

## Vyjadřování nejistot měření při kalibracích

Lenka Línková<sup>1</sup>

### *The determination of measurement uncertainties for calibrations*

*The paper describes some metrology problems and their applications in surveying. A result of the calibration an instrument or measuring tool should include also a value of uncertainty of the measurement. This term has been used in metrology only for several years so that the author gives a consideration to the philosophy of uncertainties and general principles of their determination. A practical example of uncertainty of the measurement calculation for the calibration of levelling rods for the precise levelling is also given.*

**Key words:** Calibration, uncertainty of measurement, laser interferometry, levelling rod.

### Úvod

Tento příspěvek obsahuje část výsledků disertační práce autorky s názvem „Výzkum přesnosti kalibrace při laserové interferometrii v návaznosti na normy ISO“, která byla obhájena v roce 2003 na ČVUT v Praze. Disertační práce pojednává o problematice kalibrací nivelačních latí pro přesnou nivelaci délky 1,8 m a hodnocení její přesnosti. V jejím rámci byl na základě teoretických rozborů vlivů při měření metodou laserové interferometrie, statistických testů, zkoušek částí interferometru a schopností operátorů zvolen pracovní postup kalibrace nivelačních latí, jejíž výsledkem je průměrná délka laťového metru a tzv. nejistota měření, která je v současné době velice důležitým parametrem. Tento termín se v metrologii objevil teprve nedávno (v 90. letech 20. století) a v geodézii není ještě příliš znám, ačkoliv se s ním geodeti setkávají na kalibračních listech svých přístrojů a pomůcek. Proto je filosofii nejistot, obecným principům jejich určování a výpočtu nejistoty měření při kalibracích nivelačních latí věnován i tento příspěvek.

Nejistotami měření se v současné době zabývají všichni, jejichž činnost se nějakým způsobem dotýká metrologie. Díky jednotnému přístupu ke stanovení nejistot (který je dán mezinárodními předpisy zmíněnými níže) se nejistoty ve stále širší míře používají jako univerzální měřítko umožňující porovnání schopností různých laboratoří zabývajících se stejným měřením. Kromě toho může nejistota měření také pomoci zákazníkovi kalibračních laboratoří ve výběru laboratoře a v interpretaci dosažených výsledků kalibrace. Zřejmě nejdůležitějším důvodem pro širší zájem o nejistoty měření je jejich souvislost s akreditačním procesem laboratoří, který je prováděn na základě kritérií a pravidel obsažených v normách a dokumentech týkajících se akreditace. Norma ČSN EN ISO/IEC 17 025, podle které je prováděna akreditace kalibračních laboratoří v ČR vyžaduje, aby tyto laboratoře uváděly kvantitativní výsledky měření včetně stanovených nejistot.

Měření je definováno jako soubor činností, jejichž cílem je stanovení hodnoty určité veličiny (ČSN 01 0115, 1996). Přitom se používají různé metody a měření se provádí pomocí měřicích přístrojů, které obsluhuje operátor. Každé měření probíhá po určitou dobu v konkrétním prostředí, ve kterém může být měřená veličina ovlivňována jinými veličinami. Všechny tyto okolnosti se podílejí na celkové nejistotě výsledku měření.

Nejistota měření je parametr přidružený k výsledku měření, který charakterizuje rozptyl hodnot, které by mohly být důvodně přisuzovány k měřené veličině (ČSN 01 0115, 1996). Vyjadřování nejistot měření je výsledkem nového přístupu k hodnocení přesnosti měření, který je rozpracován v „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement“ vydaném v roce 1992 a známém pod zkratkou GUM. Tento zásadní materiál obecně definuje jednotný postup při stanovení nejistot ve všech oborech měření a navazují na něj mnohé další předpisy. Mezi nimi je i v České republice platná metodika popsaná v TPM 0051-93 „Stanovenie neistôt pri meraniach“, GUM byl rovněž podkladem k novelizaci dokumentu EA-4/02 „Vyjadřování nejistot měření při kalibracích“, kterým se řídí vyjadřování nejistot v akreditovaných laboratořích ve státech EA.

