

Neštandardné postupy v spracovaní meraní v lokálnych geodetických sieťach

Gašinec Juraj¹ a Gašincová Silvia

Substandard practices of adjustment measurements in local geodetic networks.

Various instruments and measuring techniques are serviceably combined in geodetic networks. The sets of measured data have a disunited physical character and quality. At the positional geodetic networks are associated angular, length, GPS or other kinds of measurements. If the solver of a geodetic task wants to comprehend the influence of the measured data quantities errors on the results of the estimating process, it is necessary to transform the heterogeneity of measurements in the calculating space to one physical dimension in which the human mind orientates more easily and finds the internal connections and the valid regularities arising among components of geodetic network mutually as well the status of physical environs in which the measurement was realized.

In this paper for the measured directions is proposed an original mediating quantity the oriented curved distance and it is confronted with the corresponding standard mediating quantities to which the measured directions are transformed. By solving of practically measured networks it was evidenced that the oriented curved distance conduces to identical results. However, as a metric quantity, it more objectively informs the solver of a geodetic task about mistake proportions in the target points and about their quality. By their analysis it is possible to appreciate more easily an influence of particular kinds of measurements on the estimated parameters quality.

Key words: the combined geodetic networks, the oriented curved distance

Úvod

Vývoj meracej a výpočtovej techniky sa zákonite odzrkadľuje v meraciach a výpočtových metódach používaných geodetickou praxou, čím umožňuje uspokojiť narastajúce požiadavky na presnosť určených parametrov predovšetkým v investičnej výstavbe. Vďaka dostupnosti výkonnej výpočtovej techniky možno exaktne určiť odhady neznámych parametrov, včítane ich kvalitatívneho hodnotenia.

Súčasný stav v spracovaní kombinovaných polohových lokálnych geodetických sietí

Matematická formulácia riešenia geodetickej úlohy sa zväčša zakladá na definícii sprostredkujúcej veličiny L , t.j. veličiny, ktorú je možné vyjadriť z veličín priamo meraných L , ako aj z neznámych (určovaných) parametrov $\Theta = (\Theta_1 \dots \Theta_k)^T \in \mathbb{R}^k$ (k - rozmerný Euklidovský priestor). Týmto sú v prípade geodetických polohových a priestorových sietí predovšetkým súradnice bodov C , prípadne iné užitočné parametre, ktorých hodnoty modelujú stav meracieho systému a fyzikálneho prostredia. Uvedené skutočnosti možno vyjadriť usporiadanými množinami funkčných vzťahov:

$$D_{(l)} = \left\{ \begin{array}{c} l_1 = \varphi_1(l_1, \dots, l_m) \\ \vdots \\ l_n = \varphi_n(l_1, \dots, l_m) \end{array} \right\}, \quad (1)$$

$$A_{(\Theta)} = \left\{ \begin{array}{c} l_1 = f_1(\Theta_1, \dots, \Theta_k) \\ \vdots \\ l_m = f_m(\Theta_1, \dots, \Theta_k) \end{array} \right\}, \quad (2)$$

riešených za množiny podmienok

$$G^T = \left\{ \begin{array}{c} g_1(\Theta_1, \dots, \Theta_k) \\ \vdots \\ g_p(\Theta_1, \dots, \Theta_k) \end{array} \right\} \quad (3)$$

¹ Ing. Juraj Gašinec, PhD. TU F BERG, Katedra geodézie, ÚG a GIS, Park Komenského 19, 043 84 Košice, juraj.gasinec@tuke.sk
Ing. Silvia Gašincová, TU F BERG, Katedra geodézie, ÚG a GIS, Park Komenského 19, 043 84 Košice
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 29. 4. 2005)

pričom funkčné vzťahy $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ sú vzájomne nezávislé. Pre jednoznačné umiestnenie geodetickej siete v spracovateľskom priestore je nutné zvoliť najviac $p < k-1$ nezávislých podmienok. Po linearizácii možno uvedené funkčné závislosti vyjadriť v maticovom tvare, v literatúre označovanom aj ako Gauss-Markovov model s obmedzeniami.

$$Dv = A d\Theta - dl, \quad (4a)$$

$$0 = G^T d\Theta + h, \quad (4b)$$

$$\Sigma_l = \sigma_0^2 Q_l, \quad (4c)$$

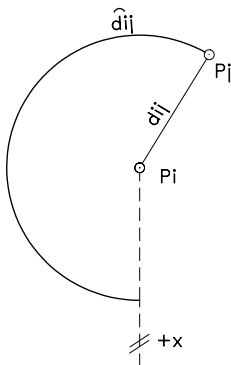
v ktorom rovnice (4a), (4b) tvoria jeho funkčnú a (4c) stochastickú časť. Matice $D = \left\{ \frac{\partial l_i(l)}{\partial l_j} \right\}_{i,j=1}^{n,m}$,

$$A = \left\{ \left(\frac{\partial f_i(\Theta)}{\partial \Theta_j} \right)_{\Theta=\Theta^0} \right\}_{i,j=1}^{n,k} \text{ a } G^T = \left\{ \left(\frac{\partial g_i(\Theta)}{\partial \Theta_j} \right)_{\Theta=\Theta^0} \right\}_{i,j=1}^{p,k}$$

sú matice príslušných parciálnych derivácií.

