

Meranie pretvorení dynamicky namáhaných konštrukcií

Kadlečíková Vanda a Kyrinovič Peter¹

Measurement of deformations of dynamically weighted constructions

A measure of deformation of the New bridge over Danube in Bratislava during traffic, determination of position of the target moved on the 2D trajectory, data registration with the DocWork software, computation of coordinates in trajectory points, comparison of the determined and given trajectory, time series analysis, estimation of total station accuracy, accuracy determination by dynamic tests of automatic total station, actual error distribution, interpretation of results.

Key words: *Dynamic weighted constructions, time series, cyclic component, testing of automatic total station, DocWork software.*

Úvod

Pri monitorovaní stavieb, ktoré sú vystavené dynamickým účinkom, často nie je postačujúci len dynamický výpočet, ale je potrebné uskutočniť experimentálne merania. Nevyhnutnou súčasťou je overenie dynamických vlastností týchto objektov pred uvedením do prevádzky. Monitorovanie dynamicky namáhaných konštrukcií sa deje v okamihoch pretvárania konštrukcie a vyžaduje veľké množstvo presných meraní počas krátkeho času. Správna voľba prístrojového vybavenia, registrácia meraných údajov a v neposlednom rade spôsob a metóda spracovania údajov sú základnými faktormi pre monitorovanie dynamiky stavebných objektov. V predkladanom článku popisujeme postup merania a výsledky testov pri určovaní polohy a výšky pohybujúceho sa objektu pomocou univerzálnej meracej stanice Leica TCA 1101.

Presnosť určenia trajektórie pohybujúceho sa cieľa

Cieľom experimentu bolo určiť trajektóriu pohybujúceho sa odrazového hranola vo vodorovnej rovine pomocou univerzálnej meracej stanice (UMS) Leica TCA 1101 a porovnanie s danou (skutočnou) trajektóriou.

Merací systém použitý na určenie trajektórie pohybujúceho sa objektu tvorí:

- univerzálna meracia stanica Leica TCA 1101,
- odrazový hranol Leica,
- prenosný počítač so softvérom na automatizovanú registráciu údajov – DocWork,
- prípravok s mechanickým posunom.

Prístroj Leica TCA 1101 umožňuje automatizované vyhľadanie a kontinuálne sledovanie pohybujúceho sa cieľa. Prístroj charakterizuje presnosť meraného smeru 0,5 mgon a presnosťou meranej dĺžky 1 + 2 ppm. Vzhľadom na krátku vzdialenosť medzi prístrojom a odrazovým hranolom, ako aj skutočnosť, že meranie bolo realizované v laboratórnych podmienkach, je možné definovať strednú chybu meranej dĺžky hodnotou 1 mm. Vysoká frekvencia záznamov pri meraní 1,25 Hz (1 záznam/0,8 sekundy) neumožňovala klasickú registráciu na PCMCIA kartu prístroja. Z toho dôvodu boli merané údaje automatizovane presmerované a registrované pomocou programu DocWork do on-line pripojeného počítača.

Trajektória pohybujúceho sa odrazového hranola bola simulovaná pomocou prípravku s mechanickým posunom. Prípravok sa skladá z dvoch častí – hornej pohyblivej a dolnej pevnej časti. Horná časť umožňuje pohyb upevneného odrazového hranola v horizontálnej rovine v dvoch na seba kolmých smeroch. Posun sa vykonáva ručne otáčaním mikrometrických skrutiek (obr. 1). Dolná časť zabezpečuje stabilné upevnenie prípravku na statíve, resp. na pilieri. Súčasťou dolnej časti sú dva páry mechanických posuvných skrutiek s rozsahom 25 mm, ktoré umožňujú posun hornej časti. Presnosť posunu je 0,05 mm. Celé meranie bolo vykonávané v laboratórnych podmienkach, pričom UMS a prípravok s odrazovým hranolom boli umiestnené na pilieroch. Vzdialenosť medzi meracou stanicou a hranolom bola 15,6 m.

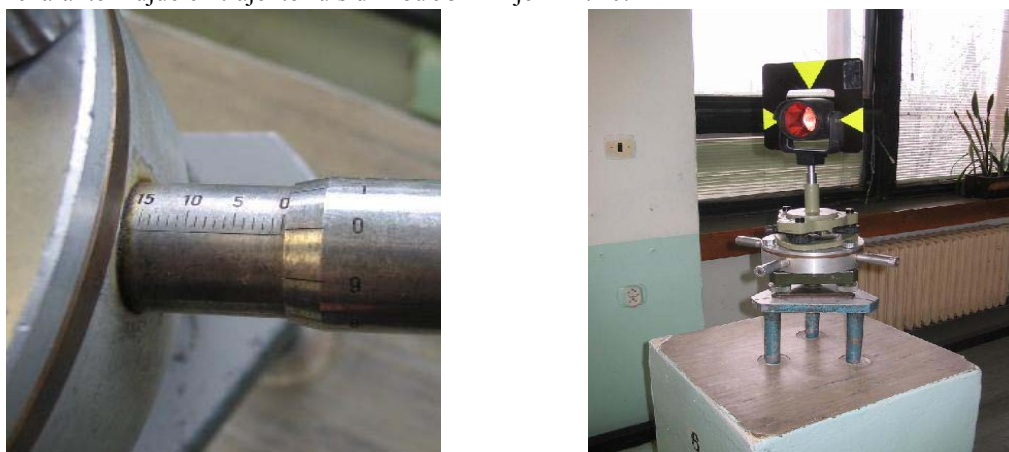
Pred začatím merania bolo vykonané manuálne zacielenie na hranol. Po spustení merania pomocou programu DocWork meracia stanica automatizovane sledovala cieľ a určovala jeho polohu. Odrazový hranol, umiestnený na prípravku, bol ručne posúvaný pomocou posuvných skrutiek po známej dráhe. Po prekonaní

