

Experimentálne určenie niektorých parametrov dopravných pásov

Daniela Marasová¹

Experimental determination of some parameters of the conveyor belts

At present one of the most spread methods able to solve non-linear problems of the mechanics is the finite-element method. When solving problems of hyperelasticity by the finite-element method (FEM) for introducing the input materials' constants of the body investigated, the thought-out Mooney-Rivlin's theory is used. It is the method describing the behaviour of hyper-elastic materials with large elastic (reversible) deformations. For the description of behaviour of the hyperelastic materials, can be used also the development from more members, comprising 5 or 9 materials' constants. The problem with the determining the hyperelastic materials' characteristics is one of the most important factors affecting the accuracy of the calculation result. The material's constants A and B are determined experimentally from the practical tests, e.g. tensile, compressive or other and have to meet certain conditions. The paper shows the possibility how to determine these materials' characteristics and their verification by the mathematical model ANSYS.

Key words: conveyor belt, stress - strain state, resistance against puncture, mathematical modelling

Úvod

V súčasnej dobe je jednou z najrozšírenejších metód schopných riešiť nelineárne problémy mechaniky, metóda konečných prvkov (Champion, 1998, Kollár, 1997). Pri riešení úloh hyperelasticity metódou konečných prvkov využívame pre zadanie vstupných materiálových konštánt skúmaného telesa (v súčasnej dobe najviac prepracovanú) Mooney-Rivlinovu teóriu. Metóda popisuje chovanie hyperelastických materiálov, ktoré vykazujú veľké elastické (vratné) deformácie. Takýmto materiálom sú aj gumové krycie vrstvy dopravného pásu (Bittár, 1992, Dostál, 1990).

Aplikácia Mooney-Rivlinovho modelu

Konkrétna aplikácia Mooney-Rivlinovho materiálového modelu bola vykonaná pre dopravný pás P 2000/4. Úlohou bolo určiť materiálové charakteristiky tohto dopravného pásu z laboratórnych meraní a overiť ich modelovaním metódou konečných prvkov. Bolo urobených niekoľko druhov experimentálnych skúšok v laboratórnych podmienkach ako pre ochrannú vrstvu, tak aj pre celý dopravný pás. Vždy však išlo o jednoosové tlakové, resp. ťahové namáhanie testovanej vzorky (Štroffek a kol., 1999).

Doteraz boli vykonané tieto skúšky (Marasová, Gondek, Noga, 1999):

- 1) ťahová skúška na trhacom stroji,
- 2) tlaková skúška na metalurgickom stroji typu Gleeble 1500,
- 3) tlaková a ťahová skúška na skúšobnom stroji INSTRON 5544 (Instron Limited).

Ťahová skúška na trhacom stroji

Vlastné meranie prebieha tak, že sa na skúšobné teleso v úzkej časti nanesú dve značky kolmo k jeho pozdĺžnej osi, ktorá vymedzuje meranú dĺžku l_0 pracovnej časti. Po upnutí skúšobného telesa do trhacieho stroja (obr.1) sa začína vlastná skúška. Skúšobná vzorka je zaťažovaná jednoosovým ťahom v rozsahu 0 až 10 kN s krokom 200 N, resp. 250 N, pričom sa zaznamenáva pomerné predĺženie pri každom zvýšení zaťaženia.

Z týchto nameraných hodnôt je možné vyniesť grafické závislosti (sila F - predĺženie Δl) a (napätie σ - deformácia ε). Pre určenie hľadaných konštánt A a B je potrebné určiť hodnoty $\lambda_1 = 1 + \varepsilon_1$ a pre každý bod vypočítať ľavú stranu rovnice. Vynesenými bodmi prekladáme priamku (viď graf 1), pričom jeho smernica je hľadaná konštanta A a úsek vytýčený na zvislej osi je konštanta B pre Mooney-Rivlinovu teóriu.