V geodetických sieťach sa vzájomný vzťah medzi meranými l , sprostredkujúcimi veličinami l a súradnicami C vyjadruje známymi vzťahmi:

	l	□	l	□	C
a)	d_{ij}	=	d_{ij}	=	$\sqrt{\Delta x_{ij}^2 + \Delta y_{ij}^2}$,
b)	ω_{jik}	=	ω_{jik}	=	$\arctg \frac{\Delta y_{ik}}{\Delta x_{ik}} - \arctg \frac{\Delta y_{ij}}{\Delta x_{ij}}$,
c)	$\psi_{ik} - \psi_{ij}$	=	ω_{jik}	=	$\arctg \frac{\Delta y_{ik}}{\Delta x_{ik}} - \arctg \frac{\Delta y_{ij}}{\Delta x_{ij}}$,
d)	$\psi_{ij} + \frac{\sum_{n=1}^n \sigma_{ij} - \psi_{ij}}{n}$	=	α_{ij}	=	$\arctg \frac{\Delta y_{ij}}{\Delta x_{ij}}$,



pre:

- vzdialenosti redukované do výpočtového priestoru,
- uhly zamerané nezávisle, zvolenou metódou uhlového merania,
- merané smery transformované na uhly,
- merané smery transformované na smerníky.

Obr. 1. Orientovaná oblúčková vzdialenosť
Fig. 1. The oriented curved distance

Orientovaná oblúčková vzdialenosť

Množinu sprostredkujúcich veličín v polohových geodetických sieťach možno rozšíriť o **orientovanú oblúčkovú vzdialenosť** \hat{d} , ktorá vychádza z transformácie meraných smerov na smerníky a navyše uvažuje vplyv vzdialenosti medzi stanoviskom a observovaným cieľom (Obr. 1).

Oprava tejto sprostredkujúcej veličiny w má charakter priečnej chyby v cieľovom bode. Keďže merané dĺžky, rovnako ako orientované oblúčkové vzdialenosti sú veličiny metrické, dávajú riešiteľovi geodetickej úlohy názornejší obraz výsledku odhadovacieho procesu. Jacobiho matica lineárneho vzťahu medzi meranými smermi a sprostredkujúcimi orientovanými oblúčkovými vzdialenosťami je daná vzťahom

$$D_{d_{ij}} = \frac{d_{ij}^0}{\rho^{cc} 10^{-3}} = d_{ij}^0 \frac{\pi}{2000} \quad (5)$$

pre horizontálne dĺžky d_{ij}^0 dosadzované v metroch. Pre parciálne derivácie orientovanej oblúkovej vzdialenosti podľa súradníc stanoviska a cieľa boli odvodené vzťahy:

$$\left(\frac{\partial \bar{d}_{ij}}{\partial x_i} \right)_{C \equiv C^0} = \frac{\Delta y_{ij}}{d_{ij}^0}, \quad (6a)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{d}_{ij}}{\partial y_i} \right)_{C \equiv C^0} = -\frac{\Delta x_{ij}}{d_{ij}^0}, \quad (6b)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{d}_{ij}}{\partial x_j} \right)_{C \equiv C^0} = -\frac{\Delta y_{ij}}{d_{ij}^0}, \quad (6c)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{d}_{ij}}{\partial y_j} \right)_{C \equiv C^0} = \frac{\Delta x_{ij}}{d_{ij}^0}. \quad (6d)$$

Parametre 2. rádu boli odhadnuté metódou MINQUE (Minimum Norm Quadratic Unbiased Estimation). MINQUE je materskou metódou pre niektoré ďalšie metódy odhadu parametrov 2. rádu, z nich napríklad Best Invariant Quadratic Unbiased Estimation (BIQUE) a Marginal Maximum Likelihood Estimation (MML) sú často uvádzané v knihách modernej štatistiky (Koch, 1988; Kubáčková, Kubáček, Kukuča, 1982).

Riešenie úlohy je založené na existencii funkcionálnej časti Gauss - Markovovho odhadovacieho modelu sprostredkujúcej náhodnej veličiny v tvare $w = A\Theta - l$. Kombináciu rôznych geodetických prístrojov a meračských metód použitých pri získaní vektora meraných veličín v teréne popisuje stochastická časť modelu v tvare

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= \sigma_1^2 V_1 + \sigma_2^2 V_2 + \dots + \sigma_p^2 V_p = \sum_{i=1}^p \sigma_i^2 V_i \\ &= \vartheta_1^0 V_1 + \vartheta_2^0 V_2 + \dots + \vartheta_p^0 V_p = \sum_{i=1}^p \vartheta_i^0 V_i, \end{aligned} \quad (7)$$

pre $\sigma_i > 0, i=1,2, \dots, p$. ϑ_i^0 sú približné alebo apriórne variančné komponenty, V_i sú korešpondujúce pozitívne semidefinitné matice n -tého rádu. Nestraný invariantný, kvadratický odhad (MINQUE) s minimálnou normou variančných komponentov použitých prístrojov $(\hat{\vartheta}_1, \dots, \hat{\vartheta}_p)^T$ je daný vzťahom (Kubáček, Kubáčková, 1998; Skořepa, Dušek, 1998; Chen, Chrzanowski, Kavouras, 1990; Klobušiak, 1990)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \text{tr}(MV_1MV_1) & \dots & \text{tr}(MV_1MV_p) \\ \vdots & & \vdots \\ \text{tr}(MV_pMV_1) & \dots & \text{tr}(MV_pMV_p) \end{bmatrix}}_S \begin{bmatrix} \hat{\vartheta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\vartheta}_p \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} l^T MV_1 M l \\ \vdots \\ l^T MV_p M l \end{bmatrix}}_q. \quad (8)$$

Matica M sa počíta podľa vzťahu

$$M = \Sigma_l^{-1} - \Sigma_l^{-1} A (A^T \Sigma_l^{-1} A)^{-1} A^T \Sigma_l^{-1}. \quad (9)$$

Odhadnuté koeficienty lineárnej kombinácie $(\hat{\vartheta}_1, \dots, \hat{\vartheta}_p)^T$ sa opäť dosadia do vzťahov (7). Vzťah (8) potom vedie k ich spresneným hodnotám. Iteračný cyklus končí splnením podmienky

$$|\hat{\vartheta}_i - \vartheta_i| \leq \delta \quad (10)$$

pre všetky i . δ je vopred zvolená konštanta z oboru reálnych čísel, ktorou riešiteľ definuje požadovanú mieru presnosti odhadovaných parametrov.