¹ Ing. Vanda Kadlečíková, Katedra geodézie, Stavebná fakulta, STU Bratislava, Radlinského 11, 81368 Bratislava, tel: 02-5927 4394, vanda.kadlecikova@stuba.sk

Ing. Peter Kyrinovič, Katedra geodézie, Stavebná fakulta, STU Bratislava, Radlinského 11, 813 68 Bratislava, tel: 02-5927 4310, peter.kyrinovic@stuba.sk

(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 17. 5. 2005)

trajektórie s dĺžkou 5 mm bol odrazový hranol zastavený na čas zodpovedajúci 8 meraniam. Celkový počet meraní charakterizujúcich trajektóriu s dĺžkou 95 mm je $n = 720$.



Obr. 1. Detail stupnice posuvnej skrutky (vľavo) a odrazový hranol upevnený na prípravku s horizontálnym posunom (vpravo)
 Fig. 1. The Detail of scale of the sliding screw (left) and the reflective prism plant on the preparation with the horizontal slide (right)

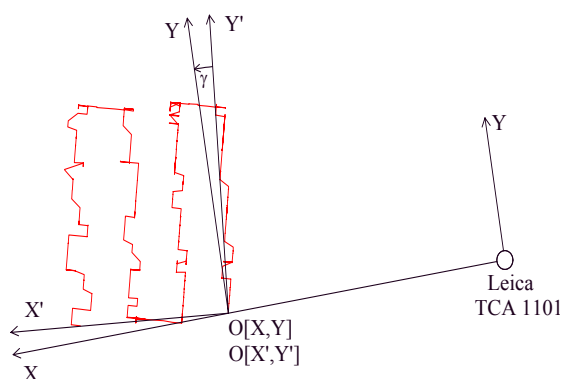
Spracovanie nameraných údajov

Spracovanie meraných údajov pozostáva z výpočtu súradníc bodov meranej trajektórie, transformácie meranej a danej trajektórie do jedného súradnicového systému a ich vzájomného porovnania.

Ak sa posuvný prípravok nedá natočiť tak, aby osi posuvných skrutiek boli rovnobežné so súradnicovým systémom meranej trajektórie. Podmienka, aby oba súradnicové systémy boli rovnobežné, nie je splnená. Pre ďalší výpočet a spracovanie boli zadefinované dva pravouhlé súradnicové systémy s rovnakou orientáciou súradnicových osí :

- súradnicový systém meranej trajektórie $O[x,y]$, kde os X je totožná so spojnicou prístroja a prvého bodu na trajektórii (v smere meranej dĺžky) a os Y je na ňu kolmá,
- súradnicový systém danej trajektórie $O[x',y']$, os X' je totožná s osou posuvných skrutiek prípravku v pozdĺžnom smere (kvázi v smere meranej dĺžky) a os Y' v priečnom smere.

Poloha každého bodu meranej trajektórie je vyjadrená pravouhlými súradnicami X a Y v súradnicovom systéme meranej trajektórie $O[X,Y]$. Súradnice boli vypočítané polárnou metódou. Odrazový hranol sa pohybuje



v smere osi X' , resp. Y' , takže meraná trajektória nie je rovnobežná so súradnicovým systémom $O[X,Y]$. Hodnotu natočenia trajektórie vzhľadom na os X , resp. Y vyjadruje uhol γ (obr. 2).

Obr. 2. Uhol stočenia súradnicového systému danej trajektórie $O[X',Y']$ vzhľadom na súradnicový systém meranej trajektórie $O[X,Y]$
 Fig. 2. The angle rotation of the coordinate system of given trajectory $O[X',Y']$ in relation to the coordinate system of the measured trajectory $O[X,Y]$

Porovnanie danej a meranej trajektórie

Presnosť určenia trajektórie pohybujúceho sa cieľa univerzálnou meracou stanicou Leica vykonáme porovnaním meranej a danej trajektórie. Pritom platí predpoklad, že obe trajektórie ležia v navzájom rovnobežných horizontálnych rovinách. Na posúdenie presnosti relatívnej polohy bodu stačí porovnať súradnicové rozdiely meranej a danej trajektórie, nakoľko odrazový hranol sa pohyboval v smere danej trajektórie.

Aby bolo možné vyjadriť presnosť určenia polohy bodov trajektórie v smere meranej dĺžky a v smere priečnom na meranú dĺžku, musíme pretransformovať súradnice bodov danej trajektórie do súradnicového systému $O[X,Y]$.