Uvádžam konkrétny výpočet jedného bodu grafickej závislosti znázornenej v grafe 1 (hustota deformačnej energie hyperelastických materiálov po dosadení tenzora deformácie) je teda riešením vzťahu (1):

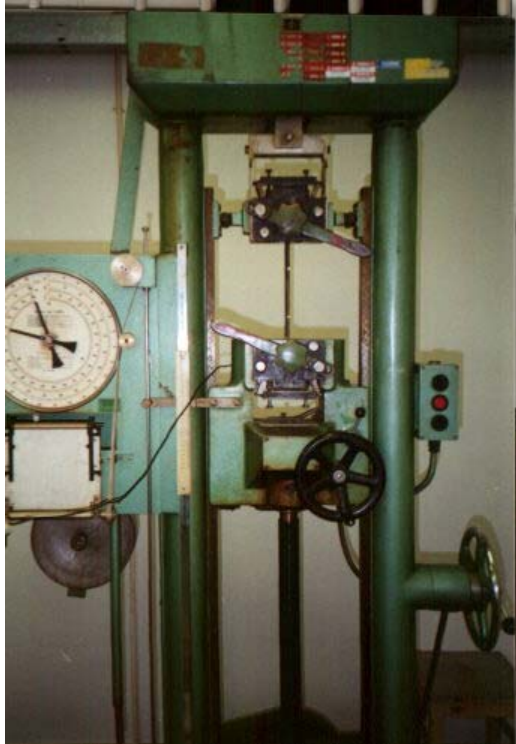
¹ Doc. Ing. Daniela Marasová, CSc., Katedra logistiky a výrobných systémov F BERG Technickej univerzity, 043 84 Košice, Park Komenského 14
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 31.10.2001)

$$\frac{\sigma_1}{2\left(1 - \frac{1}{\lambda_1^3}\right)} = A\lambda_1 + B \quad (1)$$

kde: A a B sú hľadané materiálové konštanty nazývané ako Mooney alebo taktiež Mooney- Rivlinové konštanty [-],

λ_1 - hlavný deformačný pomer [-],

σ_1 - napätie vznikajúce vo vzorke [MPa].



Obr.1. Experimentálna skúška na trhacom stroji.
Fig.1. The experimental test on testing machine.

Tab.1. Hodnoty pre jeden bod grafickej závislosti deformácia –zaťaženie.
Tab.1. The value for one point of the graphical dependance deformation-load.

F_1 [kN]	L_1 [mm]	Δl_1 [mm]	ε_1 [-]	σ_1 [MPa]	λ_1 [-]	$\sigma_1/2(1-\lambda_1^{-3})$ [MPa]
1,00	101,20	0,95	0,00948	2,39	1,0095	42,87583871

Legenda: F_1 – zaťažujúca sila pre vzorku dopravného pásu, L_1 - dĺžka vzorky, Δl_1 - predĺženie vzorky, ε_1 - predĺženie vzorky

Legend: F_1 – loading force for testing body of conveyor belt, L_1 – lenght of testing body, Δl_1 – deformation of sample, ε_1 –deformation of material

Výpočet:

$$l_1 = l_1 - l_0 = 101,2 - 100,25 = 0,95 \text{ mm,}$$

$$\varepsilon_1 = \Delta l_1 / l_0 = 0,95 / 100,25 = 0,00948,$$

$$\sigma_1 = F_1 \cdot 1000 / 22.19 = 2,39 \text{ MPa,}$$

$$\lambda_1 = \varepsilon_1 + 1 = 0,00948 + 1 = 1,0095,$$

$$\sigma_1/[2(1-\lambda_1^{-3})] = 2,39 / [2(1 - 1,0095^{-3})] = 42,87 \text{ MPa.}$$

Je zrejmé, že určenie konštánt A a B je závislé na spôsobe preloženia priamky a na presnosti odčítania nameraných hodnôt pri vlastnom meraní. Vlastné meranie bolo vykonané na dvoch vzorkách dopravného pásu (Marasová, Gondek, Noga, 1999):

- pre vzorku č.1 boli z nameraných hodnôt určené materiálové charakteristiky: $A=15\text{MPa}$, $B=31\text{MPa}$ (tabuľka 2),

- pre vzorku č.2 boli z nameraných hodnôt určené materiálové charakteristiky: $A=5MPa$, $B=40MPa$ (tabuľka 3).

