres of dispersion, effective level of source.

Úvod

Činnosť ľudskej populácie sa prevažne odohráva v najspodnejšej vrstve atmosférického obalu Zeme, v tzv. medznej vrstve atmosféry. Jej výšku možno odhadnúť približne na jeden kilometer (Jaňour, 1995). Pre potreby praxe sa často vyžaduje poznať stupeň znečistenia ovzdušia v oblasti, v ktorej sa nachádza jeden alebo viac zdrojov. Otázka pohybu škodlivín (plynné a tuhé exhalácie, aerosóly) má veľký praktický význam z technickej a hygienickej stránky, napr. pri predpovedi znečistenia obývaných území priemyselnými aerosólmi. Metódy riešenia takejto otázky sú však značne obmedzené a finančne náročné. Preto je potrebné používať metódy modelovania tohto procesu. Jedná sa prevažne o modelovanie matematické, s pomocou výpočtovej techniky. Pretože pohyb škodlivín v ovzduší predstavuje zložitý a komplikovaný proces, je možné metódu matematického modelovania využívať predovšetkým v jednoduchších prípadoch. Medzi takéto nepatrí prúdenie a šírenie exhalácií v orograficky komplikovanom teréne (základná verzia modelu neobsahuje prírodné alebo umelé prekážky).

Cieľom práce je vypočítať miesto maximálnej koncentrácie exhalátu v okolí zdroja v prízemnej vrstve pre plynné a tuhé látky, ktorých rozmer nepresahuje $0,1 \mu\text{m}$, resp. Určiť v rovine prízemnej vrstvy analytickú krivku ohraničujúcu plochu, kde koncentrácia plynných exhalátov presahuje povolenú hranicu. Všeobecnú rovnicu pre výpočet koncentrácie exhalátu (5) možno použiť ako základ pre výpočet spadú tuhých látok s rozmermi väčšími ako $0,1$.

Zdroje znečistenia ovzdušia, ktoré vznikli antropogénnou činnosťou sa delia na tri skupiny:

- bodové zdroje – komíny tovární, teplární, spaľovní, kotolní, lokálneho vykurovania, atď.,
- lineárne zdroje – cesty, diaľnice,
- plošné zdroje – mestské aglomerácie.

Z hľadiska časového priebehu emitovaného množstva škodlivín delíme zdroje na stacionárne a nestacionárne.

¹ RNDr. Pavel Slančo, Ing. Jozef Hančulák, RNDr. Milan Bobro, PhD. & Mgr. Erika Geldová, Ústav geotechniky SAV, Watsonova 45, 043 53 Košice (Recenzované v roku 2000)

Najčastejšími škodlivinami obsiahnutými v atmosfére sú produkty spaľovania tuhých, kvapalných a plyných palív – oxidy síry, oxidy dusíka, oxid uhoľnatý a tuhé látky. Ďalšími škodlivinami z rôznych druhov priemyselnej výroby môžu byť kyselina chlór vodíková, ťažké kovy a organické látky.

Koncentrácia škodliviny v ľubovoľnom bode priestoru okolo zdroja závisí od parametrov zdroja a meteorologických podmienok. Teoretický výpočet koncentrácie vychádza zo štúdia prenosu a rozptylu exhalátov v ovzduší. Pohyb exhalátu v atmosfére sa skladá z pohybu samotného vzduchu a relatívneho pohybu častíc exhalátu a vzduchu, pričom pohyb škodliviny v dymovej vlečke podlieha turbulentnej difúzii, konvekčii a vplyvu gravitačnej sily. Molekulárna difúzia nie je pri tomto procese dôležitá.

Teoretický výpočet koncentrácie exhalátu

Zvoľme začiatok pravouhlého súradnicového systému x_1, x_2, x_3 v päte bodového zdroja (komína) tak, že smer osi x_1 je smer prúdenia vzduchu (vetra) a smer osi x_3 má smer výšky komína. Rovnica určujúca koncentráciu exhalátu od bodového zdroja má tvar (Ermak, 1977)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\text{div}(C\vec{u}) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_i \frac{\partial C}{\partial x_i} \right) + v_s \frac{\partial C}{\partial x_3}, \quad i=1,2,3, \quad (1)$$

kde

- $C(x_i, t)$ – hmotnostná koncentrácia aerosólu alebo plyného exhalátu, x_i - súradnice bodov priestoru,
- t - čas,
- D_i – difúzne koeficienty v smere súradnicových osí,
- \vec{u} – vektor rýchlosti vetra,
- v_s – rýchlosť gravitačnej sedimentácie častíc aerosólu.

