Určení tvaru vnějšího podhledu objektu „C" v areálu VŠB-TU Ostrava

***J. Schenk*[1], *V. Mikulenka*[2], *J. Mučková*[3], *D. Böhmová*[4] *a R. Vala*[5]**

The determination of the outher shape of object "C" lower ceiling in the VŠB-TU Ostrava.

The paper deals with the measurement of the conical shape of lower ceiling by the total station Leica TCR307 and with the evaluation for its reconstruction. The 3D coordinates of the upper and lower border of the conical surface are calculated. The center of the circle and the deviations of measured borders from the average circle inserted in the separate parts of the lower ceiling are determined. The conical surface of the lower ceiling was unrolled in the plane for the correct determination of the size of new facing.

***Key words**: Measurement of buildings, data acquisition and analysis for reconstruction of existing structures*

Úvod

Pro rekonstrukci objektu „C" bylo třeba zjistit skutečný tvar jeho vnějšího podhledu, který má tvar komolého kužele s vrcholem směřujícím dolů (obr. 1). Vnější obvod kuželové plochy je pravidelná kružnice, kdežto vnitřní obvod se skládá z 10 pilířů a 5 delších a kratších sektorů (Obr. 3).

Obr. 1. Pohled na kruhový objekt „C"areálu VŠB-TU Ostrava
Fig. 1. A view to the conical shape lower ceiling of the object „C" of the VŠB-TU Ostrava

Zaměření objektu

Objekt byl zaměřen z deseti stanovisek pomocí elektronického tachymetru fy Leica TCR307, jehož laserový fázový dálkoměr umožňuje měření délek bez hranolu pouhým zacílením na povrch objektu. V prvé fázi byly určeny v lokální síti 3D souřadnice stanovisek tachymetru zaměřením uzavřeného polygonového pořadu.

[1] *prof. Ing. Jan Schenk, CSc*., Institut geodézie a důlního měřičství, HGF VŠB – TU Ostrava, jan.schenk@vsb.cz
[2] *Ing. Václav Mikulenka, PhD.,* Institut geodézie a důlního měřičství, HGF VŠB – TU Ostrava, vaclav.mikulenka@vsb.cz
[3] *Ing. Jitka Mučková, PhD.,* Institut geodézie a důlního měřičství, HGF VŠB – TU Ostrava, jitka.muckova@vsb.cz
[4] *Ing. Dagmar Böhmová,* Institut geodézie a důlního měřičství, HGF VŠB – TU Ostrava, dagmar.bohmova.hgf@vsb.cz
[5] *Mgr. Roman Vala,* Institut geodézie a důlního měřičství, HGF VŠB – TU Ostrava, roman.vala.hgf@vsb.cz
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 11. 4. 2005)

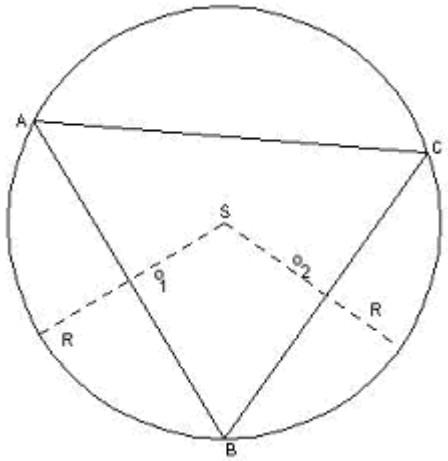
Z těchto stanovisek pak bylo měřeno na vnější a vnitřní hrany podhledu a určeny jejich souřadnice. Jednotlivé podrobné body hran podhledu byly signalizovány laserovou stopou, což umožňovalo jednoznačné cílení na hranu objektu. Vnější kruhová hrana podhledu byla určena 180 body. Vnitřní hrana se skládala z 10 průniků svislých sloupů s podhledem a byly určeny vnější hrany sloupů (2 body), když vnitřní hrany byly současně i koncovými body pěti kratších (4 body) a pěti delších (7 bodů) kruhových sektorů (obr. 3). Celkem bylo na vnitřní straně podhledu zaměřeno 76 bodů.

