

Modelovanie puklín a trhlín pomocou metódy konečných prvkov

Jozef Čížik¹

Finite Element Modeling of Cracks and Joints

The application of finite element method to the analysis of discontinuous structural systems has received a considerable interest in recent years. Examples of problems in which discontinuities play a prominent role in the physical behaviour of a system are numerous and include various types of contact problems and layered or jointed systems. This paper gives a state-of-the-art report on the different methods developed to date for the finite element modelling of cracks and joints in discontinuous systems. Particular attention, however, has been given to the use of joint/interface elements, since their application is considered to be most appropriate for modelling of all kinds of discontinuities that may present in a structural system. A chronology of development of the main types of joint elements, including their pertinent characteristics, is also given. Advantages and disadvantages of the individual methods and types of joint elements presented are briefly discussed, together with various applications of interest.

Key words: cracking, final element model, discontinuity, joint, rock mechanics

Úvod

V inžinierskej praxi je množstvo štruktúr, ktoré obsahujú rôzne typy diskontinuit. Dochádza tu k spornému predpokladu tuhého spojenia medzi styčnými plochami, v ktorých sa výplň deštruuje a dochádza k relatívnemu pohybu dvoch protiľahlých povrchov. V súčasnosti je potrebné sa zaoberať analýzou nespojitých systémov, kde sa vyskytuje zložka šmyku a separácie, ktorá nastáva pozdĺž centrálnych spojení medzi susednými blokmi. Vo všeobecnosti tento jav nastáva v strihových úrovniach, ktoré sú významovo na menšej úrovni ako samotné ustrihnutie blokového materiálu. Dochádza k rezistencii tlaku a strihu aktívnej normálovej sily paralelnej s jeho osou. Normálove a strihovú odpory sú vyjadrené ako produkty príbuzné k normálovým a osovým posunutiam medzi dvomi stranami prvku pre jednotkovú tuhosť styku v dvoch smeroch. Analýzy, ktoré predpokladali dobré spojenie v interfaceoch, predvídali prenos strihu a závislosť na špeciálnej aplikácii v štruktúrach. Takéto aktuálne dynamické správanie systému môže byť odpoveďou systému na zistené diskontinuity pomocou nelineárnych analytických metód.

Z matematického aspektu, analytické riešenia sú možné len pre limitovanú triedu z idealizovaného prepojenia problémov. Zložitosti vlastností štruktúr materiálu a hraničných podmienok, postupne vedú k prevahe číselných modelov založených na konečných prvkoch a konečných diferenciách. Pre prípady, v ktorých sa požaduje diskretná reprezentácia diskontinuit, príchod konečných prvkov poskytuje najlepšie modelovanie dát. To sa dá dosiahnuť použitím zmesi kontinua prvkov a spojení prvkov. Tento článok popisuje úroveň správania rozdielnych metód, určených pre modelovanie trhlín a puklín pomocou metódy konečných prvkov v nespojitých systémoch.

Teoretická časť

Diskontinuity v spojitých systémoch sú v skutočnosti interfacesi medzi rozdielnymi materiálmi, puklinami v materiáli. V odbornej literatúre na báze modelovania pomocou konečných prvkov trhlín a puklín sa poukazuje na dve hlavné metódy:

1. metóda nespojitej trhliny,
2. metóda odolnosti trhliny.

Nespojité modely alebo modely odolnosti trhliny majú obmedzenú schopnosť modelovať tvarové diskontinuity, ku ktorým je viac vhodné použitie spojených prvkov.

Metóda nespojitej trhliny

Pri metóde nespojitej trhliny je monitorovaná odpoveď a je modifikovaná siet konečných prvkov, ktoré odpovedajú konfigurácii priamej trhliny v každom zaťažovanom stave. V modeloch nespojitej trhliny je trhlina reprezentovaná výlučne ako separácia uzlov. Keď tlak, napätie v uzle alebo priemer v susedných prvkoch prekračuje mieru danej hodnoty, uzol je obnovený ako dva uzly a prvky po oboch stranách budú

¹ Ing. Jozef Čížik, Amberg Engineering Slovakia, externý doktorand
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 15. 12.2006)

