

Presnosť chýbajúcich strán pri meraní totálnymi stanicami

Jozef Kaifer¹

Accuracy of missing lines measured by geodetic total stations

For using line elements (horizontal and slope distances, heights differences) of a missing (unaccessible) line structure their accuracy are needed. Accuracy analysis of missing horizontal distances.

In some standing geodetic general practice most effective instruments for land measurement from selects going measuring instruments they are geodetic total stations. These apparatuses thanks its universal accomplishment and special function make possible measure wide spectrum quantity and following they at its computer trough meet routines outfit calculate further parameters. GTS fit not only on different genera three – dimensional networks on much good level. Make possible straight measure oblique length D , zenit angle Z , horizontal angle ω and indirectly measure: horizontal length d , trigonometrical heights Δh , length and level elements for failure parties (missing line) and coordinate distinction, respectively position data identification dot.

From this auditorium service GTS is indeed actual investigate precision they indirectly measurement quantity. Precision straight measurement quantity (D, Z, ω) is for these instruments whenever known (statement manufacturer in shape primer standard divergence alternatively empirical standard divergence discovery employer) respectively well objective too in various conditions. Indirectly measurement parameters they are indeed from mathematical auditorium action straight measurement quantity, and so too their precision, which ours interest, myself produce following activity style and effect (transferred) their variants.

Introduction treatise toward question accuracy of measurement GTS myself orientate just on research precision indirectly measurement (according) quantity.

Key words: total stations, determination and accuracy of missing lines, survey technology analysis.

Úvod

V súčasnej geodetickej praxi najvýkonnejšími a najefektívnejšími prístrojmi pre terestrické merania z ponuky existujúcich meracích prístrojov sú geodetické totálne stanice (GTS). Tieto prístroje, vďaka svojim univerzálnym schopnostiam a špeciálnym funkciám, umožňujú merať široké spektrum veličín a na základe nich vo svojich zabudovaných počítačoch prostredníctvom vhodného programového vybavenia vypočítať ďalšie veličiny. GTS sú vhodné nielen na rôzne druhy jedno až trojrozmerných podrobných meraní, ale sú vhodné aj pre meranie lokálnych polohových alebo priestorových sietí na veľmi dobrej presnostnej úrovni. Umožňujú priamo merať: šikmú dĺžku D , zenitové uhly Z , vodorovné uhly ω a nepriamo merať (počítať): vodorovné dĺžky d , trigonometrické prevýšenia Δh , dĺžkové a výškové prvky pre chýbajúce strany (missing line) a súradnicové rozdiely, resp. súradnice určovaných bodov.

Z tohoto hľadiska použitia GTS je však užitočné preskúmať presnosť nimi nepriamo meraných veličín. Presnosť priamo meraných veličín (D , Z , ω) je pre tieto prístroje vždy známa (udaná výrobcom v podobe základných štandardných odchýlok alebo empirických štandardných odchýlok zistených používateľom), resp. dobre reálne odhadnuteľná aj v rôznych podmienkach. Nepriamo merané veličiny sú však z matematického hľadiska funkciami priamo meraných veličín, a teda aj ich presnosť, ktorá nás zaujíma, sa tvorí na základe pôsobenia pravidiel o vplyve (prenášaní) ich variancií (Bom et al., 1990; Ventcel'ová, 1973).

Predložené pojednanie k otázkam presnosti merania GTS sa orientuje práve na preskúmanie presností nepriamo meraných (počítaných) veličín.

Presnosť chýbajúcich strán

Geodetické totálne stanice na stanovišti B_i umožňujú určiť (vypočítať) medzi bodmi B_j a B_k šikmú dĺžku D_{jk} , vodorovnú dĺžku d_{jk} (v rovine kolmej na zvislicu t_i v bode B_i) a trigonometrické prevýšenie ΔV_{jk} , ak na body B_j a B_k sú zamerané dĺžky D_{ij} , D_{ik} , odpovedajúce zenitové uhly Z_{ij}^m , Z_{ik}^m a vodorovný uhol ω_i (obr. 1).