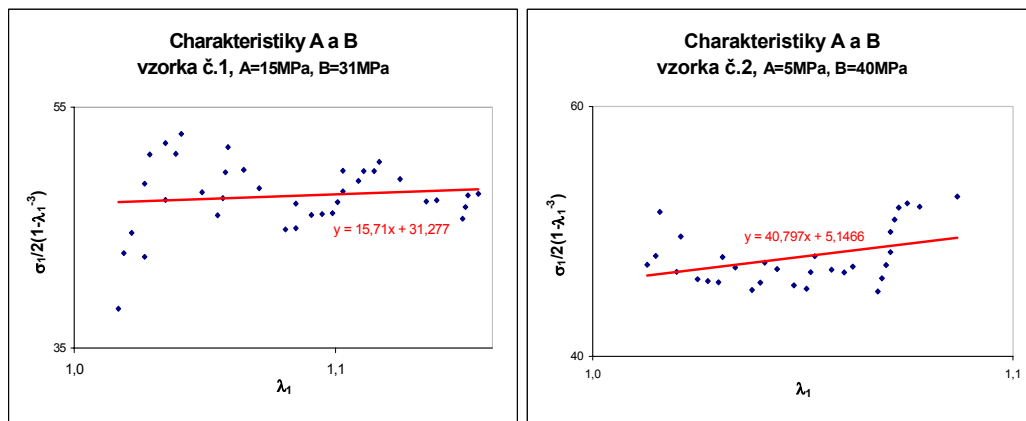
Tab.2. Hodnoty predĺženia vzorky č.1, $A=15MPa$, $B=31MPa$.
Tab.2. Yield values of the sample No 1, $A=15MPa$, $B=31MPa$.

F_1 [kN]	Δl_1 [mm] nameraná hodnota	Δl_1 [mm] vypočítaná hodnota	Odchýlka [%]
3,00	2,75	3,24	+18
5,00	4,75	5,81	+22
8,00	7,75	9,37	+21

Tab.3. Hodnoty predĺženia vzorky č.2, $A=5MPa$, $B=40MPa$.
Tab.3. Yield values of the sample No 2, $A=5MPa$, $B=40MPa$.

F_2 [kN]	Δl_2 [mm] nameraná hodnota	Δl_2 [mm] vypočítaná hodnota	Odchýlka [%]
3,00	2,75	3,18	+15
5,00	4,75	5,88	+23
8,00	7,75	8,91	+15

Pre overenie týchto konštánt bola vyššie uvedená tlaková skúška simulovaná metódou konečných prvkov v programe ANSYS 5.5 pre vzorky č.1 a č.2. Hodnoty predĺženia testovaných vzoriek vychádzajú približne o 20% väčšie v porovnaní so skutočnosťou (tabuľka 2 a tabuľka 3). Znamená to teda, že charakteristiky určené z meraní sú menšie, než v skutočnosti. Táto odchýlka bola pravdepodobne spôsobná chybou aproximácie preloženej priamky a diskretizáciou modelu.



Graf 1. Materiálové charakteristiky A a B.
Graph 1. Materials' characteristics A and B.

Spresnením materiálových charakteristík dopravného pásu, ktoré vstupujú do výpočtu metódou konečných prvkov sa zistilo, že vyššie uvedenému pásu odpovedajú materiálové konštanty: $A = 5 MPa$, $B = 50 MPa$, ktoré sa od nameraných charakteristík odlišujú len do 2% (tabuľka 4).

Tab.4. Hodnoty predĺženia vzorky DP po korekcii materiálových charakteristík, $A=5MPa$, $B=50MPa$.
Tab.4. Yield values of the sample for correction of material characteristics, $A=5MPa$, $B=50MPa$.

