

## Odvođenje niektorých geometrických veličín z GPS meraní

Adel Alfrehat<sup>1</sup>, Janka Sabová a Marcel Mojzeš<sup>2</sup>

### Derivation of some geometric parameters from GPS measurements

Combining GPS and terrestrial data requires a common coordinate system. When the original GPS vectors do not form a network, the 3D network adjustment can not be performed. In this case, in order to integrate the GPS measurements with the terrestrial observations and to perform a combined network adjustment, the GPS measurements should be transformed to this common system. The GPS measurements which are the usual output of the GPS post processing softwares are based on the WGS84 ellipsoid and the S-JTSK local datum is based on the Bessel ellipsoid. Thus, the reduction of measurements to the S-JTSK mapping plane can not be started from the measurements resulting from GPS post processing softwares because GPS and S-JTSK don't have the same ellipsoid. Another view of this reduction will be described in this paper.

**Key word:** Datum transformation, reduction of GPS measurements to S-JTSK, stochastic models of the derived measurements.

### Výpočet šikmých dĺžok z GPS meraní s ohľadom na Besselov elipsoid

Prvým krokom pre určenie dĺžok z GPS meraní v S-JTSK rovine je vykonanie GPS meraní na plánovaných bodoch, kde sú potrebné dĺžky. Ďalším krokom je spracovanie GPS dát vhodným softvérom. V prípade, že GPS vektory tvoria sieť, nasleduje vyrovnanie a na základe identických bodov zvolených v oblasti GPS merania určenie transformačných parametrov medzi GPS a S-JTSK dátumami.

Karteziánsky súradnicový systém všetkých bodov GPS siete [1] je určovaný Molodenského Badeskasovým transformačným modelom.

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i^{S-JTSK} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_0^{WGS-84} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + (1 + \delta S) \begin{bmatrix} 1 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 1 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_i^{WGS-84} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_0^{WGS-84} \right) \quad (1)$$

Typické transformačné parametre sú tri posunutia  $(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$ , tri rotácie  $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  a jeden mierkový faktor  $(\delta S)$ . Súradnice ťažiskového bodu medzi identickými bodmi sú  $X_0, Y_0, Z_0$ . Šikmá dĺžka  $S_{ij}$  medzi dvoma GPS zameranými bodmi  $i$  a  $j$  sa dá vypočítať s použitím daných súradníc bodov z rovnice (1):

$$S_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (2)$$

### Redukcia šikmých dĺžok na dĺžky geodetických čiar na Besselovom elipsoide

Dĺžku tetivy kruhového oblúka na zvolenej sférickej ploche je daná podľa [2] vzťahom

$$t_{ij} = \sqrt{\frac{S_{ij}^2 - \Delta h_{ij}^2}{\left(1 + \frac{h_i}{R_m}\right) \left(1 + \frac{h_j}{R_m}\right)}} \quad (3)$$

<sup>1</sup> Ing. Adel Alfrehat, PhD, Doc. Dr. Ing. Janka Sabová, Dept. of Geodesy and GIS, Technical University of Košice, Letná 9, Slovakia. [randogps84@hotmail.com](mailto:randogps84@hotmail.com), [Janka.Sabova@tuke.sk](mailto:Janka.Sabova@tuke.sk)

<sup>2</sup> Doc. Ing. Marcel Mojzeš, PhD, Dept. of theoretical Geodesy, Univ. Of Bratislava, Radlinského 11 813 68 Bratislava, Slovakia [marcel.mojzes@stuba.sk](mailto:marcel.mojzes@stuba.sk).

(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 3. 10. 2005)

pričom  $t_{ij}$  je dĺžka tetivy kruhového oblúka,  $S_{ij}$  je šikmá dĺžka vypočítaná z rovnice (2),  $\Delta h_{ij}$  je elipsoidické prevýšenie dvoch koncových bodov,  $h_i$  a  $h_j$  sú elipsoidické výšky koncových bodov získaných transformáciou a  $R_m$  je stredný polomer krivosti aproximujúcej guľovej plochy, ktorého hodnota pre strednú geodetickú šírku  $\phi_m = 48^\circ 40'$  územia SR je  $R_m = 6380,076$  [2].