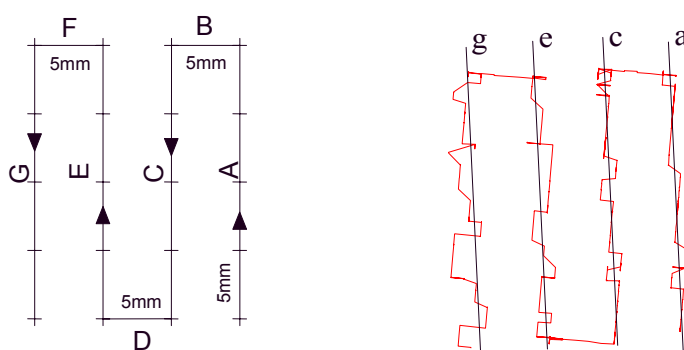
Transformácie vykonáme na základe troch transformačných prvkov – jednej rotácie (uhol stočenia γ) a dvoch translácií (posunutie Δx a Δy) v piatich krokoch:

- výpočet uhla stočenia γ meranej trajektórie vzhľadom na súradnicový systém $O[X,Y]$,
- transformácia danej trajektórie zo súradnicového systému $O[X',Y']$ do súradnicového systému $O[X,Y]$ (pootočenie meranej trajektórie o uhol γ),
- výpočet súradníc stredov meranej a danej trajektórie,
- stotožnenie stredov oboch trajektórií (posunutie danej trajektórie o hodnotu Δx a Δy).

Meranú trajektóriu môžeme graficky rozdeliť na pozdĺžnu časť (v smere meranej dĺžky) a priečnu časť (v smere priečnom na meranú dĺžku). Priečna časť meranej trajektórie bola rozdelená na štyri časti. Metódou regresnej analýzy boli preložené štyri nezávislé regresné priamky a , c , e a g cez jednotlivé priečne časti trajektórie a vypočítané ich smernice A_a , A_c , A_e a A_g (obr. 3). Zo smerníc priamok a , c , e a g bola vypočítaná váženým priemerom smernica regresnej priamky A_r podľa vzťahu (1), ktorá definuje uhol stočenia celej priečnej časti trajektórie.

$$A_r = \frac{A_a \cdot n_a + A_c \cdot n_c + A_e \cdot n_e + A_g \cdot n_g}{n_a + n_c + n_e + n_g}, \quad (1)$$

kde A_a, A_c, A_e, A_g sú smernice priamok a, c, e, g ,
 n_a, n_c, n_e, n_g sú počty bodov, ktoré boli použité na výpočet regresnej priamky.



Obr. 3. Daná trajektória – smer pohybu a označenie častí trajektórie (vľavo) a meraná trajektória s regresnými priamkami (vpravo)
 Fig. 3. Given trajectory the direction of motion and description of the part of trajectory (left) and the measured trajectory with regression lines

Uhol stočenia výslednej regresnej priamky A_r vyjadruje vzťah

$$\gamma = \text{atan}|A_r|, \quad (2)$$

jeho hodnota je 2,5151 gon.

Pri dodržaní predpokladu, že pozdĺžna a priečna časť trajektórie sú navzájom kolmé, uhol γ vyjadruje natočenie celej meranej trajektórie vzhľadom na súradnicový systém meranej trajektórie $O[X,Y]$. Súradnice bodov meranej trajektórie, ktorej regresná priamka A_r bude rovnobežná s osou Y súradnicového systému $O[X,Y]$, boli vypočítané podľa vzťahov

$$X^M = s \cdot \sin(z) \cdot \cos(\alpha - \gamma), \quad (3)$$

$$Y^M = s \cdot \sin(z) \cdot \sin(\alpha - \gamma). \quad (4)$$

Na základe uhla γ bola pretransformovaná (pootočená) daná trajektória zo súradnicového systému $O[X',Y']$ do súradnicového systému $O[X,Y]$.

Výpočet posunutia trajektórie

Po natočení danej trajektórie ostávajú ešte posunúť danú trajektóriu o hodnoty posunutia Δx a Δy , definované súradnicovým systémom $O[X,Y]$. Posunutie Δx a Δy vyplýva zo vzťahov

$$\Delta x = X_S^M - X_S^D, \quad (5)$$

resp.
$$\Delta y = Y_S^M - Y_S^D, \quad (6)$$

kde X_S^M a Y_S^M sú súradnice stredu meranej pootočenej trajektórie,

X_S^D a Y_S^D sú súradnice stredu danej pootočenej trajektórie.

Z časti A, C, E a G meranej pootočenej trajektórie boli vypočítané priemerné súradnice \bar{X}_A , \bar{X}_C , \bar{X}_E a \bar{X}_G . Vzdialenosť v smere osi X medzi časťou A a G vyjadruje súradnicový rozdiel

$$\Delta x_{A,G} = \bar{X}_A - \bar{X}_G \quad (7)$$

Vypočítaná vzdialenosť časti A a G je 16,0 mm a skutočná vzdialenosť danej trajektórie je 15,0 mm. Chyba smere osi X je určená zo vzťahu

$$\varepsilon_{\Delta xAG} = 15,0 - \Delta x_{A,G} [mm]. \quad (8)$$

Obdobným postupom bol vypočítaný súradnicový rozdiel medzi časťami C a E $\Delta x_{C,E} = 6,2$ mm a chyba $\varepsilon_{\Delta xCE} = 1,2$ mm, pričom vzdialenosť danej trajektórie medzi časťami C a E je 5 mm.