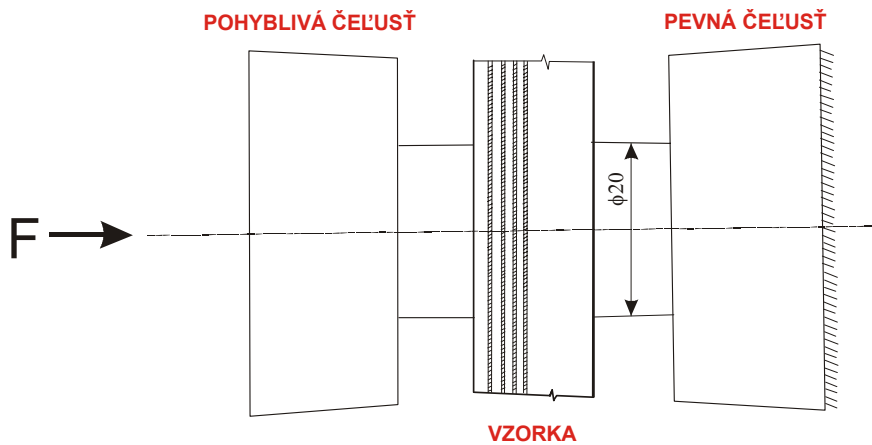
F [kN]	Δl_n [mm] nameraná hodnota	Δl_n [mm] vypočítaná hodnota	Odchýlka [%]
3,00	2,75	2,73	-0,73
5,00	4,75	4,73	-0,42
8,00	7,75	7,86	1,42

Tlaková skúška na metalurgickom stroji Gleeble 1500

Ako testovacie laboratórne zariadenie bol použitý dynamický tepelno-mechanický metalurgický stroj typu Gleeble 1500 americkej výroby Duffers scientific, Inc. Vlastná skúška spočíva v tom, že dochádza k postupnému stláčaniu vzorky na dopredu stanovenú hodnotu o známej rýchlosti deformácie. Výstupný súbor výsledkov potom obsahuje hodnoty pôsobiacej sily, hodnoty posunutia čelustí v časovej závislosti, a to v smere pozdĺžnom. Pri použití zvláštneho snímača posunutia, môže výstupný súbor tiež obsahovať hodnoty posunutia i v smere priečnom (Marasová, Gondek, Noga, 1999).

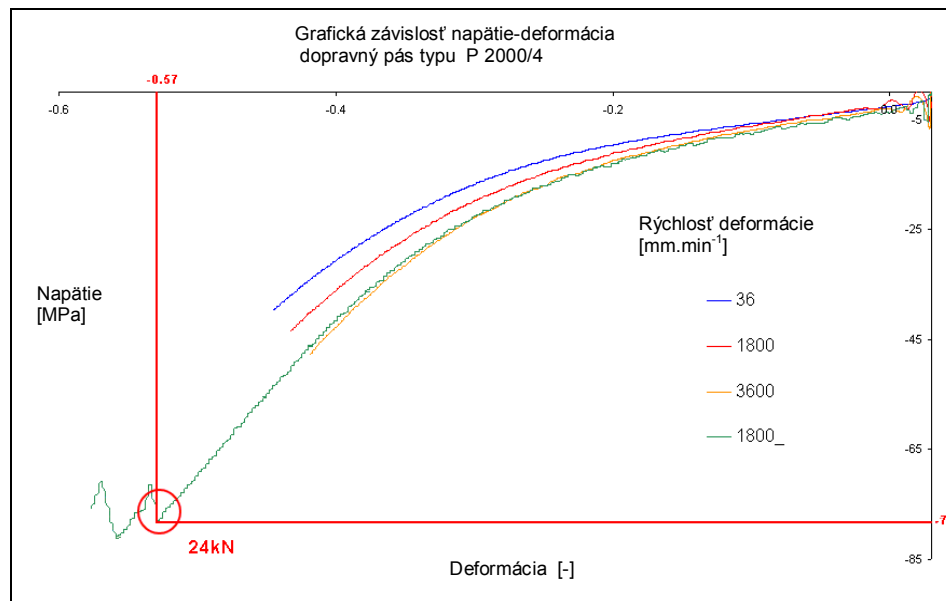
Na testovacom stroji bolo vykonaných niekoľko typov meraní: získanie materiálových charakteristík krycej vrstvy dopravného pásu, získanie materiálových charakteristík dopravného pásu ako celku, určenie sily potrebnej k trvalému porušeniu dopravného pásu, resp. jeho kostry. Pre všetky zmienené testy boli použité čeľuste s kruhovým prierezom s najväčším možným priemerom $D = 20 \text{ mm}$. Skúšobné telesá boli vyhotovené z rovnakého typu dopravného pásu ako v predchádzajúcom experimente. Boli vyseknuté v pozdĺžnom smere z dopravného pásu typu P2000/4. Meranie bolo vykonané tak, že po nastavení maximálne pôsobiacej sily, maximálnej hodnoty stlačenia a rýchlosti deformácie bola vykonaná vlastná skúška, pričom medzi čeľustami bola zasunutá testovacia vzorka dopravného pásu a skúšobné zariadenie bolo uvedené do chodu, *vid' obr. 2*.