Určení poloměrů vnějšího okraje a vnitřních částí podhledu

Po zaměření objektu byla provedena kontrola kruhového tvaru hran objektu a velikost odchylek od optimálního poloměru. Pro kružnici platí analytická rovnice

$$(X - X_S)^2 + (Y - Y_S)^2 = R^2 \tag{1}$$

kde *Xs* a *Ys* jsou souřadnice středu a *R* poloměr kružnice. V této rovnici neznáme souřadnice středu kružnice a velikost jejího poloměru. Střed kružnice se určí, známe-li polohu tří bodů kružnice, jako průsečík os stran spojujících tyto body (obr. 2).



Obr. 2. Princip určení středu a poloměru kružnice
Fig. 2. Principle of determination of centre and radius of circle

Tedy, jsou-li rovnice os

$$o_1 \equiv Y = k_1 \cdot X + c_1$$
$$o_2 \equiv Y = k_2 \cdot X + c_2 \tag{2}$$

potom souřadnice průsečíku os tedy středu kruhu jsou

$$X_S = \frac{c_1 - c_2}{k_2 - k_1} \qquad Y_S = k_1 \cdot X_S + c_1 \quad Y_S = k_2 \cdot X_S + c_2 \tag{3}$$

při čemž

$$k_1 = -\frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1} \qquad c_1 = \frac{(X_2 - X_1)(X_2 + X_1)}{2 \cdot (Y_2 - Y_1)} + \frac{Y_2 - Y_1}{2}$$
$$k_2 = -\frac{X_3 - X_2}{Y_3 - Y_2} \qquad c_2 = \frac{(X_3 - X_2)(X_3 + X_2)}{2 \cdot (Y_3 - Y_2)} + \frac{Y_3 - Y_2}{2} \tag{4}$$

Protože po vnějším obvodu podhledu bylo zaměřeno 180 bodů byly určovány souřadnice středu ze 60 trojúhelníků tak, že jejich očíslované vrcholy byly *i, i*+60*, i*+120*,* kde *i* = 1 až 60. Podobně se postupovalo u vnitřní hrany, tj. určily se středy vnějších hran sloupů (7 trojúhelníků) a obou typů kruhových sektorů (7 a 10 trojúhelníků). Výsledky jsou uvedeny v tabulce 1.

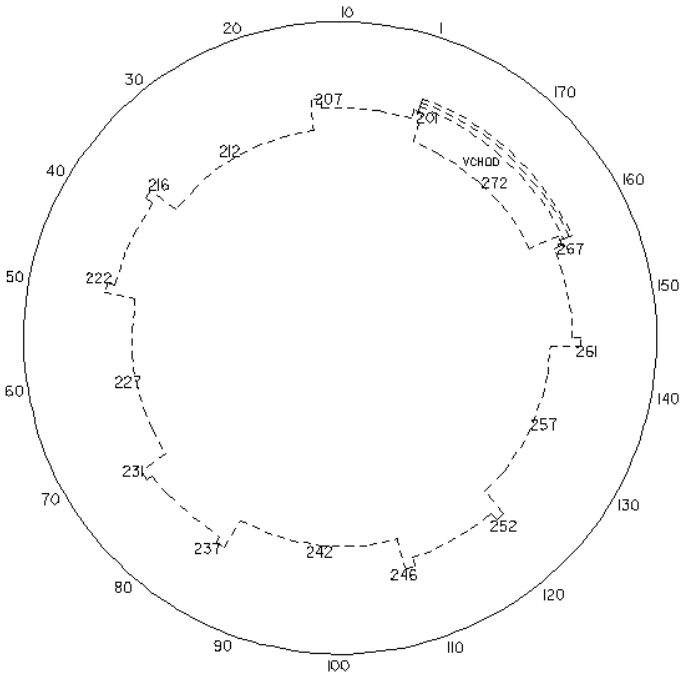
Tab. 1. Souřadnice středu kruhů vnějšího obvodu, sloupů, kruhových sektorů a jejich průměr v metrech
Tab. 1. Coordinates of centres of circles of external circumference, pillars, circle sectors and their diameters in metres

Střed	Vnější	Sloupy	Vnitřní 1	Vnitřní 2	Průměr
Y	1515,512	1515,497	1515,522	1515,446	1515,502
X	3517,061	3517,063	3517,100	3517,087	3517,069

Jak vyplývá z tabulky 1, jsou rozdíly v souřadnicích středů jednotlivých kruhů do 6 cm a byla proto pro další použita průměrná hodnota vypočtená ze všech řešení. Podle rovnice (1) byly pak vypočteny poloměry jednotlivých kruhů, hodnoty zprůměrovány a vypočteny odchylky od průměru. Výsledky jsou uvedeny v tab. 2.