### Obecné principy určování nejistot měření

Základní charakteristikou nejistoty je standardní nejistota  $u$  vyjádřená hodnotou směrodatné odchylky, která vymezuje rozsah hodnot  $\langle -u; +u \rangle$  kolem výsledku měření, o němž se tvrdí, že se v něm s danou pravděpodobností nachází skutečná hodnota měřené veličiny. Standardní nejistoty se podle způsobu vyhodnocení dělí na standardní nejistoty typu A (značí se  $u_A$ ) a standardní nejistoty typu B (značí se  $u_B$ ).

<sup>1</sup> Ing. Lenka Línková, PhD., Katedra speciální geodézie, Fakulta stavební, České vysoké učení technické v Praze, Tháruková 7, Praha 6, 160 00

(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 11. 4. 2005 )

Standardní nejistoty typu A jsou způsobeny náhodnými vlivy a získávají se z opakovaných měření dané veličiny za stejných podmínek nebo statistickou analýzou série naměřených hodnot. Standardní nejistoty typu B jsou způsobovány známými a odhadnutelnými příčinami jejich vzniku a postup pro jejich stanovení není přímo specifikován. Standardní nejistoty typu B pocházejí z různých zdrojů a pro určitý druh měření se slučují do celkové nejistoty typu B. Hodnoty standardní nejistoty typu A do jisté míry závisí na počtu opakování měření, zatímco hodnoty standardní nejistoty typu B na počtu opakování nezávisí. Důvodem pro rozdělení nejistoty na typ A a B je pouze naznačení dvou různých způsobů odhadů jednotlivých složek nejistoty měření. Základem pro určování obou typů nejistot je statistický přístup, při kterém se předpokládá určité rozdělení pravděpodobnosti. Z nejistot typu A i B je počítána kombinovaná standardní nejistota  $u$  podle vztahu

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} . \quad (1)$$

Často je požadováno, aby interval kolem naměřené hodnoty, v němž lze očekávat správnou hodnotu, tuto pokrýl s větší pravděpodobností než interval  $\langle -u, +u \rangle$  (pro normální rozdělení pravděpodobnost 68 %). Proto byla zavedena rozšířená nejistota  $U$

$$U = k_U \cdot u , \quad (2)$$

kde  $k_U$  je koeficient rozšíření nebo pokrytí.

Používané hodnoty  $k_U$  se pohybují od 2 do 3, ve většině případů je doporučováno volit  $k_U = 2$ . Tehdy interval  $\langle -U; +U \rangle$  pokrývá správnou hodnotu pro normální rozdělení s pravděpodobností přibližně 95 %.

Postup stanovení jednotlivých nejistot závisí na modelu měření. Modelem měření se rozumí vztah mezi vstupními a výstupními veličinami daného měření. V modelu měření je zahrnut nejen princip a metoda měření, ale i vliv okolního prostředí na měření. Mezi vstupní veličiny patří přímo měřené veličiny, dále tzv. ovlivňující veličiny (tj. veličiny působící na výsledek měření - ČSN 01 0115, 1996), ale i fyzikální konstanty nebo jiné veličiny potřebné pro stanovení výsledku. Výstupní veličiny jsou veličiny, jejichž hodnoty tvoří požadovaný výsledek měření.

Při přímém měření se standardní nejistota typu A stanoví z  $n$  opakovaných měření stejné veličiny a je rovna výběrové směrodatné odchylce průměru

$$u_{Ax} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} , \quad (3)$$

$$\text{kde} \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} . \quad (4)$$

Touto nejistotou je provedeno statistické vyhodnocení opakovatelnosti měření a při výpočtu lze použít i jinou metodiku. Standardní nejistota typu A může být určena rovněž kvalifikovaným odhadem na základě zkušenosti. V některých případech může být tato nejistota ve srovnání s nejistotou typu B nevýznamná a její výpočet je možno vynechat.