V ďalších výpočtoch využijeme nasledujúce predpoklady:

- $\partial C / \partial t = 0$ – spojite pôsobiaci zdroj,
- smer vetra má smer súradnicovej osi x_1 a jeho rýchlosť je konštantný vektor,
- rýchlosť konvektívneho prenosu častíc značne prevyšuje rýchlosť difúzneho prenosu,
- pre difúzne koeficienty D_2, D_3 predpokladáme, že $D_2 = D_2(x_1)$ resp. $D_3 = D_3(x_1)$.

Rovnicu (1) je potom možné vyjadriť v tvare:

$$u \frac{\partial C}{\partial x_1} = D_2 \frac{\partial^2 C}{\partial x_2^2} + D_3 \frac{\partial^2 C}{\partial x_3^2} + v_s \frac{\partial C}{\partial x_3}, \quad (2)$$

kde u je absolútna hodnota rýchlosti vetra v smere súradnicovej osi x_1 .

K riešeniu diferenciálnej rovnice (2) je potrebné určiť okrajové podmienky, pričom predpokladáme, že konštantný bodový zdroj sa nachádza v bode $[0;0;H]$. Riešenie diferenciálnej rovnice (2) musí vyhovovať nasledujúcim podmienkam:

$$\begin{aligned} 1) \quad C(0; x_2; x_3) &= \frac{Q}{u} \delta(x_2) \delta(x_3 - H) & 2) \quad C(x_1; \pm\infty; x_3) &= 0 \\ 3) \quad C(x_1; x_2; \infty) &= 0 & 4) \quad \left[D \frac{\partial C}{\partial x_3} + v_s C \right]_{x_3=0} &= [v C]_{x_3=0}, \end{aligned} \quad (3)$$

pričom Q – mohutnosť zdroja [$\text{g} \cdot \text{s}^{-1}$], D – limitná hodnota D_3 pre $x_1 \rightarrow \infty$, v - rýchlosť tzv. suchej sedimentácie. V praxi sa namiesto skutočnej výšky H používa efektívna výška zdroja h , vyjadrená vzťahom (8).

Namiesto difúzných koeficientov $D_2(x_1), D_3(x_1)$ sa často zavádzajú parametre rozptylu $\sigma_2(x_1), \sigma_3(x_1)$ (štandardné odchýlky rozdelenia koncentrácie vo vzdialenosti x_1 od zdroja), vyjadrené vzťahmi

$$\sigma_2 = D_2 \frac{x_1^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{2}}, \quad \sigma_3 = D_3 \frac{x_1^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{2}}, \quad (4)$$

kde n je Suttonov meteorologický parameter charakterizujúci zvrstvenie atmosféry.

Riešenie diferenciálnej rovnice (2) s okrajovými podmienkami (3) a parametrami rozptylu (4) je (Ermak, 1977) nasledovné:

$$C(x_1; x_2; x_3) = \frac{Q}{2\pi\bar{u}\sigma_2\sigma_3} \exp\left[\frac{-x_2^2}{2\sigma_2^2}\right] \exp\left[\frac{-v_s(x_3-h)}{2D} - \frac{v_s^2\sigma_3^2}{8D^2}\right] \times \\ \times \left\{ \exp\left[\frac{-(x_3-h)^2}{2\sigma_3^2}\right] + \exp\left[\frac{-(x_3+h)^2}{2\sigma_3^2}\right] - \sqrt{2\pi} v_1 \frac{\sigma_3}{D} \times \right. \\ \left. \times \exp\left[\frac{v_1(x_3+h)}{D} + \frac{v_1^2\sigma_3^2}{2D}\right] \times \operatorname{erfc}\left[\frac{v_1\sigma_3}{\sqrt{2}D} + \frac{x_3+h}{\sqrt{2}\sigma_3}\right] \right\} \quad (5)$$

kde \bar{u} – priemerná rýchlosť vetra [m s^{-1}], $v_1 = v - 0,5 v_s$ [m s^{-1}].