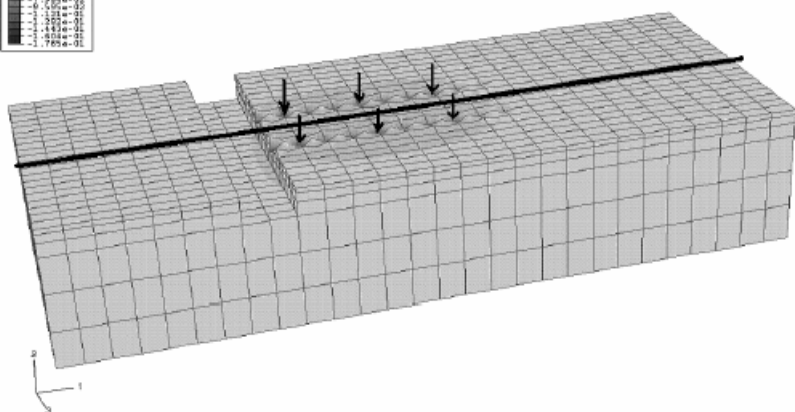
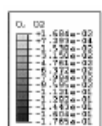
separátne. Tento princíp tvorí realistickú predstavu otvorenej trhliny. Približná diskretizácia pri modelovaní môže mať za následok nesprávny opis propagujúceho čela trhliny.

Skrikerud a Bachmann (Skrikerud 1986) zdokonalili diskrétnu procedúru pukliny považovanú pre iniciáciu, rozšírenie, záver a opätovné otvorenie ťahovej trhliny. Analyzovali priehradu (Koyna), v ktorej skúmali podstatu vytvárania trhlín v priebehu zemetrasenia (Koyna 1967). Voda v priehradnej nádrži bola v analýzach zanedbaná. Zanedbaná voda v priehradnej nádrži limituje použiteľnosť výsledkov pretože interakcia hrádza – voda môže významne zmeniť dynamickú odozvu záťaže priehrady. Odpoveď na výsledky bude závislá na rozlíšení siete a jej orientácii. Kompletná separácia hornej časti hrádze je vystavená tlaku pri pohybe navážok v svahu s maximálnymi zrýchleniami.

Metóda odolnosti trhliny

V metóde odolnosti trhliny (Norman, 1985; Mlakar, 1987) sú trhliny a pukliny formované modifikovaním materiálových vlastností na integračných bodoch z pravidelných konečných prvkov. Ak napätie uvoľňuje energiu, ktorá sa rovná napätiu uvoľnenej energie otvorenej diskretnej trhliny, potom celkové správanie štruktúr bude také isté, ako keď sa prerozdeľuje pretvárná energia. Odolnosť trhlín v štruktúrach je vhodná vtedy, keď nie sú puklinové orientácie dopredu známe, pretože tvarovanie trhliny nezahŕňa žiadne zmeny v mriežke ani nové stupne voľnosti. Existuje jedinečná schopnosť modelovať ostré diskontinuity a prezentovať topológiu alebo materiálové správanie v najbližšom okolí trhliny. Metóda najlepšie pracuje ak sú trhliny formované a sú odolné v smere von napr. v železobetóne.

El-Aidi a Hall (1989) predstavili konečný člen procedúry pri modelovaní nelineárnej reakcie zemetrasenia gravitačnej betónovej hrádze. Použili techniku ktorá obsahovala pružnú tvorbu trhlín s následným otvorením, zatvorením a sklzom pri vodnej kavitácii v nádrži. Ďalšie aplikácie z modelu nespojitej trhliny (obr. 1) k analýzam gravitačnej betónovej hrádze prezentoval Norman (1985). Pal (1976) použil metódu nespojitej trhliny pre pružné vytváranie trhlín. Nelineárne ťahové a tlakové správanie betónu zahŕňa efekt rýchlosti deformácií, ktorý bol reprezentovaný modifikovaním ekvivalentného vzťahu jednoosového tlaku a napätia. Analýza Koyna hrádze, opäť so zanedbaním vody v priehradnej nádrži naznačuje, že ťahové trhliny sa vyvíjajú po oboch stranách hrádze blízko elevácie diskontinuit vo svahu do vrchnej strany. Odpoveď na mnohé výsledky by mala byť chápaná so značným porozumením kvôli nedostatkom modelu nespojitej trhliny. Mlakar (1987) skúmal reakciu zemetrasenia na troch hrádzach v rozdielnej výške použitím modelu nespojitej trhliny pre betón. Aj keď výskum priniesol dôležitý efekt tvorby trhlín (krátke jamové vytváranie trhlín bolo poukázané blízko päty hrádze, vo vyšších častiach hrádze,