Chyby $\varepsilon_{\Delta xAG}$ a $\varepsilon_{\Delta xCE}$ boli rozdelené úmerne k počtu bodov jednotlivých častí medzi súradnice \bar{X}_A a \bar{X}_G a súradnice \bar{X}_C a \bar{X}_E . Chyby prislúchajúce súradnici \bar{X}_A a \bar{X}_G , resp. \bar{X}_C a \bar{X}_E určujú vzťahy

$$\varepsilon_{XA} = \frac{\varepsilon_{\Delta xAG} \cdot n_A^{-1}}{n_A^{-1} + n_G^{-1}}, \quad \varepsilon_{XG} = \frac{\varepsilon_{\Delta xAG} \cdot n_G^{-1}}{n_A^{-1} + n_G^{-1}}, \quad (9)$$

$$\text{resp.} \quad \varepsilon_{XC} = \frac{\varepsilon_{\Delta xCE} \cdot n_C^{-1}}{n_C^{-1} + n_E^{-1}}, \quad \varepsilon_{XE} = \frac{\varepsilon_{\Delta xCE} \cdot n_E^{-1}}{n_C^{-1} + n_E^{-1}}. \quad (10)$$

kde n_A , n_C , n_E a n_G je počet bodov meranej trajektórie častí A, C, E a G.

Súradnicu stredu meranej trajektórie X_S^M určuje vzťah

$$X_S^M = \frac{(\bar{X}_A + \varepsilon_{XA}) \cdot n_A + (\bar{X}_C + \varepsilon_{XC}) \cdot n_C + (\bar{X}_E + \varepsilon_{XE}) \cdot n_E + (\bar{X}_G + \varepsilon_{XG}) \cdot n_G}{4 \cdot (n_A + n_C + n_E + n_G)}. \quad (11)$$

Súradnicu stredu meranej trajektórie Y_S^M bola vypočítaná z častí B, D a F meranej trajektórie. Výpočet vychádza zo súradnicových rozdielov $\Delta y_{B,D}$ a $\Delta y_{D,F}$ a vzdialenosti daných častí trajektórie B-D a D-F, ktorých hodnota je 20 mm. Pre súradnicu Y_S^M platí

$$Y_S^M = \frac{(\bar{Y}_B + \varepsilon_{YB}) \cdot n_B + (\bar{Y}_D + \varepsilon_{YD}) \cdot n_D + (\bar{Y}_F + \varepsilon_{YF}) \cdot n_F}{3 \cdot (n_B + n_D + n_F)}. \quad (12)$$

Súradnice stredu danej trajektórie X_S^D a Y_S^D , v súradnicovom systéme O[X,Y], udávajú vzťahy

$$X_S^D = X_1^D + 7,5mm, \quad (13)$$

$$Y_S^D = Y_1^D + 10,0mm, \quad (14)$$

kde X_1^D a Y_1^D sú pravouhlé súradnice prvého bodu danej trajektórie.

Analýza presnosti meranej dráhy

Strednú chybu určenia súradníc bodov v smere osi X (prevládajúci smer merania dĺžok) a v smere osi Y (prevládajúci smer merania uhlov) definujú vzťahy

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{X_i}^2}{n}} \quad \text{a} \quad \sigma_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_{Y_i}^2}{n}}, \quad (15)$$

kde ε_{X_i} a ε_{Y_i} sú skutočné chyby - odchýlky (vzdialenosti) bodov meranej trajektórie od danej trajektórie v smere osí X a Y.

Stredné chyby σ_X pre časti A, C, E a G a stredné chyby σ_Y pre časti B, D a F sú uvedené v tab. 1.

Tab. 1. Hodnoty stredných chýb určenia súradníc bodov

Tab. 1. The values of average deviation of the coordinate points of determination

Časť trajektórie	Dĺžka trajektórie [mm]	Počet bodov charakterizujúcich dráhu	Stredná chyba	
			σ_x [mm]	σ_y [mm]
A	20	126	1,06	-
C	20	121	0,45	-
E	20	192	0,45	-
G	20	160	0,41	-
A+C+E+G	80	599	0,62	-
B	5	34	-	0,23
D	5	56	-	0,31
F	5	31	-	0,36
B+D+F	15	121	-	0,31

Meranie pretvorenia mostného objektu počas prevádzky

Cieľom druhého experimentu bolo overiť možnosť využitia UMS Leica TCA 1101 na určenie zvislých posunov a pretvorení dynamicky namáhanej konštrukcie. Pretvorenie nosnej konštrukcie bolo merané na troch pozorovaných bodoch, stabilizovaných na Novom moste cez Dunaj v Bratislave.

Z konštrukčného hľadiska mosta sa jedná o oceľovú konštrukciu pozostávajúcu z nosného trámu tvoriaceho vozovku a chodníky, jednej pevnej podpory vo forme pylónu na petržalskej strane, jednej kyvnnej podpory na bratislavskej strane a dvojice opôr na oboch brehoch Dunaja. Nosný trám je navyše zavesený na piatich nosných lanách, podporetých pylónom mosta. Pretvorenie oceľovej nosnej konštrukcie vzniká vplyvom:

- teplotných zmien konštrukcie a nárazom vetra,
- zaťažením mosta vozidlami, ako pohybujúcimi sa bremenami,
- nárazmi kolies na dilatačný záver mosta alebo nerovnosť vozovky.

Pri meraní bolo použité rovnaké príslušenstvo a pomôcky ako pri predchádzajúcom experimente. Na meranie pretvorenia bola použitá metóda trigonometrického merania výšok s využitím automatizovaného cieľenia prístroja Leica TCA 1101 a registrácie údajov. Počas celého merania bolo zamračené a bezvetrie s teplotou ovzdušia +18 °C.

