

## Prevod geodetických veličín do 2D výpočtového priestoru S-JTSK

Gabriel Weiss<sup>1</sup>, Milan Šadera<sup>1</sup>, Silvia Gašincová<sup>1</sup>, Katarína Pukanská<sup>1</sup> a Marián Zemen<sup>1</sup>

### Transformation of measured quantities into 2D computation space S-JTSK

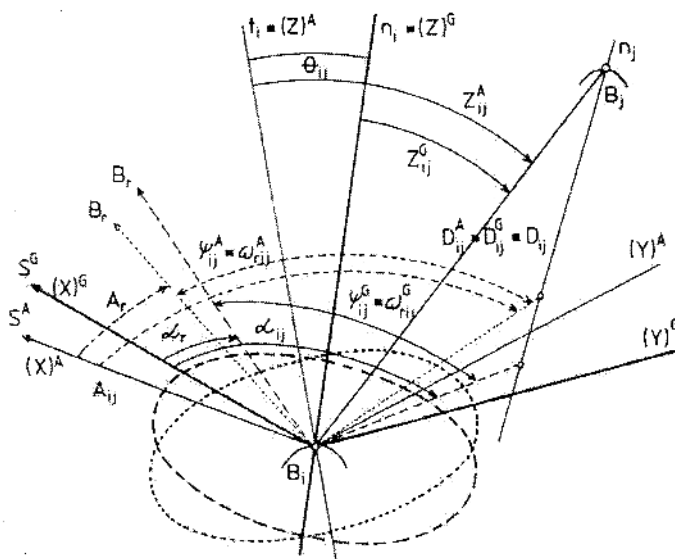
This paper is focussed to questions of transformation ring measured quantities (horizontal angles, distances, coordinate differences) into the cartographic projection plane S – JTSK. Transfer of horizontal angles is the greatest problem in this procedure. It is supposed in it the angle standard deviations are greater as the vertical deflection components  $\zeta\zeta$  and therefore the corresponding angle correction is not made. This assumption but doesn't meet the reality mostly in mountain regions and when precise angle measurements are to be performed. Transformation is executed by change of the values measured, i. e. by their corrections, which are needed to obtain usable quantities in all the geodetics tasks.

**Key words:** geodetics station systems, transformation of quantities, corrections for usable quantities, coordinate system S-JTSK.

### Úvod

Meranie veličín na topografickom povrchu sa realizuje na observačných stanoviškách - bodoch lokálnej polohovej siete (LPS) v tzv. astronomických súradnicových systémoch (ASS). ASS sú definované tak, že ich začiatok sa nachádza v strede prístroja (prípadne sa môže stotožniť aj s meračskou značkou bodu), os  $X^A$  smeruje do astronomického severu  $S^A$ , os  $Y^A$  ortogonálne pravotočivá na východ a os  $Z^A$  je identická so zvislicou  $t_i$  v bode  $B_i$ , t.j. v observačnom stanovisku.

Pri prevoze veličín (uhlov(smerov), dĺžok a relatívnych súradníc (súradnicových rozdielov)) meraných v takýchto ASS (obr.1) do roviny S - JTSK, je potrebné tieto veličiny najprv transformovať do príslušného geodetického stanoviskového systému (GSS), ktorý je definovaný tak, že začiatok je v strede prístroja, os  $X^G$  smeruje do geodetického severu  $S^G$ , os  $Y^G$  je ortogonálne pravotočivá k  $X^G$  a os  $Z^G$  je identická s normálou  $n_i$  v bode  $B_i$ .



Obr.1. Astronomický súradnicový systém Fig.1. Astronomical coordinate system

Transformácia sa vykonáva korekčnou formou v zmysle

$$\begin{aligned} \varpi_{jik}^A &\rightarrow \varpi_{jik}^G & \varpi_{jik}^G &= \varpi_{jik}^A + \delta\varpi_{jik}^A, \\ D_{ij}^A (= D_{ij}^m) &\rightarrow D_{ij}^G, & D_{ij}^G &= D_{ij}^A (= D_{ij}^m), \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Prof. Ing. Gabriel Weiss, CSc., Ing. Milan Šadera, Ing. Silvia Gašincová, Ing. Katarína Pukanská a Ing. Marián Zemen. Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity, 043 84 Košice, Park Komenského 19 (Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 10.11.2000)