tvorba trhlín začala blízko päty nasledovanej ďalšími trhlinami tvarovacími vo vrchných častiach), napriek tomu, nebola preukázaná žiadna výrazná orientácia trhlín (rôzny smer, veľkosť a sklon). Z toho dôvodu, lebo koncentrácia napätia a tvorba trhlín blízko päty hrádze bola hlavne spôsobená nepoddajným základom, s ktorým sa vopred predpokladalo pri analýze.

Obr. 1. Model nespojitej trhliny pri zaťažení povrchu
Fig 1. Model discrete joint from loading surfaces

Koncept odolnosti pukliny, bol založený na rozložení napätia v betónových konštrukciách, rozložený až na analýzu múrových štruktúr (Lofti, 1991). Metóda je účinná vtedy, ak je dosiahnutá celková analýza veľkých múrových štruktúr. Pri inherentnom ohraničení metódy odolnosti trhliny prerušované pukliny vyúsťujú von nad celým prvkom a otvorenie pukliny je modelované kontinuálnym posunom aproximujúcej funkcie konečného prvku. So zreteľom na toto ohraničenie by model odolnosti trhliny mal byť používaný len s opatnosťou pre analýzy nesúvislých štruktúr.

Nedávno bola vyvinutá metodika pre nelineárnu analýzu anizotropného muriva (štruktúry) pod monotonicou záťažou (Asteris 2000). Metodika sa sústreďuje na určenie, špecifikáciu poddajného povrchu pre prípad muriva pod dvojosovým tlakom a berie do úvahy jeho anizotropnú prirodzenosť ako kompozitný materiál. Malta v lôžkových styčnikoch, kvôli ich kontinuálnej prirodzenosti delí médiá do vrstiev

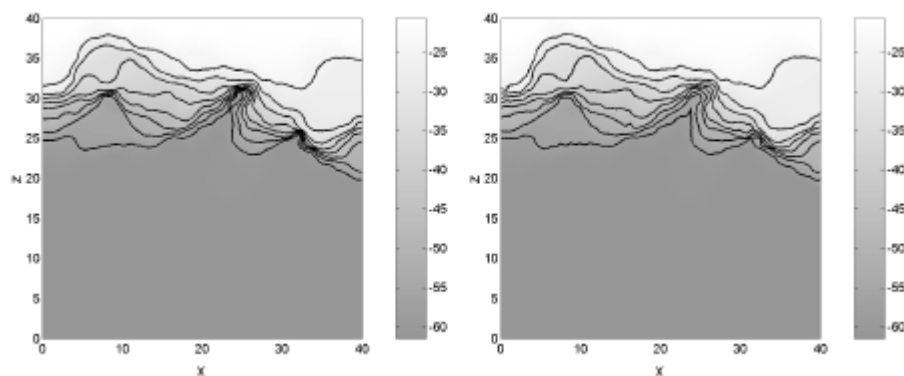
z rovnakou hrúbkou a tak sa v murive objavuje vrstvený kompozitný materiál. Jedna z výhod navrhovaného modelu je, že boli použité priemerné vlastnosti, ktoré zahŕňajú vplyv tehly a spoja (analýza veľkých stenových panelov).