Výpočet koncentrácie spočíva v explicitnom vyjadrení veličín \bar{u} , h , $\sigma_2(x_1)$, $\sigma_3(x_1)$ pomocou merateľných meteorologických parametrov.

Rýchlosť vetra

Rýchlosť vetra sa jednotne meria vo výške 10 m nad povrchom okolitého terénu. Na potrebnú výšku (efektívnu výšku h) sa obyčajne redukuje podľa mocninného vzťahu

$$u_h = u_{10} \left(\frac{h}{10}\right)^p, \quad p = \frac{n}{2-n}, \quad (6)$$

kde exponent p závisí od stability atmosféry (n je Suttonov meteorologický parameter). Priemerná rýchlosť vetra uvažovaná v rovnici (5) bude

$$\bar{u} = \frac{u_{10}}{h-10} \int_{10}^h \left(\frac{h'}{10}\right)^p dh' = \frac{u_{10}}{(h-10)(p+1)10^p} [h^{p+1} - 10^{p+1}] \quad (7)$$

Parameter p má (Bubník, 1981) pre rôzne kategórie stability ovzdušia hodnoty uvedené v tab.1.

Tab.1. Hodnoty meteorologického parametra (p) pre rôzne triedy stability ovzdušia (Bubník, 1981).

Tab.1. Values of meteorological parameter (p) for different forms of stability in atmosphere (Bubník, 1981).

Triedy stability ovzdušia	Názov triedy	Vertikálny teplotný gradient γ [°C/100 m]	Meteorologický parameter p [-]
I	superstabilná	$\gamma < -1,6$	0,50
II	stabilná	$-1,6 \leq \gamma \leq -0,7$	0,40
III	izotermná	$-0,6 \leq \gamma \leq +0,5$	0,30
IV	normálna	$+0,6 \leq \gamma \leq +0,8$	0,25
V	konvektívna	$\gamma > +0,8$	0,18

Efektívna výška

Pre výpočet efektívnej výšky bodového zdroja existuje veľa teoretických aj empirických vzťahov (Bubník, 1981). Tieto vzťahy je vo všeobecnosti možné rozdeliť na dve skupiny. Prvá skupina sa lepšie hodí pre malé zdroje, druhá lepšie vyjadruje pomery prevýšenia pri veľkých zdrojoch. Pre výpočet efektívnej výšky zdrojov s tepelnou výdatnosťou $G < 20\text{MW}$ možno použiť vzťah

$$h = H + \frac{1,5 w d + 9,8 G}{u_H}, \quad (8)$$

kde

w – rýchlosť vypúšťania exhalátu [m s^{-1}], d – priemer koruny komína [m], G – tepelná výdatnosť zdroja [MW].

Pre veľké zdroje s $G \geq 20\text{MW}$ je vhodnejší vzťah

$$h = H + \frac{(1,5 H - 50) G^{0,25}}{u_H}, \quad (9)$$

pričom u_H je potrebné počítať podľa vzorca (6).

Parametre rozptylu

Komplikovanejšie je vyjadrenie parametrov rozptylu $\sigma_2(x_1)$ a $\sigma_3(x_1)$ pomocou prístupných meteorologických údajov. Výsledkom väčšiny teoretických aj experimentálnych prác vzťahujúcich sa k tomuto problému sú vzťahy

$$\sigma_2(x_1) = \alpha_2 x_1^{\beta_2}, \quad \sigma_3(x_1) = \alpha_3 x_1^{\beta_3}, \quad (10)$$

kde koeficienty $\alpha_2, \alpha_3, \beta_2, \beta_3$ závisia od konkrétnych podmienok rozptylu a získavajú sa experimentálne. V tabuľke č.2 je uvedené (Tadmor,1969) analytické vyjadrenie parametrov rozptylu $\sigma_2(x_1)$ a $\sigma_3(x_1)$.

Tab.2. Analytické vyjadrenie parametrov rozptylu σ_2 a σ_3 (Tadmor, 1969).

Tab.2. Analytical formulation of parameters dispersion σ_2 and σ_3 (Tadmor,1969).