Pri odhade komponentov rozptylu prislúchajúcich dĺžkovým meraniam na rozdiel od odhadu komponentov uhlových veličín môžu vzniknúť isté komplikácie. Tieto majú svoj pôvod v charaktere chýb vstupujúcich do merania základníc geodetickej siete. Algoritmus riešenia týchto komplikácií je zabudovaný v procedúre odhadu parametrov 2. rádu. Modelovaniu štandardných smerodajných odchýlok meraných vzdialeností v kombinovanej geodetickej sieti sa podrobne venujú práce (Böhm, 1985; Böhm, 1987). Podľa nich sa v praxi používajú rovnice modelujúce smerodajnú odchýlku meranej vzdialenosti:

$$\sigma_D = \sqrt{A + BD^2}, \quad (11)$$

$$\sigma_D = a + bD, \quad (12)$$

$$\sigma_D = kD, \quad (13)$$

$$\sigma_D = \text{konšt.} \quad (14)$$

Vzorec (11) je teoreticky správny (Böhm, 1987). Vyjadruje pôsobenie dvoch rozdielnych, nezávislých skupín náhodných chýb, je rovnicou paraboly, v ktorej parameter A vyjadruje vplyv chýb nezávislých na meranej vzdialenosti, vplyv chýb závislých na meranej vzdialenosti modeluje parameter B.

Vzorec (12) je v literatúre označovaný ako vzorec firemný. Vzťah (11) býva parametrickou rovnicou priamky (12) pre rozsah ohraničený rozsahom meraných základníc v geodetickej sieti dobre aproximovateľný. Parametre a, b modelujú vplyv chýb zodpovedajúci parametrom A, B v (11).

Pre parameter a=0 v (12) je určený vzťah (13). Z jeho štruktúry je zrejmé, že krátkym dĺžkam priraduje veľké váhy. Vyrovnávací proces potom priraduje krátkym dĺžkam malé opravy, a to aj v prípade, že obsahujú hrubú chybu.

Vzťah (14) nachádza svoje miesto v geodetických sieťach s dobrou konfiguráciou, ktorých dĺžky sú málo diferencované.

V súlade s uvedeným vysvetlením sa potom odhadujú variančné komponenty meraných vzdialeností A, B podľa vzťahu (11). Pri riešení sa však nezriedka preukáže zlá podmienenosť matice sústavy S vo vzťahu (8), budovanej podľa (11). Na túto skutočnosť upozorňuje práca (Skořepa, Dušek, 1998). Možno to vysvetliť tým, že lokálna geodetická sieť je zväčša tvorená pravidelnými geometrickými tvarmi. Rozdiely v základniciach potom nie sú výrazné a vplyv chýb závislých na meranej vzdialenosti je porovnateľný pre všetky základnice. Odhadovací mechanizmus logicky presunie vplyv chýb modelovaných parametrom B do parametra A.

Koeficient podmienenosti matice S sa najčastejšie vyjadruje ako pomer maximálneho a minimálneho singulárneho čísla (Dostál, 2001)

$$\text{cond}(S) = \sigma_{\max} / \sigma_{\min}. \quad (15)$$

Jeho recipročná hodnota v prípade zle podmienenej matice sústavy S je veľmi blízka nule. Vzťah (11) sa aproximuje vzťahom (14), ktorý (pri dostatočnej redundancii) zabezpečuje potrebnú stabilitu a presnosť výpočtu. Algoritmus odhadu jednotkových disperzií prístrojov vyjadruje schéma na Obr. 2. Vzťah (9) je nahradený všeobecnejším vzorcom umožňujúcim riešiť aj voľné siete.

$$M = \Sigma_r^{-1} - \Sigma_r^{-1} A (A^T \Sigma_r^{-1} A)^+ A^T \Sigma_r^{-1}, \quad (16)$$

Praktickým riešením bolo preukázané, že rozhodovanie medzi stochastickým modelom (11) a (14) nemusí byť viazané na koeficient podmienenosti sústavy S. Vhodným testovacím kritériom je aj pokles parametra B vo vzťahu (11) pod zvolenú hranicu (napr. $B < 0,001$).