Před zahájením výpočtu nejistoty typu B je třeba provést analýzu měření (definovat model měření), při které jsou identifikovány všechny související veličiny a vyhodnoceny jejich vlivy na měření. Zda budou všechny tyto vlivy zavedeny do výpočtu nejistoty typu B závisí na relativní hodnotě jednotlivých složek vůči největší z nich. Zdrojem nejistot při měření jsou obvykle použité měřicí přístroje, metoda měření, podmínky měření, konstanty a vztahy použité při vyhodnocení. Standardní nejistoty typu B každého zdroje se převezmou buď z hodnot nejistot uvedených v technické dokumentaci (údaje výrobce použitých přístrojů, kalibrační listy apod.) nebo se provede jejich odhad. Základní metoda odhadu standardní nejistoty typu B ze zdroje  $Z_i$  spočívá v odhadu rozsahu změn (tj. odchylek  $\pm z_{imax}$  od nominální hodnoty příslušné veličiny), jejichž překročení je málo pravděpodobné. Posoudí se nejvhodnější rozdělení pravděpodobnosti odchylek v intervalu  $\pm z_{imax}$  a standardní nejistota typu B ze zdroje  $Z_i$  se určí ze vztahu

$$u_{B_{Z_i}} = \frac{z_{i \max}}{\chi} , \quad (5)$$

kde hodnota  $\chi$  je uvedena pro jednotlivá rozdělení pravděpodobnosti v TPM 0051-93 (1993).

Standardní nejistoty z jednotlivých zdrojů se přenášejí do nejistoty měřené veličiny  $X$  přes funkční závislost

$$X = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_m) \quad (6)$$

podle všeobecného zákona šíření nejistot, který je (TPM 0051-93, 1993)

$$u_{B_x}^2 = \sum_{i=1}^m A_i^2 \cdot u_{B_{Z_i}}^2 + 2 \sum_{\substack{i=2 \\ j<i}}^m A_i \cdot A_j \cdot u_{B_{Z_i}} \cdot u_{B_{Z_j}} \cdot r_{Z_{ij}} , \quad (7)$$

kde  $u_{B_{Z_i}}$  je standardní nejistota zdroje  $Z_i$ ,  $u_{B_{Z_j}}$  je standardní nejistota zdroje  $Z_j$ ,  $r_{Z_{ij}}$  je korelační koeficient mezi zdroji  $Z_i$  a  $Z_j$  a pro citlivostní koeficienty  $A_i$  platí

$$A_i = \frac{\partial \mathcal{F}(Z_1, \dots, Z_m)}{\partial Z_i} \Big|_{Z_i=z_i} \quad (8)$$

### Stanovení nejistot při kalibraci nivelačních latí

Kalibrace nivelačních latí byly v laboratoři ČVUT prováděny v horizontální poloze latě. Nivelační lať byla na lavici interferometru umístěna den před vlastní kalibrací, aby došlo k vyrovnání teploty atmosféry a latě. Lať byla podepřena v Besselových bodech. Před zahájením a po ukončení kalibrace byla na měřidlech umístěných v blízkosti dráhy paprsku laseru změřena teplota, tlak a relativní vlhkost atmosféry. Obě stupnice nivelační latě byly proměřeny postupem tam a zpět v intervalu 10 cm, na každou měřenou rysku tedy bylo cíleno dvakrát. Korekce vlnové délky laseru byla zaváděna až při zpracování měřených dat.

### Nejistota typu A

Jak již bylo uvedeno, standardní nejistota typu A se stanoví z opakovaných měření dané veličiny za stejných podmínek. Měřenou veličinou je v tomto případě délka laťového úseku, tj. vzdálenost určité laťové rysky od první proměřované rysky.