Pre získanie grafickej závislosti *napätie – deformácia* dopravného pásu typu P2000/4 bolo vykonaných niekoľko skúšok pre rôzne rýchlosti deformácie (*vid' graf 2*). Postupným zvyšovaním pôsobiacej sily došlo **k trvalému porušeniu dopravného pásu**, resp. jeho kostry, a tým i k získaniu požadovanej hodnoty maximálne pôsobiacej sily (konkrétne 24 kN).



Obr.2. Dopravný pás počas merania na stroji Gleeble 1500.
Fig.2. The testing sample on the testing machine Gleebe 1500.

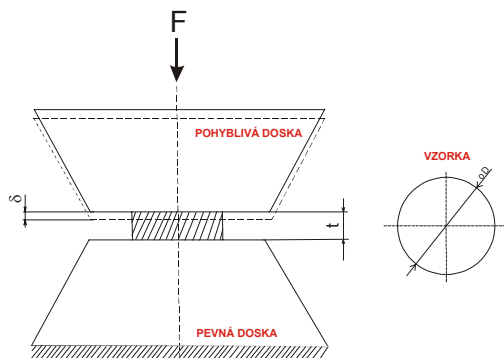
Po ukončení meraní na dopravnom páse typu P2000/4 boli vykonané merania len na samotnej krycej vrstve, ktorá bola odseparovaná od kostry dopravného pásu a vybrúsená na oboch stranách vzorky (frézovaním) tak, aby bol získaný hladký povrch na oboch stranách. Získané materiálové charakteristiky pre kryciu vrstvu dopravného pásu boli odčítané z *grafu 2*. Všetky zmienené charakteristiky boli získané pre vytvorenie Mooney-Rivlinovho materiálového modelu.



Graf 2. Namerané charakteristiky DP (grafická závislosť napätie - deformácia).
Graph 2. Measured characteristics of belt conveyor (graphical dependence stress-deformation).

Tlaková a ťahová skúška na skúšobnom stroji INSTRON 5544 (Instron Limited)

Tlaková a ťahová skúška bola vykonaná na laboratórnom trhacom stroji **INSTRON 5544** (výrobca - *Instron Limited* (obr. 3), ktorý je určený na meranie širokého spektra materiálu so zaťažením maximálne do 2000 N a s rýchlosťou deformácie do $1000\text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$. Boli vykonané dva druhy meraní, tlakový a ťahový test v smere jednej osi pre kryciu vrstvu dopravného pásu. Pri oboch meraniach sa menila rýchlosť deformácie.