Trieda stability	$\sigma_2(x_1) = \alpha_2 x_1^{\beta_2}$	$\sigma_3(x_1) = \alpha_3 x_1^{\beta_3}$
I	$0,0454 x_1^{0,9031}$	$0,510 x_1^{0,42}$
II	$0,0722 x_1^{0,9031}$	$0,450 x_1^{0,5}$
III	$0,1046 x_1^{0,9031}$	$0,540 x_1^{0,54}$
IV	$0,1474 x_1^{0,9031}$	$0,371 x_1^{0,64}$
V	$0,2089 x_1^{0,9031}$	$0,107 x_1^{0,92}$

Na základe rovnice (5) možno výpočet koncentrácie škodliviny, resp. popis javu sedimentácie rozdeliť do niekoľkých skupín:

- $v_s = v = 0$. Tento prípad je použiteľný pre plyny alebo malé častice rozmerov $\leq 0,1 \mu\text{m}$.
- $v_s = v > 0$. Pri takejto podmienke prevláda gravitačné usadzovanie (častice s rozmermi $\geq 50 \mu\text{m}$).
- $v_s = 0; v > 0$. Táto skupina popisuje plynné alebo malé častice, pri ktorých účinok gravitácie môže byť zanedbateľný, napriek tomu však dochádza k ich usadzovaniu.
- $v > v_s > 0$. Tu je usadzovanie vyššie ako sedimentácia spôsobená gravitačnou silou. Zvýšenie je obvykle funkciou nerovnosti zemského povrchu (morfológiou). Všeobecne je táto trieda použiteľná pre stredné veľkosti častíc ($0,1 - 50 \mu\text{m}$).

Koncentrácia exhalátu plynov a malých častíc

Ak v rovnici (5) predpokladáme $v = 0, v_s = 0$ (túto podmienku dobre spĺňajú plyny a tuhé častice s rozmerom $\leq 0,1 \mu\text{m}$), nadobudne vzťah pre výpočet koncentrácie (5) (s použitím (10)) v ľubovoľnom bode priestoru v okolí zdroja tvar (Slančo, 1999)

$$C = \frac{Q}{2\pi\alpha_2\alpha_3\bar{u}x_1^{\beta_2+\beta_3}} \exp\left[\frac{-x_2^2}{2\alpha_2^2x_1^{2\beta_2}}\right] \left\{ \exp\left[\frac{-(x_3-h)^2}{2\alpha_3^2x_1^{2\beta_3}}\right] + \exp\left[\frac{-(x_3+h)^2}{2\alpha_3^2x_1^{2\beta_3}}\right] \right\}. \quad (11)$$

Z praktického hľadiska je dôležité poznať koncentráciu exhalátu v prízemnej vrstve ($x_3 = 0$), resp. vzdialenosť miesta maximálnej koncentrácie od päty zdroja. Predpokladajme, že smer vetra je totožný so smerom súradnicovej osi x_1 a v priebehu času sa nemení jeho smer a sila (veľkosť) a ani nedochádza k stáčaniu vetra s výškou. Pre prízemnú koncentráciu exhalátu v smere vetra (smer maximálnej koncentrácie) platí

$$C(x_1) = \frac{Q}{\pi\alpha_2\alpha_3\bar{u}x_1^{\beta_2+\beta_3}} \exp\left[\frac{-h^2}{2\alpha_3^2x_1^{2\beta_3}}\right]. \quad (12)$$

Postupom známym z diferenciálneho počtu možno nájsť maximum prízemnej koncentrácie exhalátu pri stálych parametroch zdroja a konštantných meteorologických podmienkach. Maximum koncentrácie bude vo vzdialenosti

$$x_{1M} = \exp\left\{ \frac{\ln\left(\frac{h^2\beta_3}{\alpha_3^2(\beta_2+\beta_3)}\right)}{2\beta_3} \right\}. \quad (13)$$

Z rovníc (11) a (12) je možné určiť rovnicu krivky v rovine x_1x_2 (prízemná vrstva), na ktorej koncentrácia dosahuje $1/k$ ($k \geq 1$ – reálne) hodnoty maximálnej koncentrácie v smere x_1 . Všeobecný tvar rovnice krivky bude:

$$x_2 = \pm \sqrt{2 \ln k} \alpha_2 x_1^{\beta_2} \quad (14)$$

V praxi sa často používa hranica 0,1 koncentrácie zo smeru maximálnej koncentrácie, čo odpovedá hodnote $k = 10$ v rovnici (13).