Přesnost cílení na laťové rysky je ovlivněna zvětšením mikroskopu, šířkou a rozstupem záměrných rysek, osvětlením laťové stupnice, tvarem konkrétní laťové rysky, kontrastem a v neposlední řadě také pečlivostí, zkušeností a momentálním fyzickým a psychickým stavem operátora. Pro účely určení nejistoty typu A bylo využito výsledků experimentu pro stanovení směrodatné odchylky cílení  $s_c$ , kdy 4 operátoři provádějící kalibrace cílili dvacetkrát na tři náhodně zvolené laťové rysky. Bylo zjištěno, že výběrová směrodatná odchylka jednoho měření se pohybovala v závislosti na operátorovi od 1,7 do 4,8  $\mu\text{m}$ . Při kalibraci je měřená hodnota přiřazená k dané rysce určena jako aritmetický průměr z měření tam a zpět. Laserový interferometr měří délky relativní, nulové čtení je nastaveno po zacílení na první měřenou rysku. Měřená délka se vypočte jako rozdíl průměru ze čtení při měření tam a zpět na danou laťovou rysku a průměru ze čtení při měření tam a zpět na počáteční rysku. Nejistota typu A měřené délky je tedy

$$u_{AL} = \sqrt{\frac{s_c^2}{2} + \frac{s_c^2}{2}} = s_c \quad (9)$$

Pro zvolený způsob cílení na rysky latě a jednotlivé operátory se hodnota standardní nejistoty typu A pohybuje v intervalu  $u_A \in \langle 1,7; 4,8 \mu\text{m} \rangle$ .

Standardní nejistota typu A může být určena i jiným způsobem. Z rozdílů měřených hodnot tam a zpět jednotlivých laťových rysek získaných při kalibraci se podle vztahů (10), (11) a (12) vypočte výběrová směrodatná odchylka jednoho měření sy.

$$s_y^I = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n^I} d_i^{I^2}}{2n^I}} \quad (10)$$

$$s_y^{II} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n^{II}} d_i^{II^2}}{2n^{II}}} \quad (11)$$

$$s_y = \sqrt{\frac{s_y^{I^2} + s_y^{II^2}}{2}} \quad (12)$$

kde  $d_i^I$  jsou rozdíly měřených hodnot i-té rysky tam a zpět na první stupnici,

$d_i^{II}$  jsou rozdíly měřených hodnot i-té rysky na druhé stupnici,

$n^I$  a  $n^{II}$ , jsou počty zaměřených laťových rysek na první a druhé stupnici ( $n^I = 18$ ,  $n^{II} = 17$ ).

Výběrová směrodatná odchylka průměru se určí ze vztahu

$$s_{\bar{y}} = \frac{s_y}{\sqrt{2}} \quad (13)$$

a standardní nejistota typu A pro měřený laťový úsek je

$$u_{AL} = \sqrt{2} \cdot s_{\bar{y}} = s_y. \quad (14)$$

Takto vypočtené hodnoty standardní nejistoty typu A v námi provedených kalibracích korespondují s výběrovými směrodatnými odchylkami cílení jednotlivých operátorů a tedy i s nejistotou určenou podle vztahu (9).

### Nejistota typu B

Při práci s laserovým interferometrem platí pro měřenou délku

$$L = N \cdot \lambda / 8, \quad [\mu\text{m}] \quad (15)$$

kde L je měřená délka, N je počet interferenčních jednotek a  $\lambda/8$  je interferenční jednotka.

$$\lambda / 8 = 0,07910 + \Delta\lambda \quad (\mu\text{m}), \quad (16)$$

kde  $\Delta\lambda$  je lineární korekční funkce zohledňující závislost vlnové délky He-Ne laserového paprsku na prostředí, kterým prochází.

Po dosazení má vztah pro měřenou délku tvar

$$L = N \cdot (0,0791 + \Delta\lambda) \quad [\mu\text{m}]. \quad (17)$$

Při kalibraci láti byla v interferometru nastavena hodnota  $\Delta\lambda = 0000$  a korekce vlnové délky byla zaváděna až dodatečně při výpočtu. Ze vztahu (17) můžeme tedy vyjádřit

$$N = \frac{L}{0,0791} \quad (18)$$

a pro korigovanou délku  $L_{kor}$  pak platí

$$L_{kor} = N \cdot (0,0791 + \Delta\lambda_v) = \frac{L}{0,0791} (0,0791 + \Delta\lambda_v) = L \left( 1 + \frac{\Delta\lambda_v}{0,0791} \right), \quad [\mu\text{m}] \quad (19)$$

kde  $\Delta\lambda_v$  je lineární korekční funkce vypočtená z parametrů prostředí měřených při kalibraci.