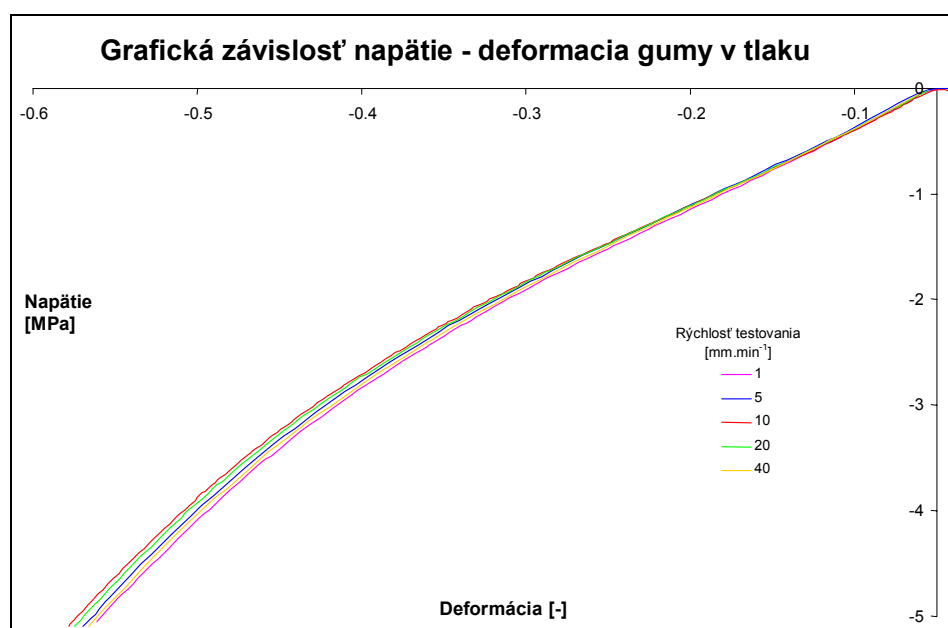


Obr.3. Tlaková skúška krycej vrstvy na stroji INSTRON5544.
Fig.3. Pressure test of cover on the machine INSTRON 5544.

Tlakový test

Gumový disk z hornej krycej vrstvy dopravného pásu bol stláčaný medzi dvoma pevnými oceľovými doskami, ktoré boli pripevnené k laboratórnemu stroju (obr. 3). Skúšobné telesá (vzorky hornej krycej vrstvy dopravného pásu) boli odseparované (odrezané) od kostry dopravného pásu, vybrúsené po oboch stranách (frézovaním) za účelom získania hladkého povrchu. Šírka vzoriek bola $t=5,4\text{ mm}$, priemer $D=20\text{ mm}$, maximálne posunutie čelustí $\delta=2,5\text{ mm}$, čo zodpovedalo deformácii $\varepsilon=0,5$ (max. deformácia). Získané súbory výsledkov meraní obsahovali hodnoty posunutia v mm a sily v kN pre rôzne hodnoty rýchlosti merania. Vlastné meranie bolo vykonané pri troch rôznych rýchlostiach: $1, 10$ a $40\text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Získané hodnoty merania boli spracované graficky, ako závislosť napätia a deformácie, graf 3. Hodnoty deformácie v tlaku v smere jednej osi boli určené ako $\Delta x/x_0$, kde Δx je posunutie a x_0 vzdialenosť medzi doskami na začiatku merania. Napätie je vyjadrené pomocou sily ako: $F/\pi\cdot D^2\cdot 0,25$, kde F je sila a D je priemer.



Graf 3. Namerané charakteristiky krycej vrstvy, vzťah napätie- deformácia.
Graph 3. Measured characteristics of cover, interrelationship stress-deformation.

Ťahový test

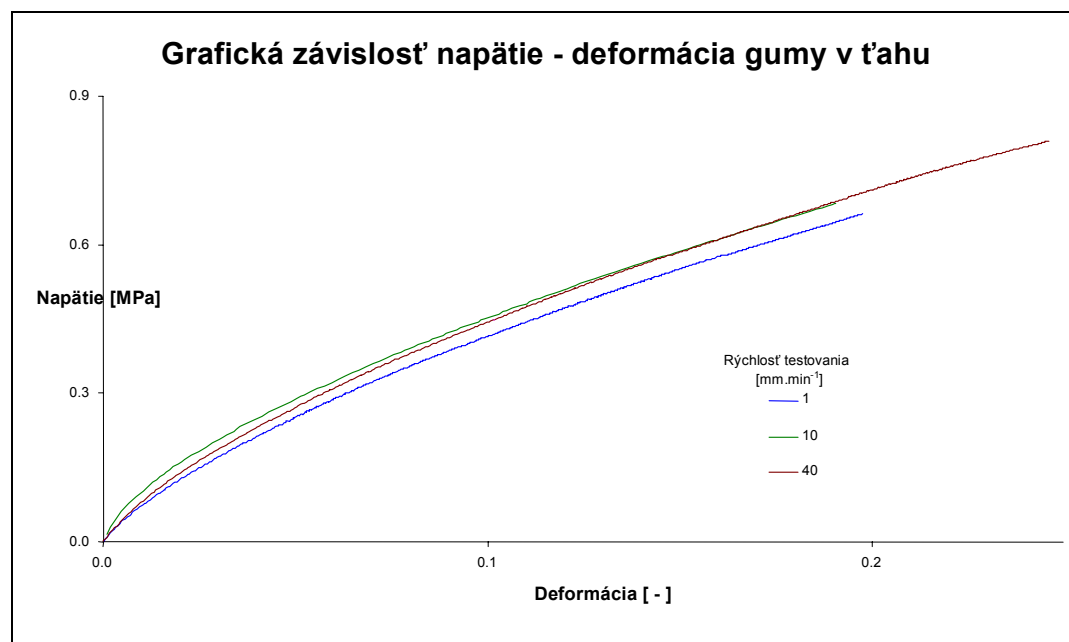
Meranie bolo uskutočnené pre dva typy vzoriek, ktoré boli vyseknuté z dopravného pásu ako v pozdĺžnom, tak i v priečnom smere, a to v plnej hrúbke. Potom bola krycia vrstva odseparovaná (odrezaná) od kostry dopravného pásu a jej povrch bol vybrúsený tak, aby sme získali rovnakú drsnosť povrchu po oboch stranách vzorky.