Dĺžka kruhového oblúka na Besselovom elipsoide sa dá vypočítať podľa [2] z dĺžky tetivy

$$t'_{ij} = 2R_m \arcsin\left(\frac{t_{ij}}{2R_m}\right) \quad (4)$$

### Redukcia elipsoidickej dĺžky do S-JTSK roviny

Elipsoidickú dĺžku  $t'_{ij}$  je ďalej potrebné redukovať do S-JTSK roviny na  $t''_{ij}$  s použitím priemerného mierkového koeficientu podľa [2, 3]

$$t''_{ij} = \left(\frac{k_i + 4k_m + k_j}{6}\right) t'_{ij} \quad (5)$$

kde  $k_i$  a  $k_j$  sú mierkové koeficienty koncových bodov dĺžky a  $k_m$  je mierkový koeficient strednej dĺžky. Hodnoty mierkových koeficientov pre Křovákovo zobrazenie podľa [2, 3, 6] udáva vzťah

$$k_i = 0,9999 + 1,22822036 \cdot 10^{-14} \Delta R_i^2 - 3,154041 \cdot 10^{-21} \Delta R_i^3 + 1,84753 \cdot 10^{-27} \Delta R_i^4 - 1,1464 \cdot 10^{-33} \Delta R_i^5 \quad (6)$$

pre bod  $i$  bod  $j$  a dĺžku  $ij$  s použitím rovnice (6) platí:

$$\Delta R_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2} - R_0 \quad (7)$$

$$\Delta R_j = \sqrt{X_j^2 + Y_j^2} - R_0 \quad (8)$$

$$\Delta R_{ij} = \sqrt{\left(\frac{X_i + X_j}{2}\right)^2 + \left(\frac{Y_i + Y_j}{2}\right)^2} - R_0 \quad (9)$$

kde  $R_0 = 1298039.005$  je polomer Gaussovej guľe,  $X_i, X_j, Y_i$  a  $Y_j$  sú S-JTSK rovinné súradnice koncových bodov získané transformáciou. Z nich je možné priamo vypočítať dĺžku v S-JTSK rovine podľa

$$t''_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2} \quad (10)$$

Takto určené dĺžky z GPS meraní v S-JTSK rovine je možné kombinovať s meraniami veličinami získanými z terestrického merania a prevedenými do kartografickej roviny.

Presnosť S-JTSK dĺžok určených z GPS meraní môže byť vypočítaná na základe zákona šírenia chýb z kovariančných matic každého súradnicového typu

$$\sigma_{S_{ij}} = \left(\frac{\partial S_{ij}}{\partial (X_i, X_j, Y_i, Y_j)}\right) \left[ \begin{array}{cc} \Sigma_{(X,Y,Z)_i} & \Sigma_{(X,Y,Z)_i(X,Y,Z)_j} \\ \Sigma_{(X,Y,Z)_i(X,Y,Z)_j}^T & \Sigma_{(X,Y,Z)_j} \end{array} \right] \left(\frac{\partial S_{ij}}{\partial (X_i, X_j, Y_i, Y_j)}\right)^T \quad (11)$$

Kovariančná matica transformovaných elipsoidických súradníc je daná podľa [5]

$$\Sigma_{(\varphi, \lambda, h)} = \left(\frac{\partial (\varphi, \lambda, h)}{\partial (X, Y, Z)}\right) \left[ \begin{array}{cc} \Sigma_{(X,Y,Z)} & \Sigma_{(X,Y,Z)(X,Y,Z)} \\ \Sigma_{(X,Y,Z)(X,Y,Z)}^T & \Sigma_{(X,Y,Z)} \end{array} \right] \left(\frac{\partial (\varphi, \lambda, h)}{\partial (X, Y, Z)}\right)^T \quad (12)$$

Kovariančná matica S-JTSK rovinných súradníc

$$\Sigma_{(X,Y)} = F \Sigma_{(\varphi,\lambda)} F^T \quad (13)$$

kde  $F$  podľa [7] je vyjadrená vzťahom

$$F = \left( \left( \frac{\partial(X,Y)}{\partial(R,D')} \right) \left( \frac{\partial(R,D')}{\partial(D,\check{S})} \right) \left( \frac{\partial(D,\check{S})}{\partial(U,V)} \right) \left( \frac{\partial(U,V)}{\partial(\varphi,\lambda)} \right) \right) \quad (14)$$