Meranie bolo vykonané postupne na troch pozorovaných bodoch P1, P2 a P3 (obr. 4). Poloha bodov bola zvolená v mieste ukotvenia oceľových nosných lán s nosným trámom mosta. Pozorované body tvoril odrazový hranol firmy Leica. Nakoľko mechanické pripevnenie hranola priamo na konštrukciu nosného trámu nebolo možné, odrazový hranol bol upevnený na statíve a umiestnený na lávke pre chodcov v blízkosti hlavného nosného trámu. Lávka pre chodcov je pevne spojená s nosným trámom a vytvára jeden celok. Pred meraním bol prijatý predpoklad, že pretvorenie konštrukcie bude vzhľadom na vzdialenosť pozorovaných bodov od mostnej podpory narastať a najväčšie hodnoty posunu pozorovaného bodu by mali nastať na bode P3.



Obr. 4. Umiestnenie stanoviska prístroja a pozorovaných bodov na nosnej konštrukcii Nového mosta cez Dunaj v Bratislave

Fig. 4. Location of position of the instrument and observed points on the carrying construction of the New bridge over Danube in Bratislava

UMS bola umiestnená na pilieri S1 s hĺbkovou stabilizáciou v blízkosti mosta na petržalskej strane (obr. 4). Celé meranie prebiehalo automatizovane (bez zásahu merača) s tým, že počiatočné vyhládanie a zacielenie na odrazový hranol bolo z časových dôvodov vykonané ručne. Spustenie a zastavenie merania bolo vykonávané prostredníctvom on-line pripojeného prenosného počítača pomocou programu Docwork ("EDM_standard_mode"). Do počítača boli následne registrované všetky namerané údaje. Po spustení merania systém zaznamenával vertikálny pohyb nosnej konštrukcie, reprezentovanej odrazovým hranolom. Registrácia údajov prebiehala pri štandardnom móde registrácie údajov s frekvenciou záznamu 1,25 Hz (1 záznam/0,8 sekundy). Výsledný súbor pre jeden pozorovaný bod pozostáva zo 400 záznamov (meraní).

Výpočet charakteristík presností I. a II. rádu pretvorenia mostného objektu

Pretvorenia nosnej konštrukcie boli vypočítané zo vzťahu

$$D_i^P = h_i^P - h_1^P, \quad (16)$$

kde h_i^P sú merané prevýšenia v jednotlivých časových okamihoch na bodoch P1, P2, P3 (i je poradie časového okamihu) a h_1^P sú prvé merané prevýšenia na bodoch.

Prevýšenie bolo vypočítané zo známeho trigonometrického vzťahu

$$h_i^P = s_i^P \cdot \cos(z_i^P), \quad (17)$$

kde s^P sú merané šikmé dĺžky a $z_i^{P1}, z_i^{P2}, z_i^{P3}$ sú merané zenitové uhly.

Stredná chyba meraného prevýšenia je daná vzťahom

$$m^P_h = \sqrt{(s^P_1 \cdot m_z)^2 + (z \cdot m^P_s)^2}, \quad (18)$$

kde m_z je stredná chyba zenitového uhla jedného merania.

Pre apriórnu strednú chybu pretvorenia potom platí

$$m^P_D = m^P_h \cdot \sqrt{2}. \quad (19)$$

Apriórne stredné chyby pretvorenia sú v uvedené tab. 2.

Posúdenie, či k pretvoreniu nosnej konštrukcie v danom bode došlo alebo nie bolo vykonané na základe výsledkov testovania štatistických hypotéz. Nulová hypotéza H_0 , vychádza zo vzťahu, že pretvorenie na danom bode nenastalo ($D^P_i = 0$).

O prijatí, resp. zamietnutí nulovej hypotézy rozhodujú na základe intervalových odhadov na hladine významnosti $\alpha = 0,01$ ($t_\alpha = 2,5$). Ak $|D^P| < \sigma_D$ nulová hypotéza sa prijíma - meranie nedokázalo pretvorenie bodu. V prípade, že $\sigma_D \leq |D^P| \leq t_\alpha \cdot \sigma_D$ predpokladá sa, že posun nastal, pričom riziko takéhoto rozhodnutia je 5 až 30 %. Ak $|D^P| > t_\alpha \cdot \sigma_D$ pretvorenia je reálny s rizikom menším než 1% - nulová hypotéza sa zamietne.

Tab. 2. Apriórne stredné chyby pretvorenia

Tab. 2. The a priori average deviation of deformation

Bod	Šikmá dĺžka – s [m]	Stredná chyba pretvorenia - m_D [mm]	$t \cdot m_D$, $t = 2,5$ (P = 98,8 %) [mm]
P1	78,171	0,7	1,8
P2	117,491	1,1	2,7
P3	173,341	1,6	4,0

Spracovanie meraných údajov analýzou časových radov

Na základe výsledkov testovania hypotézy o pretvorení je možné prehlásiť, či nastalo pretvorenie nosnej konštrukcie v danom bode. Celkovú informáciu o vzájomnej korelácii jednotlivých pretvorení daného pozorovaného bodu je možné získať analýzou príslušného časového radu. Výsledkom analýzy budú matematické modely troch časových radov M^{P1}, M^{P2}, M^{P3} , ktoré funkčne popisujú dané pretvorenia. Na spracovanie boli použité časové rady o dĺžke 395 meraných údajov. Posledných 5 údajov nebolo zaradených do spracovania s tým že ich použijeme na neskoršie porovnanie meraných údajov s predikciou výsledného modelu a s predikciou vytvorenou z periodických zložiek časových radov M^{P1}, M^{P2}, M^{P3} .