Skúšobná vzorka bola potom upnutá do upínacích svoriek ťhacieho skúšobného zariadenia. Vzďialenosť upínacích svoriek bola 300 mm, šírka vzorky 50 mm. Pozdĺž osi skúšobnej vzorky boli upevnené vo vzdialenosti 100 mm dva snímače priet'ahomeru. Na záznamovom zariadení bola nastavená nulová hodnota predĺženia, maximálna hodnota predĺženia

$\Delta l = 20 \text{ mm}$ a rýchlosť ťahovej sily. Vlastné meranie prebehlo pri troch rôznych rýchlostiach: 1, 10 a 40 $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$. Získané hodnoty meraní boli spracované do grafických závislostí (napätia – deformácie, graf 4). Pre výpočet hodnôt napätia a deformácie boli použité rovnaké vzťahy ako pri tlakovom teste (ŠTROFFEK, E. a kol., 1999).

Overenie výsledkov laboratórnych meraní matematickým modelovaním

Pre overenie vyššie uvedených materiálových charakteristík dopravného pásu P2000/4, resp. ochranej vrstvy boli vykonané simulácie metódou konečných prvkov, vytvorením matematických modelov, v ktorých boli použité rovnaké parametre ako pri vlastných meraniach. Potom boli porovnané hodnoty experimentálneho merania stlačenia, resp. predĺženia testovaných vzoriek s výsledkami z matematických modelov.



Graf 4. Namerané charakteristiky ochranej vrstvy napätia – deformácie.

Graph 4. Measured characteristics of cover stress-deformation.

Najprv bolo však nutné zo získaných materiálových charakteristík určiť *Mooney – Rivlinove konštanty*, ktoré popisujú fyzikálne výsledky z testovaných vzoriek. Je zrejmé, že určenie hľadaných konštánt je závislé na spôsobe preloženia priamky a na presnosti vlastného merania. Preto bola využitá funkcia príkaz *MOONEY* v programe *ANSYS*, ktorý automaticky počíta *Mooney-Rivlinove konštanty* na základe vstupných hodnôt z experimentálneho merania. Vstupné hodnoty boli do tohto makra zadávané vo formáte jedno-rozmerných polí (jednoosové testy).

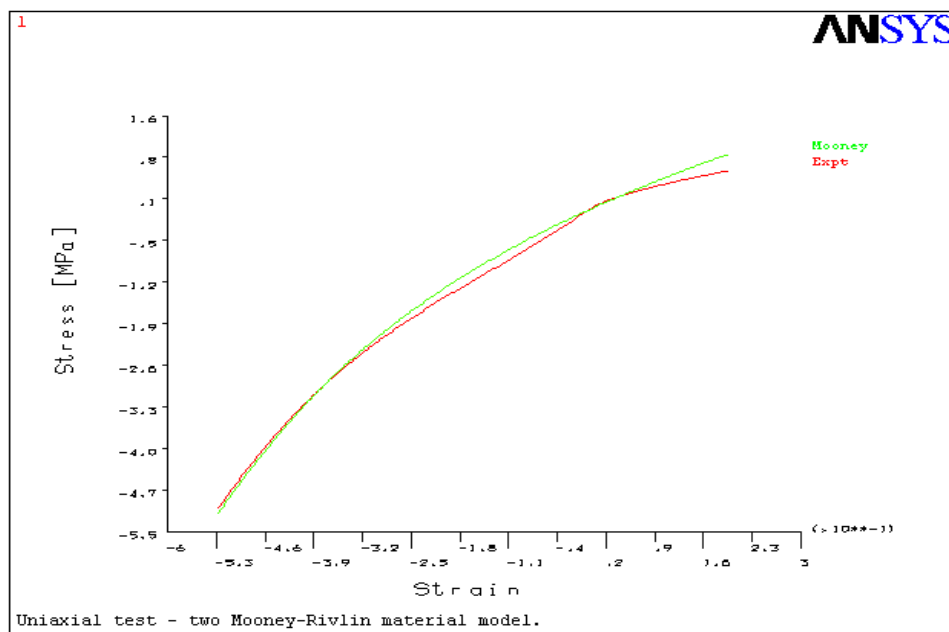
Príkaz *MOONEY* dovoľuje určiť *dve, päť* alebo *deväť Mooney-Rivlinových konštánt* v závislosti na počte inflexných bodov napätovo – deformačnej krivky a najlepšej "priľnavosti" novej krivky. Vzhľadom na to, že namerané napätovo – deformačné krivky neobsahovali žiadne inflexné body, počet konštánt bol nastavený na hodnotu dve. Týmto boli získané hľadané konštanty popisujúce správanie ako dopravného pásu, tak aj krycej vrstvy dopravného pásu.