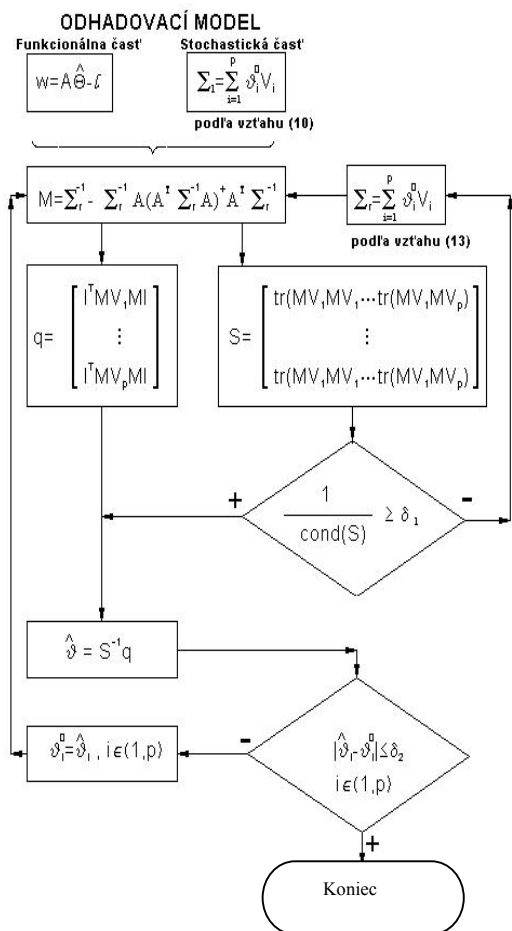
Z podstaty parametrického testovania je známe, že ak do súboru meraných veličín prenikne viac ako jedno odľahlé meranie, testovacia procedúra nemusí byť úspešná. Z tohto dôvodu je prospešné zaradiť do súborného riešenia geodetickej úlohy aj metódy testovania odľahlých meraní, schopné nedostatky štatistického testovania prekonať. Podstatou týchto testovacích metód sú robustné odhadovacie postupy.

V prezentovanom príspevku bola na testovanie odľahlých meraní použitá heuristická analýza, ktorej základom je tzv. Danishova metóda (Kubik, 1982). Danishov postup testovania odľahlých meraní je metóda výlučne **heuristická**, t.j. neopiera sa o pravdepodobnostné a štatistické teórie. Úspešne sa aplikuje pri geodetických a fotogrametrických meraniach. Princíp metódy je založený na indikovaní odľahlých meraní im prislúchajúcimi veľkými opravami. Po štandardnom vyrovnaní odhadov parametrov 1. rádu metódou najmenších štvorcov Gauss-Markovovým modelom, sú apriórne váhy meraní nahradené funkciami opráv (18). Nasledujúcim iteračným krokom sú pôvodné váhy meraní upravené podľa vzťahu

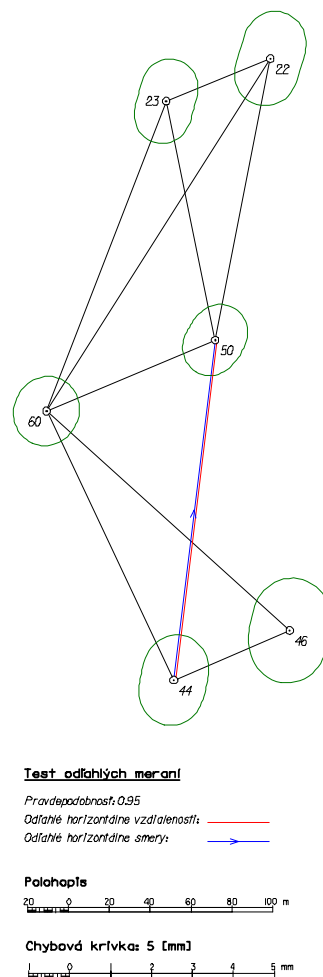
$$p_{i+1} = p_i f(v_i), \quad i = 1, 2, \dots, \quad (17)$$

$$f(v_i) = \begin{cases} 1 & \text{pre } \frac{|v_i| \sqrt{p_1}}{s_0} < c \\ \exp\left(-\frac{|v_i| p_1}{c s_0}\right) & \text{pre } \frac{|v_i| \sqrt{p_1}}{s_0} > c \end{cases}, \quad (18)$$

čo má za následok nárast absolútnych hodnôt opráv odľahlých meraní a súčasne zníženie ich deformačného vplyvu na geometriu geodetickej siete. Iteračný cyklus sa opakuje dovtedy, pokiaľ nie je dosiahnutá stanovená miera priblíženia sa opráv po sebe nasledujúcich iteračných krokov.



Obr. 2. Algoritmus odhadu parametrov 2. rádu
Fig. 2. Computation procedure of the second order parameter estimation



Obr. 3. Geodetická sieť
Fig. 3. The geodetic network

Konštanta c sa volí zvyčajne medzi 2 až 3 a je závislá od redundancie a kvality meraných údajov. V prípade, že hodnota konštanty $c < 2$, sa použitá metóda považuje za robustnú.

Odborná literatúra ponecháva voľbu konštanty c na úsudok riešiteľa geodetickej úlohy, ktorý je podmienený jeho dostatočnými praktickými skúsenosťami v danej problematike. V riešenom prípade boli po odhade parametrov 2. rádu metódou MINQUE a následnom odhade parametrov 1. rádu MNŠ vykonané štatistické testy opráv odľahlých meraní. Ak tieto signalizujú v súbore geodetických dát prítomnosť jednej alebo viacerých hrubých chýb nastaví sa hodnota konštanty $c=2,5$, ktorá sa postupne znižuje s empiricky potvrdeným krokom 0.1, kým „nenabehne“ iteračný cyklus riadený podmienkou (18).

Empirická demonštrácia

Vlastnosti orientovanej oblúkovej vzdialenosti, ako sprostredkujúcej veličiny pre merané smery sú demonštrované na príklade vytyčovacej siete objektu D 202-00 „Most cez Hornád v km 0,990 trasy A“, na križovatke ulíc Prešovskej a Sečovskej v Košiciach. Sieť bola zameraná univerzálnou stanicou Topcon GTS-6A (Obr. 3).