Dôležité je aj určenie plochy v prízemnej vrstve, kde koncentrácia exhalátu presahuje povolenú hranicu. Ak je táto hraničná hodnota koncentrácie C_k , potom krivka ohraničujúca túto plochu v rovine x_1, x_2 má rovnicu:

$$x_2 = \pm \left\{ 2\alpha_2^2 \left[\ln \frac{Q}{\pi\alpha_2\alpha_3\bar{u}C_k} - (\beta_2 + \beta_3) \ln x_1 \right] x_1^{2\beta_2} - \frac{\alpha_2^2 h^2 x_1^{2(\beta_2 - \beta_3)}}{\alpha_3^2} \right\}^{0,5} \quad (15)$$

Rovnicu (15) je možné odvodiť z rovnice (5) za pomoci (10), ak $v = 0$, $v_s = 0$, $x_3 = 0$.

Záver

Rovnica (5) určuje koncentráciu škodliviny v ľubovoľnom bode priestoru v okolí zdroja. Takéto riešenie základnej rovnice (1) je možné len za predpokladu stacionárnosti zdroja škodliviny a v prípade, že rýchlosť vetra značne prevyšuje rýchlosť gravitačnej sedimentácie častíc. Rovnica (5) preto nie je aplikovateľná pre bezvetrie, resp. pre rýchlosti vetra zrovnateľné s rýchlosťou gravitačnej sedimentácie častíc. Výpočet očakávaného znečistenia je tiež potrebné urobiť pre niekoľko tried rýchlostí vetra vo výške 10 m nad zemským povrchom (časovo premenná rýchlosť vetra núti použiť v istom časovom intervale priemerné hodnoty rýchlosti). Uvedený model nepočíta so stáčaním smeru vetra a stáčaním smeru vetra s výškou.

Rovnica (11) umožňuje vypočítať koncentráciu plynov a tuhých látok, ktorých rozmery sú menšie ako 0,1 μm . V prípade väčších častíc je potrebné vziať do úvahy aj ostatné členy rovnice (5). Rozdiel oproti prípadu plynov a malých častíc spočíva v tom, že je potrebné počítať aj s rôznou veľkosťou (rozmerom) zrna, tvarom a hustotou častíc, lebo tieto faktory spôsobujú rozdielnu rýchlosť sedimentácie častíc spôsobenú gravitačnou silou.

K praktickému výpočtu koncentrácie plynov a malých častíc podľa rovnice (11) je potrebné poznať:

- parametre zdroja (hodnoty Q , H , d , G , w),
- efektívnu výšku zdroja h (výpočet podľa rovnice (8) resp. (9), pričom rýchlosť vetra vo výške komína sa počíta podľa vzťahu (6)).
- poveternostné podmienky (rýchlosť vetra vo výške 10 m a triedu stability ovzdušia – tab.1, tab. 2.).

Literatúra

- BUBNÍK, J. 1981. Nová metodika výpočtu znečistení ovzduší. *Lesní a vodní hospodářství – Ochrana ovzduší*, 10, 1981, s. 147 – 152.
- ERMAK, D.L. 1977. An analytical model for air pollutant transport and deposition from a point source. *Atmos. Environ.*, 11, 1977, p. 231 - 237.
- JAŇOUR, Z. 1995. Modelování proudění a šíření exhalací v atmosféře. In: *Zb. Mez. věd. konf. VŠB Ostrava*, 1995, s. 37 – 42.
- SLANČO, P., BOBRO, M., HANČUĽÁK, J., GELDOVÁ, E. 1999. Teoretické aspekty šírenia tuhých látok z emisných zdrojov znečistenia. In: *VIII. Vedecké sympóziium s medzinárodnou účasťou o ekológii vo vybraných aglomeráciách Jelšavy – Lubeníka a stredného Spiša*. Zbor. ref., Hrádok, 1999, s. 227 – 234.
- TADMOR, J., GUR, Y. 1969. Analytical expressions for vertical and lateral dispersion coefficients in atmospheric diffusions. *Atmos. Environ.*, 3, 1969, p. 96 – 102.