Použitím zákona šíření nejistot (7) na vztah (19) dostaneme pro nejistotu typu B korigované délky

$$u_{BL_{kor}}^2 = \left( 1 + \frac{\Delta\lambda_v}{0,0791} \right)^2 \cdot u_{BL}^2 + \left( \frac{L}{0,0791} \right)^2 \cdot u_{B\Delta\lambda}^2 \quad [\mu\text{m}^2] \quad (20)$$

Nejistota měřené délky  $u_{BL}$  v sobě zahrnuje pouze nejistotu interferometru, protože nejistota nastavení nuly a nejistota zacílení na určitou laťovou rysku již byla vypočtena jako součást nejistoty typu A. Vzhledem k tomu,

že velikost citlivostního koeficientu  $A_{BL} = \left( 1 + \frac{\Delta\lambda_v}{0,0791} \right)$  je velmi blízká hodnotě 1, je tento postup možný. U

interferometru, který je kalibrován, je nejistota jeho měření součástí kalibračního listu a odtud se převezme. Kalibrace interferometru v laboratoři ČVUT provedena nebyla, při určování nejistoty bylo použito přesnosti měření, kterou udává výrobce. Standardní nejistota je 0,2  $\mu\text{m}$  pro délky v rozsahu 0,1 - 1,2 m a  $(1,7 \cdot 10^{-7} \cdot L(\text{m}))$   $\mu\text{m}$  pro délky nad 1,2 m.

Protože nejčastěji používané vztahy pro výpočet indexu lomu atmosféry (např. vztah Edlénův, Owensův nebo Barrel-Searsův) jsou značně komplikované vzhledem k širšímu rozsahu hodnot, pro které jsou použitelné, byla pro laboratorní podmínky nalezena zjednodušená aproximace pro určení posledních čtyř míst osminy vlnové délky He-Ne laseru, ve které je zahrnuta i korekce teplotní roztažnosti měřeného předmětu (Popela, 1973)

$$\Delta\lambda = (72,28\Delta t - 212,27\Delta p + 0,78\Delta\varphi - 79,1\alpha \cdot \Delta t_M + 3172) \cdot 10^{-9}, \quad [\mu\text{m}] \quad (21)$$

kde  $\Delta t$  je odchylka měřené hodnoty teploty atmosféry od hodnoty 20 °C (°C),

$\Delta p$  je odchylka měřené hodnoty atmosférického tlaku od 98 kPa (kPa),

$\Delta\varphi$  je odchylka měřené hodnoty relativní vlhkosti od 50 % (%),

$\Delta t_M$  je odchylka měřené hodnoty teploty objektu od hodnoty 20 °C (°C),

$\alpha$  je koeficient délkové teplotní roztažnosti ( $10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ).

Nejistota korekce  $u_{B\Delta\lambda}$  se vypočte použitím zákona šíření nejistot (7) na rovnici (21). Dostáváme

$$u_{B\Delta\lambda}^2 = 72,28^2 u_t^2 + 212,27^2 u_p^2 + 0,78^2 u_\varphi^2 + 79,1^2 \alpha^2 u_{tM}^2 + 79,1^2 \Delta t_M^2 u_\alpha^2 - 11434,7 \alpha \cdot u_t \cdot u_{tM} \cdot r_{tM} \quad [\mu\text{m}^2] \quad (22)$$

kde  $u_t$  je standardní nejistota teploty atmosféry,  
 $u_p$  je standardní nejistota atmosférického tlaku,  
 $u_\varphi$  je standardní nejistota relativní vlhkosti vzduchu,  
 $u_{tM}$  je standardní nejistota teploty materiálu,  
 $u_\alpha$  je standardní nejistota koeficientu délkové teplotní roztažnosti,  
 $r_{tM}$  je korelační koeficient teploty atmosféry a materiálu.