Protokol z vyrovnania geodetickej siete

Merané veličiny:

[Dĺžky]	l [m]	l^{\wedge} [m]	v^* [mm]	$s(v)$ [mm]	$s(l^{\wedge})$ [mm]	r^*
22-23	55.0460	55.0452	-0.7642	2.1755	1.5371	0.667
44-46	61.7340	61.7327	-1.2540	1.9777	1.7843	0.551
60-50	89.5820	89.5821	0.1166	2.3544	1.2459	0.781
	119.3880	119.3870	-0.9814	2.3133	1.3205	0.754
22-50	140.3910	140.3901	-0.9215	2.2014	1.4996	0.683
60-44	145.6900	145.6920	2.0048	2.1857	1.5225	0.673
60-46	160.3390	160.3401	1.0994	2.1180	1.6153	0.632
60-23	162.6850	162.6843	-0.6553	2.1865	1.5213	0.674
44-50	167.7600	167.7552	-4.7574*	2.1082	1.6280	0.626
60-22	204.4070	204.4109	3.8739	2.0992	1.6397	0.621

[Smery]	[g]	[g]	[cc]	[cc]	[cc]	
60-23	0.0000	0.0001	0.5282	6.4227	5.7612	0.554
60-22	12.5534	12.5535	1.4211	6.6917	5.4465	0.602
60-50	51.1398	51.1399	0.9982	6.0612	6.1404	0.494
60-46	123.2922	123.2917	-5.2689	5.2828	6.8217	0.375
60-44	148.4334	148.4336	2.3214	5.6742	6.4998	0.432
23-22	0.0000	0.0000	0.1259	4.4628	7.3842	0.268*
23-50	111.8192	111.8192	-0.4020	5.8079	6.3806	0.453
23-60	148.1337	148.1337	0.2760	5.8801	6.3141	0.464
22-50	0.0000	-0.0009	-8.6596	6.1231	6.0787	0.504
22-60	23.6826	23.6833	7.3513	6.4363	6.7460	0.556
22-23	62.9960	62.9961	1.3083	5.1779	6.9016	0.360
50-44	0.0000	0.0007	7.1983	5.1058	6.9552	0.350
50-60	66.8812	66.8806	-6.1541	5.5515	6.6049	0.414
50-23	179.4262	179.4262	-0.3021	5.5587	6.5988	0.415
50-22	204.6101	204.6100	-0.7421	5.5575	6.5998	0.415
46-44	0.0000	-0.0003	-2.9600	4.3518	7.4502	0.254*
46-60	72.4791	72.4794	2.9600	4.3518	7.4502	0.254*
44-60	0.0000	0.0012	11.8270	5.8737	6.3200	0.463
44-50	35.8290	35.8276	-14.1438*	5.9244	6.2725	0.471
44-46	102.3793	102.3795	2.3168	4.1965	7.5387	0.237*

v^* - Odľahlé meranie ($P=0.95$)

r^* - Meranie nekontrolovateľné na prítomnosť hrubej chyby ($r^* < 0.30$)

PARAMETRE 2. RÁDU

Štandardná smerodajná odchýlka meraných vzdialeností: 2.66 [mm]

Štandardná smerodajná odchýlka meraných smerov: 8.63 [cc]

Súradnice:

	X° [m]	Y° [m]	dC^{\wedge} [mm]	X^{\wedge} [m]	Y^{\wedge} [m]	sX^{\wedge} [mm]	sY^{\wedge} [mm]	sxy [mm]	sp [mm]
22	1239208.033	261476.586	0.2908	1239208.0331	261476.5863	1.1442	0.8103	0.99	1.40
23	1239228.848	261527.544	0.3384	1239228.8483	261527.5441	1.0282	0.7267	0.89	1.26
44	1239512.331	261523.831	1.4080	1239512.3323	261523.8315	1.1034	0.8269	0.97	1.38
46	1239488.045	261467.078	0.8101	1239488.0450	261467.0772	1.2785	0.9928	1.14	1.62
50	1239345.805	261503.576	0.8768	1239345.8045	261503.5753	0.8583	0.7680	0.81	1.15
60	1239380.625	261586.113	1.2658	1239380.6239	261586.1136	0.8473	0.8055	0.83	1.17

* Body prekračujúce medzi linearizácie

Zvolená hladina významnosti Alfa = 0.050

Počet kritických meraní * = 2

Štandardná smerodajná odchýlka apriórna	=	8.628
Štandardná smerodajná odchýlka aposteriórna	=	8.628
Kritická hranica $s0_aposteriovej$	=	11.138
$s0_aposter^2/s0_aprior^2$	=	1.000
Krit. pomer $s0_aposter^2/s0_aprior^2$	=	1.666
Priemerná dĺžka strany [m]	=	130.702
Číselná neistota fw	=	0.001
Medza linearizácie [mm]	=	2.590
Stredná súradnicová chyba v sieti [mm]	=	0.947
Stredná polohová chyba v sieti [mm]	=	1.340
Efektívnosť vyrovnania	=	0.625
Redundancia	=	15.000
tr(R)	=	15.000

Kritické hodnoty distribučných funkcií:

t(Alfa,f)	=	2.131
chi ² (Alfa,f)	=	24.996
Numerické kontroly výpočtu: K1	=	1.711e-011
K2	=	9.641e-011