Presnosť S-JTSK dĺžok bude nakoniec vypočítaná podľa

$$\sigma_{t_{ij}''} = \left( \frac{\partial t_{ij}''}{\partial(X_i, X_j, Y_i, Y_j)} \right) \begin{bmatrix} \Sigma_{(X,Y)} & \Sigma_{(X,Y),(X,Y)} \\ \Sigma_{(X,Y),(X,Y)}^T & \Sigma_{(X,Y)} \end{bmatrix} \left( \frac{\partial t_{ij}''}{\partial(X_i, X_j, Y_i, Y_j)} \right)^T \quad (15)$$

### Určenie 2D súradnicových rozdielov v S-JTSK roviny z GPS meraní

Súradnicové rozdiely  $\Delta X_{ij}$  a  $\Delta Y_{ij}$  dĺžky  $ij$  v S-JTSK sa dajú vypočítať z S-JTSK rovinných súradníc koncových bodov  $ij$  získaných transformáciou za účelom ich integrácie so získanými terestrickými meraniami a spoločného vyrovnania siete v roviny S-JTSK. Tieto súradnicové rozdiely sú

$$\begin{aligned} \Delta X_{ij} &= X_j - X_i \\ \Delta Y_{ij} &= Y_j - Y_i \end{aligned} \quad (16)$$

kde  $X_i, X_j, Y_i, Y_j$  sú S-JTSK rovinné súradnice koncových bodov dĺžky  $IJ$  získané transformáciou.

Kovariančnú maticu 2D súradnicových rozdielov je možné vypočítať na základe zákona šírenia variancií podľa [5]

$$\Sigma_{(\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij})} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{(X,Y)_i} & \Sigma_{(X,Y)_i(X,Y)_j} \\ \Sigma_{(X,Y)_i(X,Y)_j}^T & \Sigma_{(X,Y)_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (17)$$

### Určenie elipsoidických azimutov, zenitových uhlov a 3D súradnicových rozdielov v S-JTSK z GPS meraní

Elipsoidický azimut  $\alpha_{ij}$  podľa [8]

$$\alpha_{ij} = \arctg \frac{-\Delta X_{ij} \sin \lambda_i + \Delta Y_{ij} \cos \lambda_i}{-\Delta X_{ij} \sin \varphi_i \cos \lambda_i - \Delta Y_{ij} \sin \varphi_i \sin \lambda_i + \Delta Z_{ij} \cos \varphi_i} \quad (18)$$

kde,  $\Delta X, \Delta Y,$  a  $\Delta Z$  sú rozdiely súradníc koncových bodov dĺžky  $ij$  a  $\varphi, \lambda$  sú elipsoidické súradnice bodu  $i$  získané z transformácie.

Zenitový uhol môže byť vypočítaný zo súradnicových rozdielov získaných transformáciou a z elipsoidickej šírky a dĺžky bodu  $i$  [8, 9]

$$Z_{ij} = \arccos \frac{\Delta X_{ij} \cos \varphi_i \cos \lambda_i + \Delta Y_{ij} \cos \varphi_i \sin \lambda_i + \Delta Z_{ij} \sin \varphi_i}{\sqrt{\Delta X_{ij}^2 + \Delta Y_{ij}^2 + \Delta Z_{ij}^2}} \quad (19)$$

3D súradnicové rozdiely  $\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij},$  a  $\Delta Z_{ij}$  vektora  $ij$  sa dajú vypočítať z karteziánskych súradníc koncových bodov získaných transformáciou. Tieto súradnicové rozdiely sú vyjadrené vzťahmi

$$\begin{aligned} \Delta X_{ij} &= X_j - X_i \\ \Delta Y_{ij} &= Y_j - Y_i \\ \Delta Z_{ij} &= Z_j - Z_i \end{aligned} \quad (20)$$

Kovariančnú maticu 3D súradnicových rozdielov môžeme vypočítať na základe zákona šírenia chýb [5]

$$\Sigma_{(\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij})} = F \begin{bmatrix} \Sigma_{(X,Y,Z)} & \Sigma_{(X,Y,Z),(X,Y,Z)} \\ \Sigma_{(X,Y,Z),(X,Y,Z)} & \Sigma_{(X,Y,Z)} \end{bmatrix} F^T \quad (21)$$

pričom

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Šikmá dĺžka vektora sa dá tiež vypočítať z karteziánskych súradnicových rozdielov získaných transformáciou podľa

$$S_{ij} = \sqrt{\Delta X_{ij}^2 + \Delta Y_{ij}^2 + \Delta Z_{ij}^2} \quad (22)$$