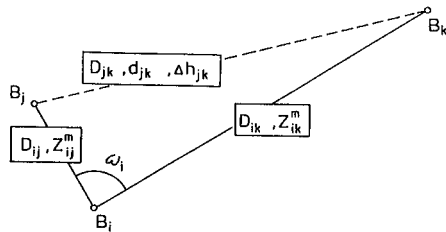
Na základe týchto priamo meraných veličín počítajú prístroje vodorovné dĺžky $d_{ij} = D_{ij} \sin Z_{ij}^m$, $d_{ik} = D_{ik} \sin Z_{ik}^m$ a v trojuholníku riešia podľa vzťahu:

$$d_{jk} = \sqrt{d_{ij}^2 + d_{ik}^2 - 2d_{ij}d_{ik} \cos \omega_i} \quad (1)$$

(alebo iného vhodného vzťahu) vodorovnú dĺžku d_{jk} medzi bodmi B_j a B_k .

¹ Ing. Jozef Kaifer, CSc. Katedra geodézie a geofyziky Fakulty BERG Technickej univerzity, 043 84 Košice, Park Komenského 19 (Recenzované, revidovaná verzia dodaná 30.3.2001)

Po výpočte $\Delta h_{ij} = D_{ij} \cos Z_{ij}^m$, $\Delta h_{ik} = D_{ik} \cos Z_{ik}^m$ môže počítať prevýšenie $\Delta h_{jk} = \Delta h_{ij} - \Delta h_{ik}$ a podľa $D_{jk} = \sqrt{d_{jk}^2 + \Delta h_{jk}^2}$ aj šikmú dĺžku medzi bodmi B_j a B_k .



$D [m]$	200	500	1000	3000
95	0,267	0,314	0,392	0,706
90	0,532	0,626	0,782	1,408
85	0,794	0,934	1,167	2,101
80	2,078	4,649	9,095	27,032

Obr.1. Situácia trigonometrického merania.
Fig.1. Trigonometric measurement scheme.

Tab.1. Hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$ pre dĺžky d_{ij} , d_{ik}Tab.1. Attributes $\sigma_{d_{jk}}$ for lengths d_{ij} , d_{ik} .

Z uvedených troch nepriamo merateľných veličín preskúmame presnosť len dĺžky d_{jk} . Táto presnosť, charakterizovaná štandardnou odchýlkou σ_d , na základe použitia zákona o pôsobení variancií vo funkciách bude

$$\sigma_d^2 = F_d \sum_{dd\omega} F_d^T, \quad \text{kde} \quad (2)$$

$$\sum_{dd\omega} = \begin{bmatrix} \sigma_{d_{ij}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{d_{ik}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\omega_i}^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

je kovariančná matica argumentov vo vzťahu (1) a

$$F_d = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_{jk}}{\partial d_{ij}}, \frac{\partial d_{jk}}{\partial d_{ik}}, \frac{\partial d_{jk}}{\partial \omega_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d_{ij} - d_{ik} \cos \omega_i}{d_{jk}}, \frac{d_{ik} - d_{ij} \cos \omega_i}{d_{jk}}, \frac{d_{ij} d_{ik} \sin \omega_i}{d_{jk}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

je matica koeficientov, podľa ktorých sa presnosť argumentov charakterizovaná maticou (3) projektuje do funkcie, t.j. do hľadanej štandardnej odchýlky $\sigma_{d_{jk}}$.