Sprostredkujúce veličiny

St-C	l [m]	l0 [m]	dl [mm]	w_spr [mm]	w_xy* [mm]
22-23	55.0460	55.0453	0.7278	-0.7642	-0.7642
44-46	61.7340	61.7310	3.0288	-1.2540	-1.2540
60-50	89.5820	89.5812	0.8146	0.1166	0.1166
23-50	119.3880	119.3876	0.3755	-0.9814	-0.9814
22-50	140.3910	140.3908	0.1738	-0.9215	-0.9215
60-44	145.6900	145.6898	0.1995	2.0047	2.0047
60-46	160.3390	160.3384	0.6464	1.0994	1.0994
60-23	162.6850	162.6855	-0.5417	-0.6553	-0.6553
44-50	167.7600	167.7533	6.6880	-4.7575	-4.7575*
60-22	204.4070	204.4117	-4.7467	3.8739	3.8739
60-23	571.0058	571.0059	-0.1600	0.1350	0.1350
60-22	757.7671	757.7678	-0.7398	0.4563	0.4563
60-50	386.3794	386.3790	0.4413	0.1405	0.1405
60-46	873.2898	873.2895	0.3100	-1.3270	-1.3270
60-44	851.0412	851.0415	-0.3288	0.5312	0.5312
23-22	238.0486	238.0487	-0.1340	0.0109	0.0109
23-50	726.0019	726.0026	-0.6293	-0.0754	-0.0754
23-60	59.9155	59.9142	1.2534	0.0705	0.0705
22-50	27.1604	27.1591	1.3480	-1.9097	-1.9097
22-60	115.5884	115.5894	-1.0173	2.3604	2.3604
22-23	65.1187	65.1189	-0.2546	0.1131	0.1131
50-44	20.3035	20.3045	-1.0030	1.8968	1.8968
50-60	104.9533	104.9514	1.8757	-0.8660	-0.8660
50-23	350.9342	350.9353	-1.0677	-0.0566	-0.0566
50-22	468.2090	468.2099	-0.8446	-0.1637	-0.1637
46-44	72.0061	72.0062	-0.0428	-0.2870	-0.2870
46-60	369.5718	369.5717	0.1112	0.7455	0.7455
44-60	393.3418	393.3435	-1.7715	2.7066	2.7066
44-50	547.3218	547.3171	4.6631	-3.7270	-3.7270*
44-46	265.9388	265.9397	-0.9654	0.2247	0.2247

w* - Odľahlé meranie

Štandardné chybové elipsy č.b.	elipsy		točenie(a) [g]	Konfidenčné chybové elipsy (P=0.95)		
	a [mm]	b [mm]		a [mm]	b [mm]	stočenie(a) [g]
22	1.173	0.769	18.6809	3.182	2.086	18.6809
23	1.048	0.698	16.6139	2.843	1.895	16.6139
44	1.115	0.811	13.5128	3.026	2.201	13.5128
46	1.286	0.984	10.3771	3.489	2.669	10.3771
50	0.909	0.708	35.0614	2.466	1.920	35.0614
60	0.858	0.794	26.9841	2.328	2.156	26.9841

V geodetickej sieti nebola odhadom parametrov 2. rádu preukázaná závislosť štandardnej smerodajnej odchýlky meraných vzdialeností od ich veľkosti. Všetky základnice charakterizuje rovnaká štandardná

smerodajná odchýlka $\sigma_d=2.66$ [mm]. Odhadnutá štandardná smerodajná odchýlka meraných smerov je $\sigma_\psi=8.63$ [cc]. Správnosť prepisu odhadovacích metód parametrov 1. a 2. rádu nepriamo dokazuje pomer apriórneho a aposteriórneho variančného faktora, ktorý je rovný 1. Konštanty K1 a K2 rádo vo 1e-11 signalizujú dobrú stabilitu výpočtu geodetickej úlohy. Táto je spoločne s testom 2. a vyšších členov Taylorovho rozvoja funkčných vzťahov overená dvojitým výpočtom opráv sprostredkujúcich meraní w. Existujúce rozdiely niektorých prvkov tohto vektora na štvrtom desatinnom mieste sú plne v súlade so zvolenou číselnou neistotou $fw=0.001$, ktorá pri priemernej dĺžke základnice 130.702 [m] ohraničuje maximálnu opravu polohy bodu (medzu linearizácie) 2,59 [mm].

Štatistickým testovaním pri zvolenom koeficiente spoľahlivosti 0,95 boli detekované dve odľahlé merania (dĺžka a smer z bodu 44 na bod 50). Stopa redundančnej matice odhaľuje miesta slabšie kontrolovateľné na ich prítomnosť (v protokole označené r*). Uvedené príčiny sú dôvodom, prečo je do programu odhadu parametrov 1. a 2. rádu popri parametrickom testovaní odľahlých meraní zaradená aj ich heuristická analýza:

Heuristická analýza meraní

Filter heuristickej analýzy: 1.70

Meraná v.	l [m]	l [^] [m]	v * [mm]	pi	s(v) [mm]	s(l [^]) [mm]	r *
22-23	55.0460	55.0453	-0.6942	10.4921	2.1753	1.0409	0.667
44-46	61.7340	61.7323	-1.7264	10.4921	1.9631	1.2190	0.543
60-50	89.5820	89.5807	-1.3476	10.4921	2.2976	0.9124	0.744
23-50	119.3880	119.3872	-0.8182	10.4921	2.3102	0.8977	0.752
22-50	140.3910	140.3904	-0.5687	10.4921	2.1957	1.0210	0.679
60-44	145.6900	145.6909	0.9468	10.4921	2.0249	1.1717	0.578
60-46	160.3390	160.3395	0.5375	10.4921	1.9333	1.2406	0.527
60-23	162.6850	162.6835	-1.5311	10.4921	2.1648	1.0508	0.660
44-50	167.7600	167.7533	-6.7266	1.2767	7.3710	1.3501	0.932
60-22	204.4070	204.4100	2.9612	10.4921	2.0745	1.1312	0.607
	[g]	[g]	[cc]		[cc]	[cc]	
60-23	0.0000	-0.0001	-1.4759	1.0000	6.3487	3.9559	0.541
60-22	12.5534	12.5535	0.5641	1.0000	6.6502	3.7219	0.594
60-50	51.1398	51.1401	3.4407	1.0000	5.8275	4.3079	0.456
60-46	123.2922	123.2918	-4.4550	1.0000	4.9860	4.7675	0.334
60-44	148.4334	148.4336	1.9261	1.0000	5.5724	4.4600	0.417
23-22	0.0000	0.0000	0.1096	1.0000	4.4628	4.9996	0.268*
23-50	111.8192	111.8194	1.8470	1.0000	5.7536	4.3532	0.445
23-60	148.1337	148.1335	-1.9566	1.0000	5.8272	4.3081	0.456
22-50	0.0000	-0.0007	-7.1314	1.0000	6.0977	4.1329	0.499
22-60	23.6826	23.6832	6.0526	1.0000	6.4192	3.9034	0.554
22-23	62.9960	62.9961	1.0788	1.0000	5.1772	4.6732	0.360
50-44	0.0000	0.0004	3.7349	1.0000	4.9532	4.7832	0.330
50-60	66.8812	66.8807	-4.8538	1.0000	5.5044	4.4985	0.407
50-23	179.4262	179.4263	1.0332	1.0000	5.5282	4.4851	0.411
50-22	204.6101	204.6101	0.0856	1.0000	5.5310	4.4835	0.411
46-44	0.0000	-0.0000	-0.0860	1.0000	4.2291	5.0918	0.240*
46-60	72.4791	72.4791	0.0860	1.0000	4.2291	5.0918	0.240*
44-60	0.0000	0.0003	2.8474	1.0000	4.4158	5.0187	0.262*
44-50	35.8290	35.8265	-25.0494	0.1254	22.8032	5.8077	0.876
44-46	102.3793	102.3793	0.2942	1.0000	3.9539	5.1922	0.210*

v* - Odľahlé meranie

r* - Meranie nekontrolovateľné na prítomnosť hrubej chyby (r*<0.30)

Parametre 2. rádu

Štandardná smerodajná odchýlka meraných vzdialeností: 2.66 [mm]

Štandardná smerodajná odchýlka meraných smerov: 8.63 [cc]

Súradnice

	X ^o [m]	Y ^o [m]	dC [^] [mm]	X [^] [m]	Y [^] [m]	sX [^] [mm]	sY [^] [mm]	sxy [mm]	sp [mm]
22	1239208.033	261476.586	0.6293	1239208.0336	261476.5863	0.8077	0.5500	0.69	0.98
23	1239228.848	261527.544	0.7994	1239228.8488	261527.5442	0.7317	0.4931	0.62	0.88
44	1239512.331	261523.831	0.4694	1239512.3311	261523.8314	0.8762	0.5610	0.74	1.04
46	1239488.045	261467.078	0.8373	1239488.0446	261467.0773	0.9933	0.6891	0.85	1.21
50	1239345.805	261503.576	0.2821	1239345.8052	261503.5759	0.6625	0.5408	0.60	0.86
60	1239380.625	261586.113	1.3568	1239380.6236	261586.1130	0.6070	0.5632	0.59	0.83

* Body prekračujúce medzu linearizácie

Zvolená hladina významnosti Alfa	=	0.050
Počet kritických meraní *	=	0
Štandardná smerodajná odchýlka apriórna	=	8.628
Štandardná smerodajná odchýlka aposteriórna	=	5.842
Kritická hranica $s0_aposteriornej$	=	11.138
$s0_aposter^2/s0_aprior^2$	=	0.458
Krit. pomer $s0_aposter^2/s0_aprior^2$	=	1.666
Priemerná dĺžka strany [m]	=	130.702
Číselná neistota fw	=	0.001
Medza linearizácie [mm]	=	2.590
Stredná súradnicová chyba v sieti [mm]	=	0.689
Stredná polohová chyba v sieti [mm]	=	0.974
Efektívnosť vyrovnania	=	0.625
Redundancia	=	15.000
tr(R)	=	15.000

Kritické hodnoty distribučných funkcií

t(Alfa, f)	=	2.131
$\chi^2(\text{Alfa, f})$	=	24.996
Numerické kontroly výpočtu: K1	=	2.271e-011
K2	=	4.016e-011