Pri zvážení rovníc (18), (19) a (20), spoločná kovariančná matica pre  $(S_{ij}, \alpha_{ij}, a Z_{ij})$  môže byť vypočítaná na základe zákona šírenia chýb [5]

$$\Sigma_{(S_{ij}, \alpha_{ij}, Z_{ij})} = F \Sigma_{(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)} F^T \quad (23)$$

kde

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_{ij}}{\partial \Delta X_{ij}} & \frac{\partial S_{ij}}{\partial \Delta Y_{ij}} & \frac{\partial S_{ij}}{\partial \Delta Z_{ij}} \\ \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \Delta X_{ij}} & \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \Delta Y_{ij}} & \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial \Delta Z_{ij}} \\ \frac{\partial Z_{ij}}{\partial \Delta X_{ij}} & \frac{\partial Z_{ij}}{\partial \Delta Y_{ij}} & \frac{\partial Z_{ij}}{\partial \Delta Z_{ij}} \end{bmatrix}$$

### Výpočet 3D súradnicových rozdielov v lokálnom geodetickom súradnicovom systéme

Karteziánske súradnicové rozdiely získané transformáciou sa dajú redukovať do lokálneho súradnicového systému (obr.1) pomocou rovníc [10]

$$\Delta n_{ij} = -\Delta X_{ij} \sin \varphi_i \cos \lambda_i - \Delta Y_{ij} \sin \varphi_i \sin \lambda_i + \Delta Z_{ij} \cos \varphi_i \quad (24)$$

$$\Delta e_{ij} = -\Delta X_{ij} \sin \lambda_i + \Delta Y_{ij} \cos \lambda_i \quad (25)$$

$$\Delta u_{ij} = \Delta X_{ij} \cos \varphi_i \cos \lambda_i + \Delta Y_{ij} \cos \varphi_i \sin \lambda_i + \Delta Z_{ij} \sin \varphi_i \quad (26)$$

kde  $\Delta X_{ij}$ ,  $\Delta Y_{ij}$ , a  $\Delta Z_{ij}$  sú súradnicové rozdiely vypočítané z rovnice (20). Alternatívny výpočet je možný použitím  $S_{ij}$ ,  $\alpha_{ij}$  a  $Z_{ij}$

$$\begin{aligned} \Delta n_{ij} &= S_{ij} \sin Z_{ij} \cos \alpha_{ij} \\ \Delta e_{ij} &= S_{ij} \sin Z_{ij} \sin \alpha_{ij} \\ \Delta u_{ij} &= S_{ij} \cos Z_{ij} \end{aligned} \quad (27)$$

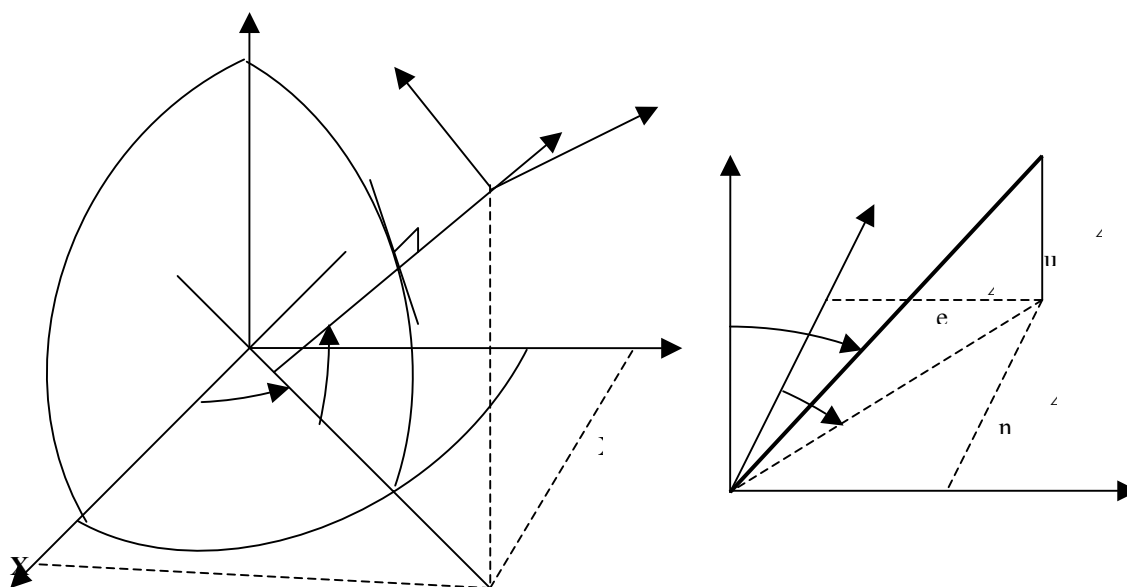
Kovariančná matica lokálnych súradnicových rozdielov sa uskutoční podľa