Tab. 2. Poloměry jednotlivých kruhů, průměrné odchylky a maximální a minimální hodnoty v metrech
Tab. 2. Radii of individual circles, average differences and maximal and minimal values in metres

Poloměr	Vnější	Sloupy	Vnitřní 1	Vnitřní 2
Průměr	25.012	18.967	18.315	16.537
Prům. odchylka	0.013	0.012	0.035	0.053
Maximum	25.054	18.999	18.422	16.681
Minimum	24.959	18.935	18.271	16.475
Horní odchylka	0.042	0.032	0.106	0.144
Dolní odchylka	-0.054	-0.031	-0.044	-0.063



Obr. 3. Půdorys podhledu objektu „C“
Fig. 3. Ground plan of conical shape lower ceiling of the object „C“

Průměrná odchylka se vypočítá podle

$$\Delta = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(X_i - X_0 \right) \qquad (5)$$

Jak je vidět z tab. 2 nejpřesnější kruhový tvar mají vnější okraj a vnější hrany sloupů, kde průměrná odchylka je těsně nad 1 cm. Kruhovost sektorů je už horší, když průměrná odchylka je 0,035 případně 0,053 m. Horší výsledky jednotlivých vnitřních sektorů jsou zřejmě výsledkem realizace stavby, kdy zachovat kruhový tvar jednotlivých zděných sektorů mezi sloupy které nebyly stticky dominantní , a nebyly tedy předmětem kontroly dodržení kruhovosti.

Co se týká vodorovnosti jednotlivých hran byly opět zprůměrované naměřené výšky jednotlivých části podhledu, jejichž výsledky jsou uvedeny v tabulce 3.

Tab. 3. Výšky jednotlivých kruhů a jejich odchylky od vodorovné roviny [m]
Tab. 3. Heights of individual circles and their deviations from the horizontal plane [m]

Výška	Vnější	Sloupy	Vnitřní 1	Vnitřní 2
Průměr	255.9009	254.416	254.2425	253.7852
Prům. odchylka	0.0176	0.0104	0.0101	0.0181
Maximum	255.947	254.431	254.269	253.843
Minimum	255.782	254.388	254.224	253.754
Horní odchylka	0.046	0.015	0.027	0.058
Dolní odchylka	-0.119	-0.028	-0.018	-0.031

Jak je zřejmé pohybují se průměrné odchylky do 0,02 m, i když především u vnějšího okraje dosahuje dolní odchylka okolo 0,12 m. Je tedy možné konstatovat, že vodorovnost okrajů je velmi dobrá.

Rozvinutí pláště podhledu do roviny.

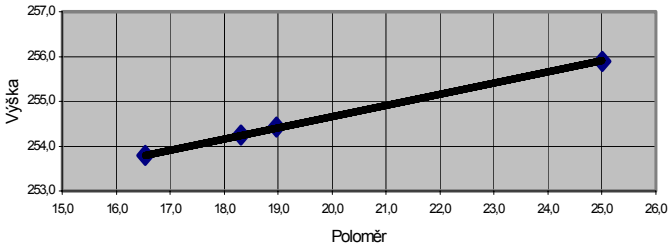
Aby bylo možné zakrýt podhled, který je z pohledového betonu přichyceném ze spodu na radiální nosníky, je nutné pro určení rozměru obkladového materiálu určit skutečný tvar podhledu jeho rozvinutím do roviny. K jeho rozvinutí je třeba určit výšku vrcholu kužele a sklon jeho povrchových přímek. Vyneseme-li na vodorovnou osu velikost poloměrů a na svislou osu příslušné výšky, můžeme body proložit přímku tak, aby odchylky byly minimální (graf . 1).

Tato regresní přímka má tvar

$$y = 0{,}2487 \cdot x + 249{,}68 \qquad (6)$$

to znamená, že výška vrcholu kužele pro x = 0 je 249,68 m a tg $\alpha = 0{,}2487$, což odpovídá sklonu povrchových přímek $\alpha = 13{,}9661°$.