(priestorové dĺžky sú invariantné k súradnicovým systémom); pričom uhlové korekcie majú tvar

$$\delta \varpi_{ijk}^A = (\xi_i \sin \alpha_{ij} - \eta_i \cos \alpha_{ij}) \cot g Z_{ij}^A - (\xi_i \sin \alpha_{ik} - \eta_i \cos \alpha_{ik}) \cot g Z_{ik}^A, \quad (1)$$

kde;

$\xi_i, \eta_{i,}$  sú meridiánová a priečna zložka zv. islicovej odchýlky na bode  $B_i$ . a  $\alpha_{ij}$  je geodetický azimut zámery  $B_i$   $B_j$  Takouto korekčnou formou *sa* transformujú do GSS aj ostatné veličiny merané v ASS (vodorovné smery

$\psi_{ij}^A$ , zenitové uhly  $Z_{ij}^G$ ), ktorých korekcie sú uvedené v (Bohm, 1979, 1981).

## Prevod uhlov

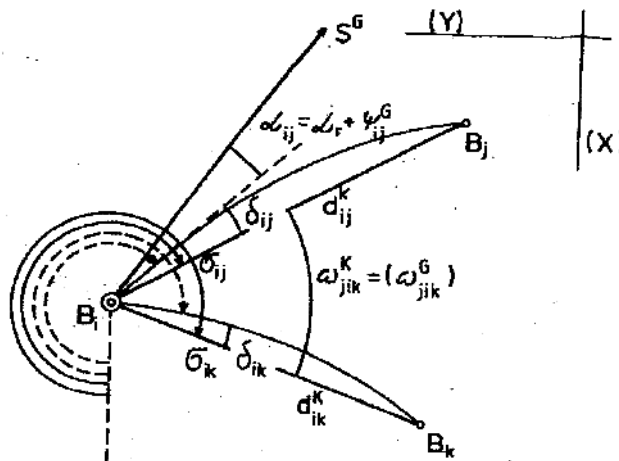
Projekciou uhla  $\omega_{ijk}^G$ , ktorý je definovaný ako rozdiel dvoch smerov na povrchu referenčnej plochy, vznikajú dva priame normálové rezy pre ktoré treba určiť ďalšie korekcie, a to:

- z elipsoidickej výšky bodu  $B_i$ ,
- z prevodu normálového rezu na príslušnú geodetickú čiaru.

V prípade, že lokálna polohová sieť nie je rozsiahla a členitosť terénu je primeraná, sú tieto korekcie zanedbateľne malé a z toho dôvodu na referenčnej ploche môžeme považovať hodnoty  $\omega_{jik}^G$  za identické s hodnotami  $\omega_{jik}^G$ .

Geodetické čiary odpovedajúce smerom  $\psi_{ij}^G, \psi_{ij}^G$ , v rovine S -, JTSK (obr. 2) sa zobrazia ako krivky medzi

Ktorými sa veľkosť uhla  $\omega_{ijk}^G$  zachováva. Obrazy týchto kriviek sa korekciami transformujú na priamočiare spojnice bodov  $B_i B_j$  a  $B_i B_k$ . Hodnoty týchto korekcií sú však v rozsahoch LPS tiež zanedbateľné.



Obr. 2. Prevod smerov uhlov do roviny S-JTSK. Fig. 2. Transfer of directions and angles in the cartographic plane S-JTSK.

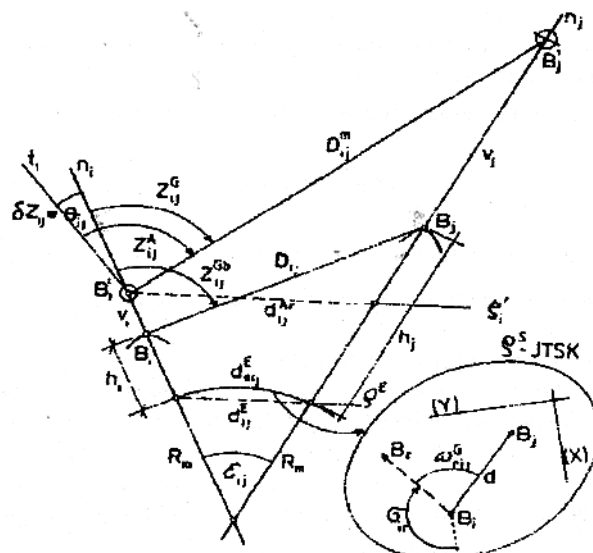
## Prevod dĺžok

Transformácia šikmej meranej dĺžky  $D_{ij}^m$  (v našom prípade ide o dĺžky z GPS meraní alebo z meraní totálnymi stanicami GTS) na hodnotu  $d_{ij}^k$  v kartografickej rovine, sa vykoná prevodom  $D_{ij}^m$  na hodnotu  $d_{ij}^E$  (dĺžka tetivy oblúka determinovaného priemetmi bodov  $B_i$   $B_j$  resp. na  $d_{0i}^E$  (dĺžka oblúka spojnice priemetov bodov na referenčnej ploche) a prevodom  $d_{0i}^E$  na  $d_{ij}^K$  (Obr. 3).