$$\Sigma_{(\Delta n_{ij}, \Delta e_{ij}, \Delta u_{ij})} = F \Sigma_{(\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij})} F^T \quad (28)$$

kde

$$F = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i \cos \lambda_i & -\sin \varphi_i \sin \lambda_i & \cos \varphi_i \\ -\sin \lambda_i & \cos \lambda_i & 0 \\ \cos \varphi_i \cos \lambda_i & \cos \varphi_i \sin \lambda_i & \sin \varphi_i \end{bmatrix}$$

Výhoda lokálneho súradnicového systému je v tom, že všetky 3D rozmery môžu byť vypočítané podobne ako v rovnici (27), (28) a (29) z meraných veličín totálnymi stanicami. Tieto lokálne systémy môžu byť kombinované s meraniami GPS technológiou za účelom spoločného vyrovnania siete metódou najmenších štvorcov.



Obr. 1. Lokálny topocentrický systém  
Fig. 1. Local topocentric system

Karteziánske súradnicové rozdiely môžu byť odvodené z lokálnych súradnicových rozdielov získaných totálnymi stanicami a spoločné vyrovnanie vykonané v karteziánskom rámci. Tieto súradnicové rozdiely sa dajú vypočítať nasledovne:

$$\begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i \cos \lambda_i & -\sin \lambda_i & \cos \varphi_i \cos \lambda_i \\ -\sin \varphi_i \sin \lambda_i & \cos \lambda_i & \cos \varphi_i \sin \lambda_i \\ \cos \varphi_i & 0 & \sin \varphi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta n_{ij} \\ \Delta e_{ij} \\ \Delta u_{ij} \end{bmatrix} \quad (29)$$

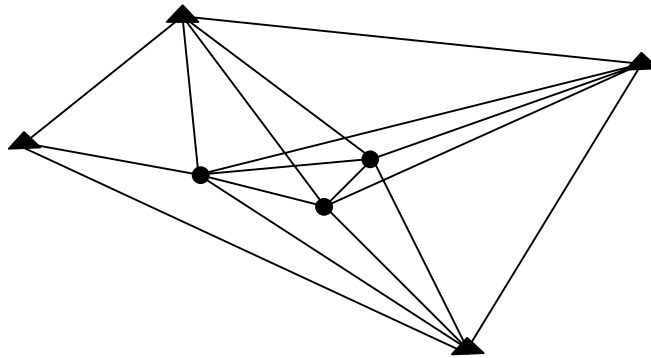
### Demonštračný príklad

Ako je znázornené na obr. 2. bolo zvolené 4 body (A, B, C a D) zo ŠPS siete ako identické body, ktorých súradnice sú dané v ETRS-89 a v S-JTSK.

Tab. 1. Karteziánske súradnice bodov siete  
Tab. 1. Cartesian coordinates of network's points

Bod	X [m]	$\sigma_X$ [m]	Y [m]	$\sigma_Y$ [m]	Z [m]	$\sigma_Z$ [m]
C	3925071,9186	0,012	1523792,9094	0,007	4774512,3791	0,014
D	3930967,4356	0,011	1518676,4463	0,008	4771310,0568	0,013
B	3930328,3124	0,011	1537722,4424	0,007	4765510,8246	0,013
A	3919823,5905	0,014	1541329,0165	0,009	4773033,7567	0,016
H	3929635,0966	0,010	1526042,7319	0,006	4769844,8011	0,012
F	3926265,9997	0,012	1532099,8242	0,007	4770679,1878	0,014
G	3928567,0091	0,013	1531091,0241	0,007	4769148,9754	0,015

S použitím postupov transformácie bolo vypočítaných 7 lokálnych transformačných parametrov a podľa nich pretransformované súradnice troch nových bodov F,G,H do S-JTSK roviny. Transformácia súradníc všetkých bodov siete na základe Molodenského Badekasovho modelu podľa rovnice (1) a presnosť týchto súradníc je znázornená v tab. 1.