Plochu rotačního kužele můžeme vyjádřit síti povrchových přímek vedených z jeho vrcholu, které vzniknou jako průsečnice plochy kužele s rovinami procházejícími jeho osou, a soustředných kružnic, jako průsečnic s rovinami kolmými na osu kužele. Když je osa kužele svislá zobrazí se tato síť jako soustava přímek procházející vrcholem kužele a soustředných kružnic se středem ve vrcholu.



Graf. 1. Regresní přímka určující vztah mezi výškou a poloměry okrajů podhledu
Graph. 1. Regression straight line determining the relation between the height and the radii of margins of conical shape lower ceiling

Pro úhel mezi přímkami na ploše a v půdoryse platí vztah

$$\varepsilon = \sigma \cdot n \tag{7}$$

kde σ je úhel v půdoryse

ε na kuželové ploše.

Koeficient $n = \sin \beta$, kde β je úhel mezi osou kužele a povrchovými přímkami, tj. $\beta = 90 - \alpha$.

Vztah mezi poloměrem kružnice na ploše R^* a v půdorysu R je

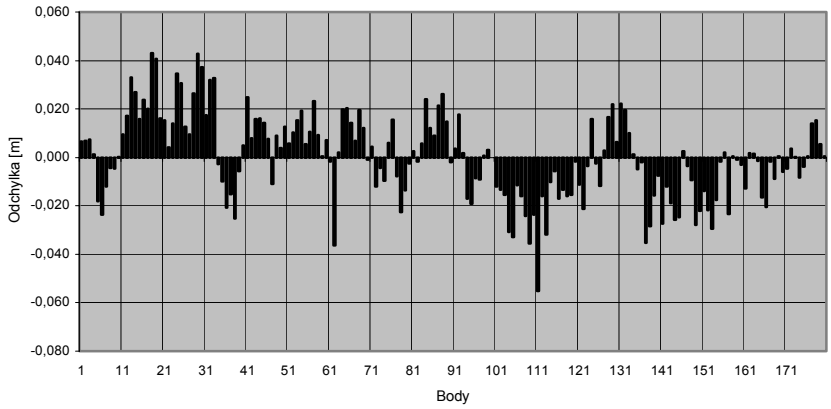
$$R^* = \frac{R}{\cos \alpha} \tag{8}$$

Protože n je pro kužel vždy menší než 1, tvoří rozvinutá kuželová plocha vždy pouze kruhovou výseč jejíž středový úhel je 360°. n (obr.4). Pro sestrojení tvaru plochy podhledu musíme vypočítat polární souřadnice bodů okraje výseče. Posuneme počátek polárních souřadnic do vrcholu kužele a nulový směrník do bodu 201. Polární souřadnice v půdoryse jsou pak

$$\rho_i = \sqrt{(Y_i - Y_S)^2 + (X_i - X_S)^2} \qquad \sigma_i = arctg \frac{Y_i - Y_S}{X_i - X_S} \tag{9}$$

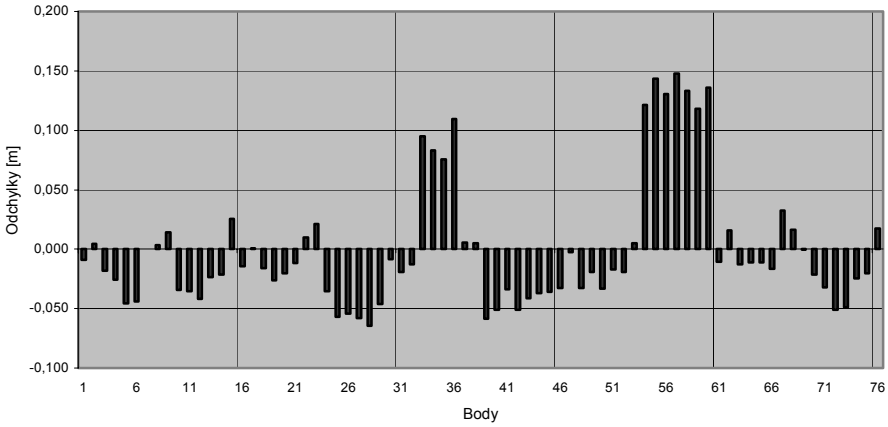
Tyto směrníky σ_i byly přepočteny podle vzorce (7) a průvodiče ρ_i podle vzorce (8) pro rozvinutí do kuželové plochy.