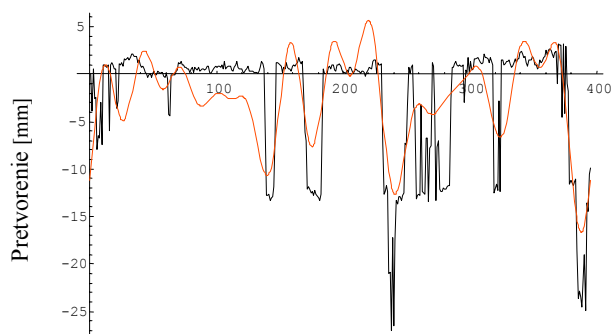
Časový rad je tvorený trendovou, sezónnou, cyklickou a náhodnou zložkou. V časových radoch získaných monitorovaním mostného objektu bol použitý predpoklad o výskyte iba cyklickej a náhodnej zložky, nie o trendovej zložke. pretože nie je predpoklad, že počas tak krátkeho času merania pôsobila na nosnú konštrukciu stála sila (zvislý posun konštrukcie z dôvodu sadania základov a pod.).

Na zistenie významných frekvencií, obsiahnutých v časovom rade bola aplikovaná funkcia "Spektrum" matematického programového balíka Mathematica 5.0 (Wolfram Research, 2003). Táto funkcia umožňuje zistenie počtu cyklov cyklických zložiek obsiahnutých v časovom rade a ku každému počtu cyklov priradí

funkčnú hodnotu spektrálnej hustoty. Spektrálna hustota udáva významnosť daného počtu cyklov v časovom rade.

V ďalšom kroku boli zisťované najvýznamnejšie frekvencie časového radu. Na výber najvýznamnejších frekvencií aplikujeme Fisherov test. Výsledkom testu je desať najvýznamnejších frekvencií a ich koeficienty. Pre výber významných frekvencií však neplatí pravidlo, že čím viac cyklických zložiek sa na popis pretvorenia použije, tým budú pretvorenia popísané presnejšie. Nevhodná voľba významných frekvencií môže spôsobiť opačný efekt – čo sa ukázalo na časovom rade bodu P3. Z hľadiska obmedzeného rozsahu tohto článku budeme uvádzať spracovanie nameraných údajov iba na bode číslo P3.

Na modelovanie cyklickej zložky časového radu sú použité goniometrické funkcie - sínus a kosínus s využitím metódy najmenších štvorcov. Na obrázku č. 5 je grafické znázornenie časového radu pozorovaného bodu P3 (čierna farba) a k nej prislúchajúca odhadnutá cyklická zložka časového radu (oranžová farba).

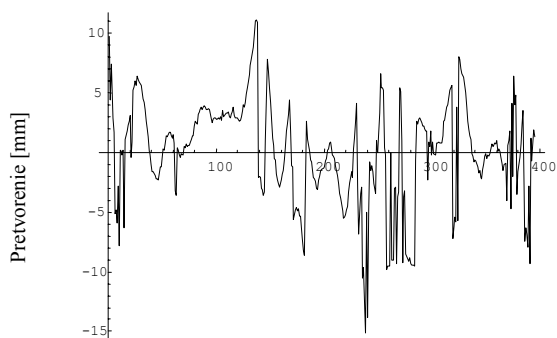


Odhadnuté významné frekvencie cyklickej zložky časového radu sú $2\pi 3/395$, $2\pi 11/395$, $2\pi 8/395$, $2\pi 13/395$, $2\pi 5/395$, $2\pi 6/395$.

Obr. 5. Cyklická zložka CP^3 a pôvodný časový rad meraných pretvorení DP^3

Fig. 5. The cyclic component C^{P3} and the original time series of the measured D^{P3} deformation

Reziduálnu zložku, ktorá vznikla rozdielom medzi meraným pretvorením a periodickou zložkou časového radu znázorňuje obrázok (obr. 6).

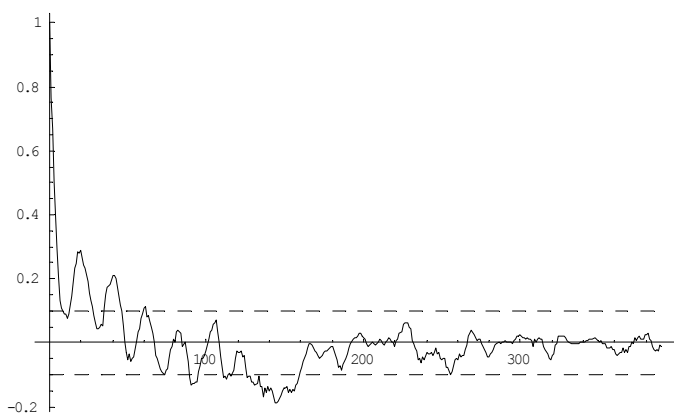


Obr. 6. Reziduálna zložka časového radu

Fig. 6. The residual component of the time series

Z obr. 6 vidieť, ako cyklická zložka C^{P3} nepriaznivo ovplyvnila správanie sa reziduálnych členov r^{P3} . Celkový priemer rezíduí je síce rovný nule, ale postupné klesanie a stúpanie rezíduí hovorí o závislosti medzi jednotlivými reziduálnymi členmi.