Obr. 2 Konfigurácia GPS siete  
Fig. 2. Configuration of GPS network

Tab. 2. znázorňuje určené šikmé dĺžky vypočítané z transformovaných karteziánskych súradníc a redukciu týchto dĺžok do S-JTSK roviny spolu s ich presnosťami podľa rovníc (2), (11), (3), (4), (5), (10) a (15). V siedmom stĺpci tab. 2 sú S-JTSK dĺžky vypočítané z S-JTSK transformovaných rovinových súradníc.

Tab. 2. určené šikmé dĺžky vypočítané z transformovaných karteziánskych súradníc a ich redukcie do S-JTSK roviny  
Tab. 2. The slope distances determined from transformed Cartesian coordinates and their reductions to the S-JTSK plane

Dĺžka	$S_{ij}$ [m]	$\sigma_{S_{ij}}$ [m]	$t_{ij}$ [m]	$t'_{ij}$ [m]	$t''_{ij}$ [m]	$t'''_{ij}$ [m]	$\sigma_{t'''_{ij}}$ [m]
<b>AF</b>	11498,9835	0,006	11498,3362	11498,3377	11497,3666	11497,3674	0,006
<b>BG</b>	7766,2114	0,005	7765,6277	7765,6281	7764,9266	7764,9267	0,005
<b>DH</b>	7627,8611	0,004	7625,5918	7625,5922	7624,9194	7624,9200	0,005
<b>CF</b>	9226,2679	0,005	9224,2697	9224,2705	9223,4880	9223,4883	0,006
<b>CH</b>	6904,3884	0,005	6901,9254	6901,9257	6901,3334	6901,3329	0,005
<b>FG</b>	2941,7463	0,005	2941,5104	2941,5104	2941,2524	2941,2523	0,004

Tab. 3. obsahuje 2D súradnicové rozdiely niektorých dĺžok vypočítaných z S-JTSK rovinových súradníc získaných transformáciou a ich kovariančné matice, v zmysle rovnice (16) a (17).

Tab. 3. 2D súradnicové rozdiely určené z GPS meraní v S-JTSK  
Tab. 3. 2D coordinate differences determined from GPS measurements in S-JTSK

Dĺžka	$\Delta X, \Delta Y$ [m]	$\sigma_{\Delta X}, \sigma_{\Delta Y}$ [m]	$\Sigma_{(\Delta X, \Delta Y)}$ [m]	
<b>AF</b>	3036.9112	0.007	5.12E-05	-8.91E-06
	11089.0319	0.006	-8.91E-06	3.83E-05
<b>BG</b>	-5692.1382	0.005	2.53E-05	-4.61E-06
	5281.4437	0.005	-4.61E-06	2.21E-05

V tabuľke 4 sú určené 3D karteziánske súradnicové rozdiely z GPS meraní na Besselovom elipsoide a ich kovariančné matice, vid' rovnice (20) a (21)

Tab. 4. 3D súradnicové rozdiely určené z GPS meraní v S-JTSK  
Tab. 4. 3D coordinate differences determined from GPS measurements in S-JTSK

Vektor	$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ [m]	$\Sigma_{(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)}$ [m]		
<b>AF</b>	6442,4092	2,8922E-04	9,7798E-05	2,9698E-04
	-9229,1923	9,7798E-05	7,8074E-05	1,1641E-04
	-2354,5689	2,9698E-04	1,1641E-04	4,1082E-04
<b>BG</b>	-1761,3033	2,3430E-04	8,2457E-05	2,5769E-04
	-6631,4183	8,2457E-05	5,5351E-05	1,0063E-04
	3638,1509	2,5769E-04	1,0063E-04	3,3811E-04

V tab. 5. sú určené šikmé dĺžky, elipsoidické azimuty, zenitové uhly z GPS meraní v S-JTSK a ich kovariančné matice, podľa (20), (18), (19) a (23).