Dĺžku  $d_{ij}$  je možné vypočítať napr. podľa vzťahu (Weiss, 1998)

$$d_{ij}^E = \sqrt{\frac{(D_{ij}^m)^2 - (h_j + v_j - h_i - v_i)^2}{\left(1 + \frac{h_i + v_i}{R_m}\right)\left(1 + \frac{h_j + v_j}{R_m}\right)}}, \quad (2)$$

kde  $h_i, h_j$  sú elipsoidické výšky,  $v_i, v_j$  sú výšky prístroja a terča pri meraní na bodoch  $B_i, B_j$  a  $R_m = \sqrt{MN}$  je stredný polomer krivosti aproximujúcej guľovej plochy, ktorého hodnota pre strednú geodetickú šírku  $\varphi_m = 48^\circ 40'$  územia SR môže byť 6 380,076 km.



Obr. 3. Transformácia priestorových dĺžok do roviny S/JTSK. Fig. 3. Transfer of slope distances in the cartographic plane S-JTSK.

Prevod  $d_{ij}^E$  na príslušnú krivku, na sférickej ploche na kruhový oblúk, sa vykoná na pomocou vzťahu

$$d_{0ij}^E = 2R_m \arcsin \frac{d_{ij}^E}{2R_m}, \quad (3)$$

Táto vzdialenosť sa transformuje na hodnotu  $d_{ij}^k$  podľa vzťahu

$$d_{ij}^k = m_{ij} d_{0ij}^E = m_{ij} 2R_m \arcsin(d_{ij}^E / 2R_m), \quad (4a)$$

kde  $d_{ij}^E$  je určená podľa (2) a  $m_{ij}$  je mierkové číslo zobrazenia dĺžky geodetickej čiary (elipsoidického. kruhového oblúka) do roviny S - JTSK, ktoré sa vypočíta zo vzťahu

$$m_{ij} = \frac{1}{6}(m_i + 4m_s + m_j), \quad (5)$$

pričom  $m_i$ ,  $m_j$ ,  $m_s$  sú mierkové čísla v bodoch  $B_i$ ,  $B_j$  a  $B_s$

Pri meraniach dĺžok  $d_{ij}^A$  totálnymi stanicami, je možné dĺžku  $d_{ij}^k$  určiť aj podľa vzťahu

$$d_{ij}^k = m_{ij} \frac{R}{R + h_i} d_{ij}^A = \lambda_{ij} d_{ij}^A \quad (4b)$$

Každé mierkové číslo  $m_k$  ( $k = i, j, s$ ) je možné vypočítať podľa (Vykuřil, 1982)

$$\begin{aligned} m_k &= 0,999900000000 \\ &+ 0,000122822036 \Delta R_{ij}^2 \\ &- 0,000003154041 \Delta R_{ij}^3 \\ &+ 0,184753 \Delta R_{ij}^4 \\ &- 0,11464 \Delta R_{ij}^5 \\ &+ 0,740 \Delta R_{ij}^6 \\ &- 0,56 \Delta R_{ij}^7 \end{aligned} \quad (6)$$

kde:  $\Delta R_k = R_k - R_0$ ,  $R_0 = -1\,298\,039,0046$  m (jedna z konštánt Křovákovo zobrazenia).  $R_k$ , sú polomery kartografickej rovnobežky koncových bodov meranej dĺžky  $B_i B_j$  jej stredu  $B_s$ .  $k: \{i, s, j\}$  vypočítané podľa vzťahov.

$$R_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \quad R_j = \sqrt{x_j^2 + y_j^2}, \quad R_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$$

$$y_s = \frac{y_i + y_j}{2}, \quad x_s = \frac{x_i + x_j}{2}$$

Približné hodnoty rovinných súradníc  $[x_i, y_i]$ ,  $[x_j, y_j]$ ,  $[x_s, y_s]$  bodov  $B_i$ ,  $B_j$  a  $B_s$  môžu byť určené výpočtom, odmeraním z máp veľkej mierky a pod.