Sprostredkujúce veličiny

St-C	l [m]	l0 [m]	dl [mm]	w_spr [mm]	w_xy * [mm]
22-23	55.0460	55.0453	0.7278	-0.6942	-0.6942
44-46	61.7340	61.7310	3.0288	-1.7264	-1.7264
60-50	89.5820	89.5812	0.8146	-1.3476	-1.3476
23-50	119.3880	119.3876	0.3755	-0.8182	-0.8182
22-50	140.3910	140.3908	0.1738	-0.5688	-0.5688
60-44	145.6900	145.6898	0.1995	0.9467	0.9467
60-46	160.3390	160.3384	0.6464	0.5374	0.5374
60-23	162.6850	162.6855	-0.5417	-1.5311	-1.5311
44-50	167.7600	167.7533	6.6880	-6.7267	-6.7267
60-22	204.4070	204.4117	-4.7467	2.9612	2.9612
60-23	571.0058	571.0059	-0.1600	-0.3772	-0.3771
60-22	757.7671	757.7678	-0.7398	0.1811	0.1811
60-50	386.3794	386.3790	0.4413	0.4842	0.4842
60-46	873.2898	873.2895	0.3100	-1.1220	-1.1220
60-44	851.0412	851.0415	-0.3288	0.4408	0.4408
23-22	238.0486	238.0487	-0.1340	0.0095	0.0095
23-50	726.0019	726.0026	-0.6293	0.3464	0.3464
23-60	59.9155	59.9142	1.2534	-0.5000	-0.5000
22-50	27.1604	27.1591	1.3480	-1.5727	-1.5727
22-60	115.5884	115.5894	-1.0173	1.9434	1.9434
22-23	65.1187	65.1189	-0.2546	0.0933	0.0933
50-44	20.3035	20.3045	-1.0030	0.9842	0.9842
50-60	104.9533	104.9514	1.8757	-0.6830	-0.6830
50-23	350.9342	350.9353	-1.0677	0.1938	0.1938
50-22	468.2090	468.2099	-0.8446	0.0189	0.0189
46-44	72.0061	72.0062	-0.0428	-0.0083	-0.0083
46-60	369.5718	369.5717	0.1112	0.0217	0.0217
44-60	393.3418	393.3435	-1.7715	0.6516	0.6516
44-50	547.3218	547.3171	4.6631	-6.6007	-6.6007
44-46	265.9388	265.9397	-0.9654	0.0285	0.0285

w* - Odľahlé meranie

Štandardné chybové elipsy

Konfidenčné chybové elipsy
Pre pravdepodobnosť 95.0 percent

č.b.	Štandardné chybové elipsy			Konfidenčné chybové elipsy Pre pravdepodobnosť 95.0 percent		
	a [mm]	b [mm]	stočenie(a) [g]	a [mm]	b [mm]	stočenie(a) [g]
22	0.821	0.529	15.3077	2.229	1.436	15.3077
23	0.741	0.479	13.4749	2.012	1.299	13.4749
44	0.882	0.551	9.7137	2.395	1.496	9.7137
46	0.994	0.688	397.0845	2.697	1.868	397.0845
50	0.688	0.508	26.1244	1.867	1.379	26.1244

60 0.614 0.555 23.4677 1.667 1.507 23.4677

Z výpočtového protokolu vyplýva, že približne desať násobným znížením váhy meranej dĺžky a smeru medzi bodmi 44 a 50 dochádza k nárastu ich opráv. Naopak, pri nezmenených váhach ostatných meraní dochádza k poklesu absolútnych hodnôt ich opráv. Pomer aposteriórnej a apriórnej jednotkovej variancie poklesol z 1.000 na 0.458 a signalizuje podstatne vyššiu kvalitu variančných komponentov použitého prístrojového vybavenia na meraniach nezaťažených hrubými chybami. Priaznivá bola tiež zmena ukazovateľov presnosti meraní aj určovaných parametrov.

Záver

V príspevku je pre merané smery navrhnutá pôvodná sprostredkujúca veličina orientovaná oblúková vzdialenosť, ktorá je konfrontovaná so zodpovedajúcim štandardnými sprostredkujúcimi veličinami na ktoré sa merané smery pri vyrovnaní transformujú. Riešením prakticky zameraných sietí sa preukázalo, že orientovaná oblúková vzdialenosť vedie k identickým výsledkom ako pri štandardných postupoch transformácie smerov na orientované smery alebo uhly. Ako metrická veličina však názornejšie informuje riešiteľa geodetickej úlohy o chybových pomeroch v cieľových bodoch a o ich kvalite.

Literatúra - References

- Böhm, J.: Ověření zákonitostí v kombinovaných lokálních sítích. *Geodetický a kartografický obzor, ročník 33 (75), 1987, č.11, s. 298-303.*
- Böhm, J., Radouch, V., Hampacher, M.: Teorie chyb a vyrovnávací počet, *Praha, Geodetický a kartografický podnik, 1990.*
- Böhm, J.: Vliv aproximace vah v trilateraci. *Geodetický a kartografický obzor, ročník 31 (73), 1985, č.4, s. 87-89.*
- Dostál, Z.: Lineární algebra. *VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ostrava, 1980.*
- Chen, Y. Q., Chrzanowski, A., Kavouras, M.: Assessment of observations using Minimum Norm Quadratic Unbiased Estimation (MINQUE). *CISM Journal ACSGC, volume 44, 1990, n.4, p. 39-46.*
- Klobušíak, M.: Odhad lokálne minimálnych variancií na počítači. *Geodetický a kartografický obzor, ročník 36 (78), 1990, č.4, s. 75-78.*
- Kubáček, L., Kubáčková, L.: Statistická hlediska při zpracování heterogenních dat. *Geodetický a kartografický obzor, ročník 44 (86), 1998, č.11, s. 237-240.*
- Kubáčková, L., Kubáček, L., Kukuča, J.: Pravdepodobnosť a štatistika v geodézii a geofyzike, *Bratislava, Veda, 1982.*
- Kubik, K.: An error theory for the Danish method, *Proceedings of the symp. of Commission III of Int. oc. of Photogr. Helsinki, 1982.*
- Skořepa, Z., Dušek, R.: Odhad parametrů 2. řádu v polohové síti. *Geodetický a kartografický obzor, ročník 44 (86), 1998, č.10, s. 223-234.*