Tab. 5. určené šikmé dĺžky, elipsoidické azimuty, zenitové uhly z GPS meraní v S-JTSK  
 Tab. 5. Slope distances, ellipsoidal azimuths, zenith angles determined from GPS measurement in S-JTSK

Vektor	$S_{ij}, \alpha_{ij}, Z_{ij}$	$\sigma_{S_{ij}}, \sigma_{\alpha_{ij}}, \sigma_{Z_{ij}}$ [m]	$\Sigma_{(S_{ij}, \alpha_{ij}, Z_{ij})}$ [m]		
AF	11498,9835 m	0,0064	4,05E-05	-1,97E-10	1,69E-10
	252° 10' 10.89271"	0,1227"	-1,97E-10	3,54E-13	2,67E-15
	90° 13' 23.0388"	0,4715"	1,69E-10	2,67E-15	5,22E-12
BG	7766,2114 m	0,0048	2,33E-05	1,33E-11	-5,28E-10
	314° 33' 19.88981"	0,1281"	1,33E-11	3,86E-13	-1,58E-16
	89° 36' 50.2130"	0,6403"	-5,28E-10	-1,58E-16	9,64E-12

Zmeny v lokálnom súradnicovom systéme boli vypočítané podľa rovníc (24) až (26) spolu s ich kovariančnými maticami vypočítanými podľa (28) a sú uvedené v tab. 6.

Tab. 6. 3D lokálne topocentrické súradnicové rozdiely určené z GPS meraní v S-JTSK  
 Tab. 6. 3D local topocentric coordinate differences determined from GPS measurement in S-JTSK

Vektor	$\Delta e, \Delta n, \Delta u$ [m]	$\sigma_{\Delta e}, \sigma_{\Delta n}, \sigma_{\Delta u}$ [m]	$\Sigma_{(\Delta e, \Delta n, \Delta u)}$		
AF	-3520.9495	0.0063	3.97E-05	-2.72E-08	1.40E-06
	-10946.5763	0.0069	-2.72E-08	4.75E-05	-7.18E-07
	-44.7682	0.0263	1.40E-06	-7.18E-07	6.91E-04
BG	5448.6513	0.0048	2.32E-05	-1.94E-09	7.32E-07
	-5533.8504	0.0048	-1.94E-09	2.34E-05	-9.28E-07
	52.3274	0.0241	7.32E-07	-9.28E-07	5.81E-04

### Záver

Určované veličiny z GPS meraní vstupujú do spoločného vyrovnania spolu s meranými veličinami terestrického merania., potom bude časť siete meraná GPS technológiou a ďalšia terestrickou metódou, a všetky merané veličiny budú súčasne vyrovnané (2 D vyrovnanie) v spoločnom súradnicovom systéme, ktorý je v našej situácii S-JTSK, kde musia byť terestrické merané veličiny redukované do tohto spoločného súradnicového systému.

Určované kvázimerané veličiny môžu byť kombinované z veličín získaných terestrickými meraniami a 3D vyrovnanie metódou najmenších štvorcov sa dá vykonať na Besselovom elipsoide a výsledok tohto vyrovnania potom redukuje do S-JTSK roviny.

### Literatúra - References

- [1] Harvey, B., R.: Transformation of 3D coordinates. *The Australian Surveyor*, vol. 33, no. 2, 1986.
- [2] Weiss, G. a Šutti, J.: Geodetické lokálne siete 1. TU F BERG, Košice, 1997.
- [3] Abelovič, J., et al.: Meranie v geodetických sieťach. *Alfa*, Bratislava 1990.
- [4] Vykutíl, J.: K převodu měřených délek do zobrazovací roviny souřadnicového systému S-JTSK. *Geodetický a kartografický obzor*, 20/62, 1974, 10, 276-281.
- [5] Alfrehat, A.: Spracovanie GPS meraní v S-JTSK a novom zobrazení Slovenska, *PhD thesis, Technical University of Kosice, Institute of geodesy and GIS, June 2005.*
- [6] Mervart, L. a Cimbálník, M. : Vyšší geodézie 1. ČVUT, Praha, 1997.
- [7] Šutti, J.: Accuracy and reliability of plane networks transformed from WGS84 into S-JTSK, *Acta Montanistica Slovaca, Ročník 3 (1998), 4, 439-443.*
- [8] Hofmann- Wellenhof, B., Lichtenegger, H., a Collins, J.: Global Positioning System, *Theory and Practice. Wien, New York; Springer-Verlag, 2001.*
- [9] Gunter, S. : Satellite Geodesy. *Walter de Gruyter Inc; 2nd Rev edition. August 1, 2003.*
- [10] Leick, A.: GPS Satellite Surveying. *New York, Chicester, Toronto, Brisbane, Singapore: John Wiley and Sons Inc, 1995.*