Autokorelačná funkcia znázorňuje koreláciu medzi reziduálnymi členmi časového radu (obr. 7). Hodnoty



presahujúce hranicu strednej chyby korelačnej funkcie - smerodajné odchýlky autokorelačnej funkcie (čiarkovaná čiara) indikujú koreláciu (Chatfield, 1982). Hodnoty skúmaného časového radu rezíduí nepovažujeme za náhodné a časový rad nie je realizáciou bieleho šumu.

Obr. 7. Korelačná funkcia rezíduí r^{Pi} a smerodajné odchýlky

Fig. 7. The correlation function of residues of the standard deviation

V ďalšej časti spracovania budeme analyzovať časový rad rezíduí, pričom odhadneme typ a rád modelu, ktorý najlepšie popisuje časový rad rezíduí. Vo všeobecnosti môžeme každý reziduálny člen r_i definovať lineárnym vzťahom

$$r_i = \varphi_1 \cdot r_{i-1} + \varphi_2 \cdot r_{i-2} + \varphi_3 \cdot r_{i-3} + \dots + \varphi_p \cdot r_{i-p} + E_i + \theta_1 \cdot E_{i-1} + \theta_2 \cdot E_{i-2} + \theta_3 \cdot E_{i-3} + \dots + \theta_q \cdot E_{i-q}, \quad (20)$$

kde prvá časť tvorená parametrami φ_1 až φ_p sa nazýva deterministická časť, druhá časť tvorená parametrami θ_1 až θ_q je stochastická časť, E_i až E_{i-q} sú náhodné zložky, p je rád procesu deterministickej časti a q je rád procesu stochastickej časti. Takýto proces sa nazýva ARMA[p, q] proces (zmiešaný proces).

Na identifikáciu modelu reziduálnej zložky (model ARMA, AR, MA) a odhad parametrov modelu (φ , θ) bola použitá Hannan - Rissanenovu procedúru, ktorá zároveň overuje vhodnosť použitého modelu (funkcia HannanRissanenEstimate). V tab. 3. sú odhadnuté parametre modelov, ich stredné chyby a stredné chyby náhodných zložiek.

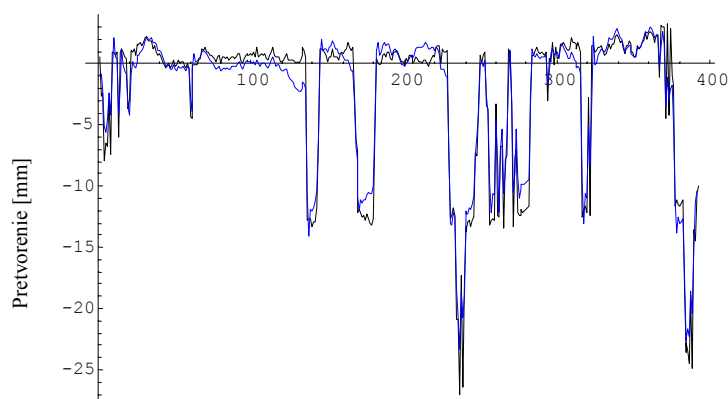
Tab. 3. Odhadnuté parametre modelov, ich stredné chyby náhodných zložiek
Tab. 3. The Estimated parameters of models, their average deviations and random components

Bod	Model	φ [bezrozmerné]	σ_φ [bezrozmerné]	σ_E [mm]
P1	AR[1]	0,60	0,04	1,96
P2	AR[1]	0,76	0,03	1,84
P3	AR[3]	0,65	0,05	6,71
		0,28	0,06	
		-0,15	0,05	

Výsledná funkcia časového radu M^{P3} pozostávajúca z cyklickej zložky C^{P3} a AR[3] modelu má tvar

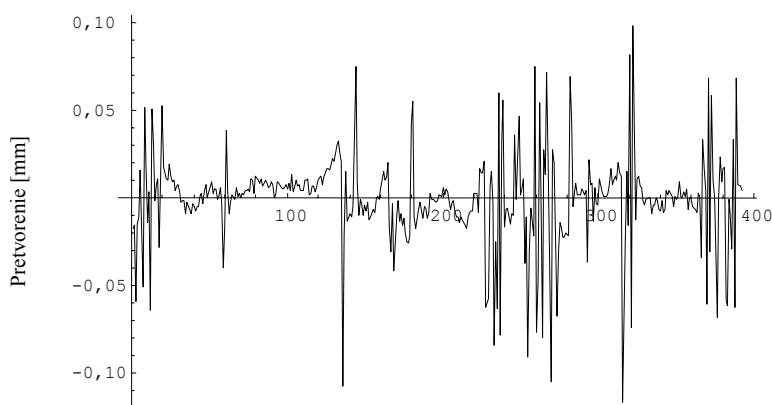
$$M^{P3}_i = C^{P3}_i + \varphi^{P3}_1 \cdot r^{P3}_{i-1} + \varphi^{P3}_2 \cdot r^{P3}_{i-2} + \varphi^{P3}_3 \cdot r^{P3}_{i-3}, \quad (21)$$