Nejistotu měření teploty atmosféry  $u_t$  lze převzít z kalibračního listu teploměru. U námi použitých teplotních čidel je pro okolí teploty 20 °C udáváná rozšířená nejistota 0,02 °C pro  $k_U = 2$ . Teplota atmosféry zaváděná do výpočtu korekce  $\Delta\lambda_v$  se vypočte jako aritmetický průměr z teploty měřené na začátku a konci kalibrace dvěma čidly umístěnými u konců nivelační latě. Ze zápisníků měřených hodnot vedených pro každou kalibraci bylo zjištěno, že za dobu trvání kalibrace se průměrná atmosférická teplota mění až o 0,2 °C (teplota v laboratoři vždy stoupá) a teplota atmosféry měřená u konců latě ve stejný okamžik se liší až o 0,15 °C. Z těchto důvodů by použití hodnoty nejistoty z kalibračního listu teploměru značně nadhodnotilo dosahovanou přesnost.

Uvažujme nejnepříznivější případ, kdy na začátku kalibrace byla např. u levého konce latě naměřena teplota  ${}_z t_l$  a u pravého konce teplota  ${}_z t_p$ , která je rovna  ${}_z t_l + 0,15$  °C. Na konci kalibrace byla u levého konce naměřena teplota  ${}_k t_l = {}_z t_l + 0,2$  °C, u pravého konce teplota  ${}_k t_p = {}_z t_p + 0,2$  °C =  ${}_z t_l + 0,35$  °C. Průměrná teplota vstupující do výpočtu korekce  $\Delta\lambda_v$  je

$$t = \frac{{}_z t_l + {}_z t_p + {}_k t_l + {}_k t_p}{4} = {}_z t_l + 0,175^\circ\text{C}. \quad (23)$$

Budeme-li předpokládat, že teplota atmosféry bude ve všech místech průchodu laserového paprsku mezi hodnotami naměřenými u konců latě, pak maximální rozdíl mezi skutečnou teplotou v libovolném místě průchodu paprsku v libovolném okamžiku kalibrace a teplotou použitou pro výpočet korekce  $\Delta\lambda_v$  bude  $\pm 0,175$  °C. Budeme-li dále považovat rozdělení pravděpodobnosti výskytu uvedených teplot v intervalu  $\langle t - 0,175^\circ\text{C}, t + 0,175^\circ\text{C} \rangle$  za rovnoměrné, což je pro odhad nejistoty teploty podle (5) nepříznivější než rozdělení normální nebo trojúhelníkové, pak nejistota teploty atmosféry

$$u_t = \frac{z_{\max}}{\sqrt{3}} = 0,1^\circ\text{C}. \quad (24)$$

Nejistota atmosférického tlaku byla převzata z kalibračního protokolu aneroidu, který udává  $U = 1$  mm Hg = 1 torr, koeficient pokrytí  $k_U = 2$ . Tedy  $u_p = 0,5$  torr = 0,07 kPa. Do výpočtu byla dále použita nejistota uváděná výrobcem vlhkoměru  $u_\varphi = 1$  %.

Při výpočtech byla použita hodnota koeficientu délkové teplotní roztažnosti  $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . Tato hodnota nebyla zjištěna měřením. Je to hodnota ležící ve středu sjednocení všech intervalů, ve kterých jsou hodnoty koeficientu délkové teplotní roztažnosti pro tento typ nivelačních latí uvedeny v různých zdrojích (Nenáhlo, 1981), (Šanda, 1982), (Mitáš, 1983). Její nejistota byla vypočtena z tohoto sjednoceného intervalu, tj. z intervalu  $(-1,0; 4,0) \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , tedy  $(1,5 \pm 2,5) \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . V tomto intervalu byla uvažována stejná pravděpodobnost výskytu všech hodnot, jedná se o rovnoměrné rozdělení. Nejistota koeficientu délkové teplotní roztažnosti vypočtená podle (5)

$$u_\alpha = \frac{2,5 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} = 1,44 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}. \quad (25)$$

Všechny kalibrace byly provedeny při teplotě atmosféry v rozmezí od 20 °C do 21 °C. Byl uvažován nejméně příznivý případ a do vztahu (22) dosazena za rozdíl teploty materiálu od 20 °C hodnota  $\Delta t_M = 1$  °C.