Současně byly opět stejně jako v půdoryse průměrné hodnoty průvodičů a jejich odchylky od průměru znázorněny na grafech 2 a 3.

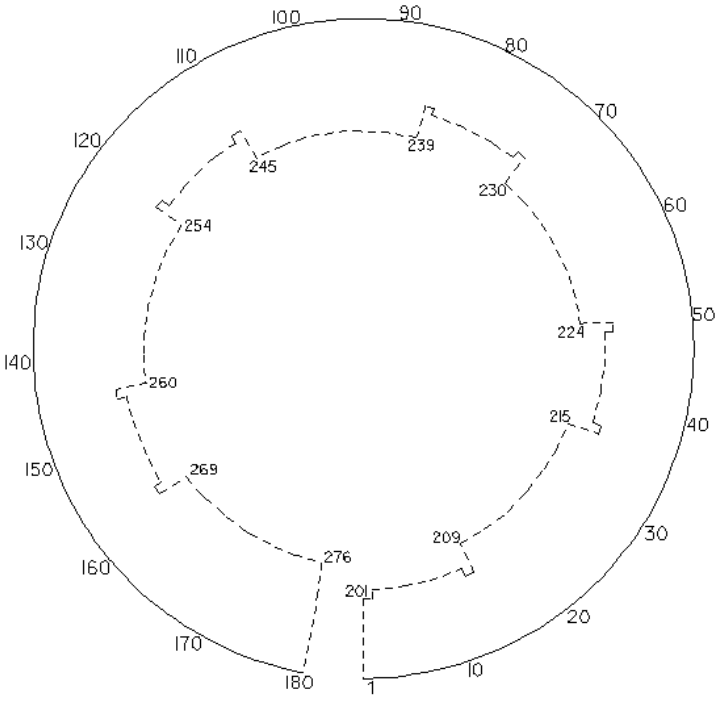


Graf 2. Odchylky vnějšího okraje od průměrné hodnoty průvodičů
Graph 2. Deviations of external margin from the average value of radius vector

Z grafů je vidět po rozvinutí do roviny dobrá kruhová přesnost vnějšího okraje podhledu, kdy odchylky prakticky nejsou větší jak 4 cm. Vnitřní segmenty obvykle se posunují v celém úseku od celkové průměrné hodnoty a v úseku bodů 54–60 se odchylují až téměř o 15 cm.



Graf 3. Odchylky vnitřního okraje od průměrné hodnoty průvodičů
Graph 3. Deviations of internal margin from the average value of radius vector



Obr. 4. Rozvinutý kuželový plášť podhledu objektu „C" do roviny
Fig. 4. Transposed conical surface of conical shape lower ceiling of the object „C" into plane

Protože grafický software pracuje v pravoúhlých souřadnicích, převedeme polární souřadnice na ploše určené podle vzorců (7) a (8) na pravoúhlé podle známých vztahů

$$Y_i^* = R_i^* \cdot \sin \varepsilon_i$$

$$X_i^* = R_i^* \cdot \cos \varepsilon_i \qquad (10)$$

Tvar rozvinutého podhledu je zřejmý z obrázku č. 4.

Závěr

Z provedeného rozboru je vidět, že vnější obvod kruhového podhledu a sloupy jsou postaveny velmi přesně a splňují kritéria přesnosti podle normy ČSN 73 0212-6 „Geometrická přesnost ve výstavbě". Vnitřní oblouky se od průměru liší a to především v úseku bodů 233-236 a 254-260, kdy se odchylky pohybovaly mezi 0,10 až 0,15 m od průměrné hodnoty. Postup rozvinutí kuželového pláště do roviny je důležitý pro zjištění skutečného tvaru kuželové plochy pro přípravu rovinného podkladu pro její rekonstrukci.

Literatura – References

ČSN 73 0212-6 Geometrická přesnost ve výstavbě, Federální úřad pro normalizaci a měření, 1993

Mikulenka, V. at al.: Zaměření obvodu železobetonového podhledu objektu „C" v areálu VŠB-TU v Ostravě-Porubě, *technická zpráva, VŠB-TU Ostrava, 2003*