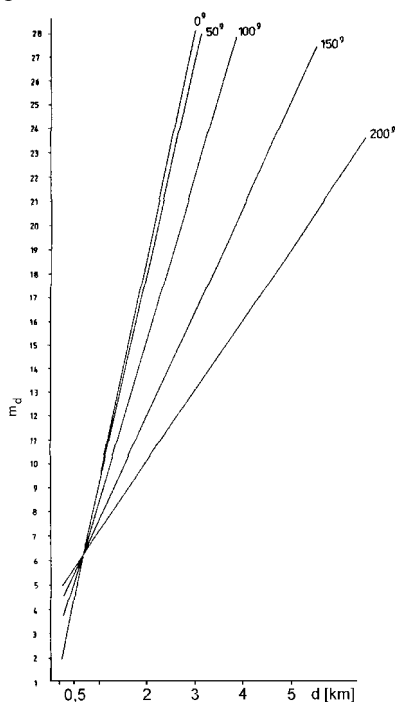
Na základe zistených $\sigma_{d_{ij}}$, $\sigma_{d_{ik}}$ a $\sigma_{\omega} = 6''$ boli pre niektoré hodnoty dĺžok d_{ij} , d_{ik} a uhlov $\omega_i \in \langle 0, 200 \rangle [^\circ]$ určené príslušné hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$, ktoré sú uvedené v tab.1 a v tab.2, resp. graficky zobrazené závislostné vzťahy medzi d_{ij} , d_{ik} , d_{jk} , ω_i a $\sigma_{d_{jk}}$ na obr.2 a na obr.3.

Tab.2. Všeobecné trojuholníkové konfigurácie medzi bodmi B_i , B_j , B_k .
Tab.2. Common triangular configurations interime points B_i , B_j , B_k .

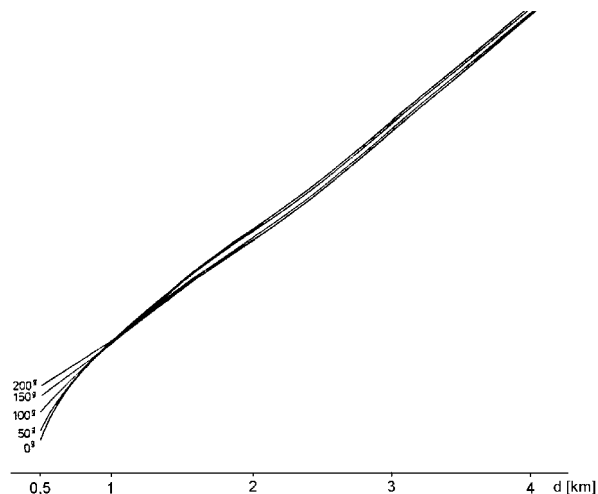
$d_1, d_2 [m]$	200		500		1000		2000		3000	
0	1,845	2,000	4,712	5,000	9,425	10,000	18,850	20,000	28,274	30,000
50	2,533	2,750	4,862	5,250	9,118	10,000	17,834	20,000	26,592	30,000
100	3,652	4,000	5,206	5,750	8,331	10,000	15,101	20,000	22,008	30,000
150	4,500	5,000	5,529	6,250	7,462	10,000	11,751	20,000	16,172	30,000
200	4,808	5,500	5,657	6,750	7,071	10,000	10,041	20,000	13,001	30,000

Tab. 1 obsahuje hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$ pre dĺžky $(d_{ij}, d_{ik}) \in \langle 0,2; 5 \rangle [km]$ v rovnostranných trojuholníkových konfiguráciách medzi bodmi B_i , B_j a B_k t.j. pre $d_{ij}=d_{ik}$ a pre hodnoty uhlov $\omega_i \in \langle 0,200 \rangle [^\circ]$. Odpovedajúce grafické vzťahy medzi $d_{ij} = d_{ik}$, ω_i a $\sigma_{d_{jk}}$ ukazuje obr.2 z ktorého o vývoji hodnôt $\sigma_{d_{jk}}$ vyplývajú poznatky:

- hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$ lineárne rastú, ak $d_{ij} = d_{ik}$ tiež rastú lineárne,
- hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$ rastú nelineárne pre každé $d_{ij} = d_{ik} > \text{cca } 0.7 \text{ km}$ (ktoré rozhranie je závislé od hodnôt σ_ω a $\sigma_{d_{ij}} = \sigma_{d_{ik}}$), ak hodnoty ω_i (v oblasti od 200° po 0°) klesajú,
- hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$ nelineárne stúpajú pre každú dĺžku ($d_{ij} = d_{ik}$) $< \text{cca } 0.7 \text{ km}$, ak uhly ω_i sa zväčšujú od 0° po 200° .