Teplota materiálu nebyla při kalibračních měřeních a byla považována za stejnou jako teplota atmosféry. Na nejistotě teploty materiálu se proto podílí nejistota měření teploty atmosféry a nejistota předpokladu rovnosti teploty materiálu a atmosféry. Při pokusech předcházejících provádění kalibrací bylo zjištěno, že teplota materiálu je vždy nižší než teplota atmosféry, která vlivem přítomnosti osob v laboratoři a činnosti laseru pozvolna stoupá. Teplota invarového pásku nivelační latě sleduje teplotu atmosféry, ovšem s určitým zpožděním (Linková, 2003). Maximální rozdíl obou teplot byl 0,13 °C. Uvažujme, že pravděpodobnost výskytu teploty materiálu je v celém intervalu  $\langle t - 0,13^\circ\text{C}; t \rangle$  stejná, pak

$$u_{tM} = \sqrt{u_t^2 + \left(\frac{0,13}{2 \cdot \sqrt{3}}\right)^2} \text{ }^\circ\text{C} = 0,1^\circ\text{C}. \quad (26)$$

O korelačním koeficientu teploty atmosféry a materiálu  $r_{tM}$  předpokládáme, že se pohybuje v intervalu  $\langle 0,1 \rangle$  a jeho velikost závisí na teplotním poli v dané laboratoři. Bude-li laboratoř termostatizovaná, velikost korelačního koeficientu se bude blížit k 1. V laboratoři, kde se teplota atmosféry neustále mění a kde dochází k proudění vzduchu, je teplota atmosféry a materiálu korelovaná velmi málo nebo vůbec a korelační koeficient

se blíží k 0. Zápornou hodnotu korelačního koeficientu neočekáváme, protože s rostoucí nebo klesající teplotou atmosféry roste nebo klesá i teplota materiálu. Výpočet nejistoty byl proveden pro nepříznivý případ, kdy vzhledem ke znaménku minus před členem obsahujícím korelační koeficient teploty atmosféry a materiálu uvažujeme tento roven 0.

Po dosažení uvedených charakteristik do vztahu (20) dostaneme pro délky do 1,2 m

$$u_{BLkor}^2 = 0,2^2 + 2,14L^2, [\mu m^2] \quad (27)$$

a pro délky nad 1,2 m

$$u_{BLkor}^2 = 0,03L^2 + 2,14L^2 = 2,17L^2, [\mu m^2] \quad (28)$$

kde  $L$  je měřená délka v metrech.

### Kombinovaná standardní nejistota a rozšířená nejistota

Kombinovanou standardní nejistotu vypočteme podle vztahu (1). Pro operátora, který provedl nejvíce kalibrací, byla uvažována hodnota standardní nejistoty typu A 3  $\mu m$ . Pro délky do 1,2 m dostaneme

$$u_{Lkor} = \sqrt{3^2 + 0,2^2 + 2,14L^2}, [\mu m] \quad (29)$$

$$u_{Lkor} \approx \sqrt{9,04} + \sqrt{2,14L^2} = 3 + 1,46L \quad [\mu m] \quad (30)$$

a pro délky nad 1,2 m

$$u_{Lkor} = \sqrt{3^2 + 2,17L^2}, [\mu m] \quad (31)$$

$$u_{Lkor} \approx \sqrt{9} + \sqrt{2,17L^2} = 3 + 1,47L \quad [\mu m] \quad (32)$$

Kombinovaná standardní nejistota je dána odmocninou ze součtu druhých mocnin konstantního členu a členu závislého na měřené délce. V takových případech je doporučováno (Vítovec et al., 2000) zjednodušení způsobem použitým ve vztazích (30) a (32) s tím, že dojde k určitému nadhodnocení nejistoty, které je však možno považovat za přijatelné vzhledem k tomu, že některé dílčí složky nejistoty jsou stanoveny odhadem. Bylo použito rovněž jiné zjednodušení vztahů pro výpočet  $u_{Lkor}$ , v intervalu daném délkou nivelační latě byly původní vztahy nahrazeny funkcí ve tvaru  $3 + k.L$ . Konstanta  $k$  byla určena tak, aby byl splněn následující požadavek: původní a náhradní funkce by se měly co možná nejvíc přimykát, ale v žádném bodě intervalu by hodnota náhradní funkce  $3 + k.L$  neměla být menší než hodnota vypočtená z původního vztahu  $\sqrt{a^2 + b^2 L^2}$ . Protože jsou vztahy (29) a (31) téměř totožné, není třeba rozlišovat standardní nejistotu pro délky kratší nebo delší než 1,2 m a náhradní funkce má tvar