Rozdiel medzi aproximovanou a experimentálne určenou závislosťou krycej vrstvy je 1,8% čo možno považovať za uspokojivé (graf 5). Pre názornosť uvádzam porovnanie nameraných hodnôt s vypočítanými hodnotami pre rýchlosť merania 5 $\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$ (tabuľka 5), (Marasová, Gondek, Noga, 1999).

Tab.5. Namerané a vypočítané hodnoty sily.
 Tab.5. Measured and calculated value of force.

Posunutie [mm]	Nameraná sila [kN]	Vypočítaná sila [kN]	Rozdiel [%]
2	0,21317	0,206	-3,44
3	0,65801	0,632	-3,89

Pre overenie takto vypočítaných koeficientov bol vytvorený matematický model (2D a 3D). Problém bol riešený použitím 2D hyper-elastic solid elementu (HYPER56) a 3D hyper-elastic solid elementu (HYPER86). Obidva tieto prvky dovoľujú veľké deformácie a napätia. Elementy sú definované ôsmymi uzlami, ktoré majú tri stupne voľnosti v každom uzlovom bode. Je to *nelineárna úloha*, ktorú je možné riešiť úplnou *Newton-Raphson* metódou a aktualizáciou matice tuhosti v každom kroku. Pri modelovaní skúšobných vzoriek krycej vrstvy dopravného pásu boli aplikované presné rozmery, ktoré zodpovedali skutočnosti.



Graf 5. Napätovo - deformačné závislosti krycej vrstvy dopravného pásu.
 Graph 5. Stress-strain dependence for the cover of conveyor belt.

Tento článok popisuje čiastkové výsledky riešenia grantového projektu č.1/8074/0199- Projektovanie a simulácia ekologických dopravných systémov a prvkov dopravných zariadení.

Literatúra

- ANSYS Users Meeting, Česká republika a Slovensko, 1996.
 BITTNER, Z a kol.: Numerické metody mechaniky. Praha 1992, Vydatelství ČVUT.str. 261
 DOSTÁL, Z. a kol.: Numerické metody a matematické modelování pro výpočet napěťo-deformačního stavu v horském masívu. Závěrečná zpráva etapy SPZV, Hornický ústav ČSAV, Ostava, 1990
 CHAMPION, R. Edward a kol.: Finite Element Analysis in Manufacturing Engineering. McGraw-Hill,Inc. 1998.
 KOLÁŘ, V. a kol.: FEM. Principy a praxe metody konečných prvků. Computer Press, Praha 1997.
 MARASOVÁ, D., GONDEK, H., NOGA, L.: Określenie trwalosci taśm przenośnikowych za pomoca modelowania matematycznego. Poland, VII. Konferencja naukowo - techniczna ,TEMAG'99, 1999.
 ŠTROFFEK, E. a kol.: Overenie výsledkov dvojrozmerného a trojrozmerného matematického modelovania odolnosti dopravných pásov proti prierazu na laboratórnom stande. Výskumná správa, Katedra logistiky a výrobných systémov Fakulty BERG TU Košice, 1999.