### Prevod súradnicových rozdielov

Relatívne súradnice bodov, t.j. súradnicové rozdiely  $\Delta X_{ij}^m, \Delta Y_{ij}^m$ , medzi bodmi  $B_i$ , a  $B_j$  napr. pri GTS meraní určujeme nepriamo, t.j. výpočtom z priamo meraných dĺžok a uhlov podľa

$$\Delta X_{ij}^m = d_{ij}^A \cos \delta_{ij} = d_{ij}^a \cos(\delta_0 + \varpi_{ij}^A),$$

$$\Delta Y_{ij}^m = d_{ij}^A \sin \delta_{ij} = d_{ij}^a \sin(\delta_0 + \varpi_{ij}^A), \quad (7)$$

kde  $\delta_0$  je známy južník. Tieto hodnody (7) platia v referenčnej vodorovnej rovine prechádzajúcej stredom GTS (priesečník osí V a H).

Pre hodnoty súradnicových rozdielov v S - JTSK môžeme písať

$$\Delta X_{ij}^k = d_{ij}^k \cos \delta_{ij}^k$$

$$\Delta Y_{ij}^k = d_{ij}^k \sin \delta_{ij}^k \quad (8)$$

Keďže prakticky v dôsledku neznalosti  $\zeta, \xi$ , nebudeme pre vodorovné uhly, resp. južníky uvažovať korekcie, ale použijeme  $\delta_{ij}^k = \delta_{ij}$  v zobrazovacej rovine bude

$$\Delta X_{ij}^k = d_{ij}^k \cos \delta_{ij}$$

$$\Delta Y_{ij}^k = d_{ij}^k \sin \delta_{ij} \quad (9)$$

resp. pri zohľadnení vzťahu (4b) bude platiť

$$\Delta X_{ij}^k = d_{ij}^A \lambda_{ij} \cos \delta_{ij}$$

$$\Delta Y_{ij}^k = d_{ij}^A \lambda_{ij} \sin \delta_{ij} \quad (10)$$

Zo vzťahov (10) s prihliadnutím na (7), dostávame potom pre vyjadrenie meraných hodnôt súradnicových rozdielov vo výpočtovej rovine vzťahy:

$$\Delta X_{ij}^k = \lambda_{ij} \Delta X_{ij}^m = m_{ij} \frac{R}{R + h_i} \Delta X_{ij}^m$$

$$\Delta Y_{ij}^k = \lambda_{ij} \Delta Y_{ij}^m = m_{ij} \frac{R}{R + h_i} \Delta Y_{ij}^m \quad (11)$$

Hodnoly súradnicových rozdielov  $\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}$ , platné v S - JTSK sa teda získavajú multiplikatívnou redukciou z ich meraných hodnôt  $\Delta X_{ij}^m, \Delta Y_{ij}^m$ .

### Záver

Pri zakladaní všetkých 2D geodetických štruktúr (siet'ových, polygónových), ktoré sú určené pre presnú realizáciu geodetických úloh, je bezpodmienečne potrebné previesť všetky merané veličiny na topografickom povrchu do výpočtovej roviny.

Najväčším problémom v tomto procese je prevod vodorovných uhlov, pri ktorých sa mlčky predpokladá, že štandardné odchýlky uhlov sú väčšie ako komponenty  $\zeta$ ,  $\zeta$ , a preto sa táto korekcia nerealizuje. Tento predpoklad je nereálny najmä v horskom teréne a pri presnom uhlovom meraní

Preto určenie presného geoidu, resp. kvázigeoidu pre SR je dôležité aj pri praktických geodetických prácach realizovaných pri výstavbe rozsiahlejších investičných celkov s náročným technickým riešením (Leššo. 1994, Leššo 1997).

### Literatúra

- BŮHM, J. ,et. al.: Vyšší geodézie I., II. *ČVUT Praha, 1919, 1931.*  
 LEŠŠO, I.: Signalverarbeitung mit dem PC - Computer beim Monitoringsystem für Tunneloffen DAAM 1994. *Maribor.* s. 243-244.  
 LEŠŠO, I., ŠUDÁK, M., BUDIŠ, J: Diagnostic system for sfincter pressure evaluation. *9<sup>th</sup>~International Mining Conference. Slovakia, 1997.*  
 VYKUTIL. J.: Vyšší geodézie. *GKP Praha. 1982.*  
 WEISS. G.: Spracovanie geodetických štruktúr zameraných súradnicami, *Štroffek,.Košice. 1998.*