$$u_{Lkor} \approx 3 + 0,7L. [\mu m] \quad (33)$$

Při volbě koeficientu rozšíření  $k_U = 2$  bude rozšířená nejistota

$$U = 6 + 1,4L, [\mu m] \quad (34)$$

kde  $L$  je měřená délka v metrech,  $U$  je rozšířená nejistota v mikrometrech.

### Závěr

Takto stanovená hodnota rozšířené nejistoty měření platí pouze pro kalibrovaný pár nivelačních latí, určitého operátora, měřicí přístroj, vybavení a podmínky laboratoře ČVUT. Pro její obecné použití pro danou laboratoř by bylo třeba rozšířit soubor nivelačních latí použitých při stanovení směrodatné odchylky cílení, aby byla zohledněna různá kvalita jejich rysek. Podle zkušeností z kalibrací několika jiných latí usuzujeme, že kvalita rysek našeho páru byla spíše nadprůměrně dobrá. Lze proto očekávat, že po provedení testů s dalšími latěmi, by se zvýšila hodnota konstantního členu ve vztahu (34).

Nejistoty měření představují pouze odhad, který je založený na znalostech o provedeném měření a je prováděn se snahou o co nejlepší zohlednění dostupných informací. Tento odhad vychází z vlastností použitého zařízení, metod měření, okolního prostředí a osob, které měření provádějí. Při dalším využívání nejistot měření je proto důležité mít na zřeteli všechny předpoklady a případná zjednodušení použítá při výpočtu výsledné nejistoty.

*Tento příspěvek vznikl s podporou  
výzkumného záměru MSM 210000001*

#### Literatura - References

- ČSN EN ISO/IEC 17 025 Všeobecné požadavky na způsobilost zkušebních a kalibračních laboratoří. *Praha, ČSNI, 2001, s. 48.*
- ČSN 01 0115 Mezinárodní slovník základních a všeobecných termínů v metrologii. *Praha, ČSNI, 1996, s. 42.*
- EA-4/02 Vyjadřování nejistot měření při kalibracích. *Praha, ČIA, 2000, s. 74.*
- Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. Geneve, *ISO, 1993, s. 101.*
- Línková, L.: Výzkum přesnosti kalibrace při laserové interferometrii v návaznosti na normy ISO. [Disertační práce]. *Praha, ČVUT – Fakulta stavební, 2003, s. 142.*
- Mitáš, J.: Vplyv teplotných zmien na stupnice invarových nivelačných lát. *Geodetický a kartografický obzor, 7, 1983, s. 169 - 175.*
- Nenáhlo, Č.: Vliv teploty na přesnost délkových měření. *Praha, Vydavatelství Úřadu pro normalizaci a měření, 1981, s. 93.*
- Popela, B.: Vliv parametrů atmosféry na vlnovou délku záření jednofrekvenčního laseru. *Jemná mechanika a optika, 3, 1973, s. 62 - 66.*
- Šanda, V.: Zjišťování rozměrů nivelačních stupnic. [Výzkumná zpráva č. 728]. *Zdiby, Výzkumný ústav geodetický, topografický a kartografický, 1982, s. 51.*
- TPM 0051: Stanovenie neistôt při meraniach. *Bratislava, Slovenský metrologický ústav, 1993, s. 65.*
- Vítovec, J., Batěk, V., Honig, R., Horálek, V., Svoboda, J.: Stanovení nejistot při kalibraci, měření a zkoušení. *Materiály k semináři konanému 29. 5. - 2. 6. 2000. ČMS, s. 63.*