kde $i = 4 \dots 395$



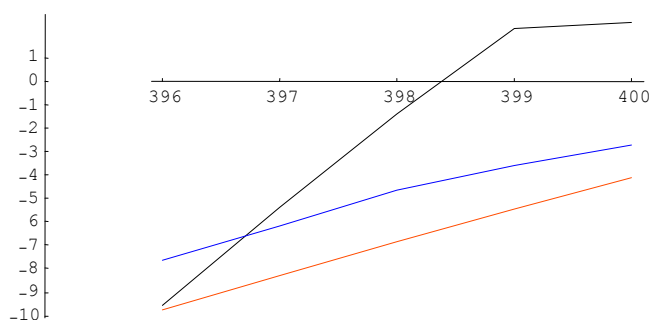
Grafické znázornenie pôvodného časového radu a odhadnutej funkcie M^{P3} je na obr.8.

Obr. 8. Funkcia časového radu M^{P3} (modrá farba) a pôvodný časový rad (čierna farba)
Fig. 8. The function of time series M^{P3} (blue color) and the original time series (black color)



Reziduálnu zložku, ktorá vznikla rozdielom medzi meraným pretvorením a výsledným modelom znázorňuje obr. 9.

Obr. 9. Reziduálna zložka r_m^{P3}
Fig. 9. The residual component r_m^{P3}



Obr. 10. Predikcia M^{P3} (modrá farba), periodická zložka C^{P3} (červená farba) a merané pretvorenia D^{P3} (čierna farba) časového radu
 Fig. 10. The prediction M^{P3} (blue color), periodic component C^{P3} (red color) and measured deformation D^{P3} (black color) of the time series

Poznaním presného matematického vzťahu funkcie časového radu M^{P3} môžeme predpovedať ďalšie správanie sa konštrukcie v mieste pozorovaného bodu. Predikcia zároveň predstavuje overenie správnosti matematickej funkcie časového radu, nakoľko meranú hodnotu pretvorenia poznáme. Zo štatistického hľadiska je možné spoľahlivo predpovedať maximálne päť nasledujúcich hodnôt. Na obr.10 sú znázornené hodnoty časového radu $i = 396$ až 400 pretvorenia D^{P3} , periodickej zložky C^{P3} a predikcie vytvorenej modelom M^{P3} . Maximálny rozdiel medzi predpovedanou hodnotou a nameranou hodnotou pretvorenia dosahuje 4 mm.

Záver

Cieľom experimentu bolo overiť presnosť určenia trajektórie pohybujúceho sa odrazového hranola v horizontálnom smere univerzálnou meracou stanicou Leica TCA 1101 a následne porovnať meranú trajektóriu s danou trajektóriou. Danú trajektóriu vytvára mechanické posuvné zariadenie, na ktorom bol upevnený odrazový hranol. Presnosť určenia polohy bodu pomocou prípravku môžeme charakterizovať hodnotou 0,05 mm. Pre spracovanie bola meraná trajektória rozdelená na sedem častí, ktoré umožnili na základe výsledkov regresnej analýzy výpočet skutočných chýb v prevládajúcom smere merania uhlov a v prevládajúcom smere merania dĺžok. Realizovaný experiment umožnil výpočet charakteristík presnosti σ_X a σ_Y jednotlivých častiach trajektórie.

Priemerná stredná chyba súradnice σ_X meraných bodov v časti A, C, E a G je 0,62 mm. V častiach trajektórie B, D a F je priemerná stredná chyba súradnice σ_Y je 0,31 mm. Pri vzdialenosti UMS a odrazového hranola 15,63 m stredná chyba súradnice σ_Y zodpovedá uhlovej hodnote 1,3 mgon. Presnosť určenia súradníc bodov trajektórie je dvojnásobne vyššia v smere osi Y (prevládajúci smer merania uhlov) ako v smere osi X (prevládajúci smer merania dĺžok).

Využitie funkcie automatizovaného cielenia na stred odrazového hranola a zároveň on-line registrácia meraných údajov do prenosného počítača umožňuje plnohodnotne využívať univerzálne meracie stanice na monitorovanie dynamických javov stavebných objektov. Schopnosť kontinuálneho monitorovania dynamicky namáhaného stavebného objektu bola overená na Novom moste cez Dunaj v Bratislave. Zmena výšky pozorovaného bodu bola zaznamenávaná s frekvenciou 1,25 Hz. Dosiadnutá priemerná presnosť určenia prevýšenia pozorovaného bodu na vzdialenosť 173 m činí 1,1 mm.

Údaje získané kontinuálnym meraním prevýšenia pozorovaného bodu predstavujú z matematického hľadiska časový rad. Analýzou časového radu, jeho rozkladom na jednotlivé zložky a je ich možné matematicky, formou funkcie, popísať. Takto vytvorený funkčný model popisuje správanie sa konštrukcie v čase merania vplyvom nerovnomerného dynamického zaťaženia. Nevýhodou daného postupu monitorovania a spracovania je, že analýza údajov sa vykonáva post-procesingovým spracovaním nameraných údajov.

Príspevok je súčasťou riešenia projektu č. 01/318/03, za podpory vedeckej grantovej agentúry VEGA.

Literatúra – References

Chatfield, C.: Analyse von Zeitreihen. München 1982, Carl Hanser Verlag.
 Wolfram: Mathematica 5.0 Research, 2003 (príručka pre užívateľa).