Obr.2. Závislostné vzťahy medzi d_{ij} , d_{ik} , d_{jk} , ω_i a $\sigma_{d_{jk}}$.
Fig.2. Relation terms among d_{ij} , d_{ik} , d_{jk} , ω_i & $\sigma_{d_{jk}}$.



Obr.3. Grafické zobrazenie vzájomných vzťahov d_{jk} , ω_i a $\sigma_{d_{jk}}$.
Fig.3. Graphic display of correlation d_{jk} , ω_i & $\sigma_{d_{jk}}$.

Z týchto záverov rozboru daného prípadu vyplýva, že do veľkosti dĺžok $d_{ij} = d_{ik} = \text{cca } 0.7 \text{ km}$ sú pre presné určenie dĺžok d_{ik} výhodnejšie „ostré“ konfigurácie bodov B_i , B_j a B_k , t.j. trojuholníky s malými uhlami ω_i a pre $d_{ij} = d_{ik} > 0.7 \text{ km}$ „tupé“ konfigurácie, t.j. trojuholníky s veľkými uhlami ω_i .

Tab.2 obsahuje hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$, keď pre d_{ij} sa použila konštantná hodnota 0.5 km a pre ostatné veličiny $d_{ik} \in <0.5; 5> [\text{km}]$ a $\omega_i \in <0,200> [^\circ]$, t.j. všeobecné trojuholníkové konfigurácie medzi bodmi B_i , B_j a B_k . Odpovedajúce grafické zobrazenie vzájomných vzťahov d_{jk} , ω_i a $\sigma_{d_{jk}}$ ukazuje obr.3, kde pre presnosť určenia dĺžok d_{jk} môžeme nájsť tieto skutočnosti:

- hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$ sa zvyšujú pri zväčšovaní dĺžok d_{ik} a od určitej jej hodnoty (na obr.3 $d_{ik0} = \text{cca } 1 \text{ km}$, ktorá závisí od hodnôt d_{ik} , σ_ω , σ_D a $\sigma_{d_{ij}}$, resp. $\sigma_{d_{ik}}$) tento rast je lineárny,
- hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$ nepatrne rastú (v rozpätí cca 0.2 mm) pre stúpajúce hodnoty $\omega_i \in <0,200> [^\circ]$ v celom rozsahu $d_{ik} > d_{ik0}$,
- hodnoty $\sigma_{d_{jk}}$ sa nelineárne zväčšujú pri raste d_{ik} v oblasti $d_{ik} < \text{cca } 1 \text{ km}$ a súčasne pri raste ω_i .

Záver

Z poznatkov vyplývajúcich z oboch rozborov rezultuje záver, že v nerovnostranných trojuholníkových konfiguráciách, ak jedna určujúca dĺžka napr. d_{ij} je cca dvojnásobkom alebo väčším násobkom druhej určujúcej dĺžky d_{ik} , presnosť $\sigma_{d_{jk}}$ určenia d_{jk} závisí prakticky len od hodnôt d_{ik} a zanedbateľne závisí od veľkosti ω . Pri týchto konfiguráciách bodov B_i , B_j a B_k je vývoj $\sigma_{d_{jk}}$ priaznivejší ako pri konfiguráciách rovnostranných trojuholníkov.

Literatúra

- BOM, J., RADOUCH, V., HAMPACHER, M.: Teorie chyb a vyrovnávací počet. In: GKP Praha Technické materiály a informácie o GTS: Leica, Zeiss, Topcon, Sokkia, 1990.
VENTCELOVÁ, J.S.: Teória pravdepodobnosti. Alfa - SNTL, Bratislava – Praha, 1973.