Kuo (1982) navrhoval interface-si pre model odolnosti pukliny ktorý kombinuje výhody nespojitosti a modelu odolnosti. Model spracúva pukliny nepretržite tak ako spojené prvky, čo pre model odolnosti trhliny nepredstavuje ďalšie stupne voľnosti. Tvorba trhlín je obmedzená krajným členom, a ak sa puklina otvorí, jej merítkom je spojenie v medznom uzle. Toto „spätne posunutie“ je vykonané na miestnej hladine. Spätne posunutie produkuje funkciu nevyrovnanej sily, ktorá pochádza z iných častí štruktúry. Model vystihuje celkovú tuhosť v najbližšom okolí pukliny. Kuov všeobecný diagram sa opiera o operáciu spätneho posunutia na zvislých tlakoch k štruktúram, a to iba tam, kde je zbiehavosť dosiahnutá použitím vyrovnávacieho faktora. Metóda pracuje len v obdĺžnikových prvkoch alebo v uhloch štruktúr ku globálnemu usporiadaniu. Graves a Derucher (1987) ďalej rozvinuli Kuovu verziu do použiteľnej analytickej procedúry a aplikovali ju k seizmickým analýzam gravitačnej betónovej hrádze. Metóda spätneho posunutia v hraničných prvkoch otvorenej pukliny interface-ov eliminuje normálové napätie pre puklinový tvar. Množstvo spätneho posunutia je dané rozdeľovaním normálového napätia vhodným interpolačným napätím. Metóda má isté nedostatky napr.: chyba v predpovedi presného predĺženia periód štruktúrnej tuhosti pretože tvorba trhlín by tak produkovala nekonzervatívne výsledky. Za nepraktické je tiež považované vo väčšej miere, že pukliny sa otvárajú veľkému počtu a spôsobujú tuhé kolísanie susedných blokov (pohyb blokov ohraničených diskontinuitami).

Použitie spojených prvkov

Všetky zhodnotené modely z trhlín majú jedinečne limitovanú schopnosť modelovať ostré diskontinuity prezentované v mnohých štruktúrnych systémoch. Spojené prvky sú viac vhodné na modelovanie otvorených a zatvorených diskretných trhlín a puklín. Používajú sa v početných aplikáciách (ktoré zahŕňajú rôzne typy stykových problémov vrstvených a spojených systémov), kde spojenie diskontinuit hraje dôležité postavenie vo fyzickom správaní sa systému. Diskontinuity vo forme porúch, trhlín, vrstvených rovin alebo spojení s podzemnými vystuženými systémami predstavujú v skutočnosti celé horninové okolie. Dlhodobá prítomnosť trhlín v hornine je považovaná ako dôležitý faktor majúci vplyv na mechanické správanie médií, ako to bolo načrtnuté v nelineárnych analýzách vzhľadom na izolované prerušované trhliny niekoľkými výskumníkmi (Goodman, 1968; Zienkiewicz, 1970). Stabilita pôdy horninového svahu a podzemného razenia alebo zakladania je hlavný problém, pri ktorom je vplyv trhlín úplne dominantný. Jav diskontinuit alebo trhlín na kruhových tuneloch založených vo vrstvenom geologickom zložení, bol vyvinutý Leeom & Zamanom (1986). Používali spojené prvky, ktoré prezentovali deformačné vlastnosti trhlín. Iné stavebné problémy s diskontinuitami zahŕňajú interakcie systémov pôdnej štruktúry, pri ktorých často nastávajú medzi štruktúrou a pôdou veľké relatívne pohyby také, ako deliaca šmyková plocha (zosun) a tiež lokálna ťažba pôdy okolo štruktúry. Spojené prvky môžu byť efektívne pri prenose šmykových napätí cez interface-i.

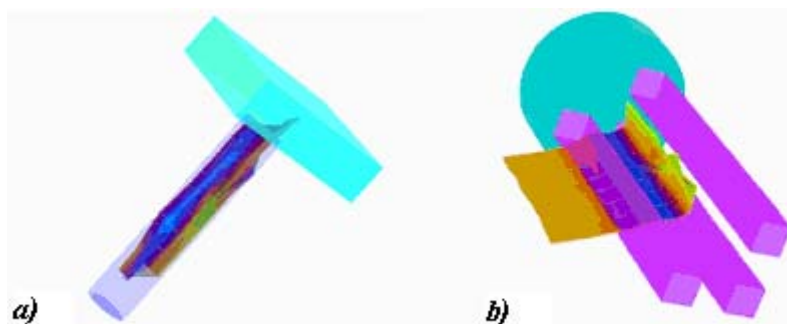
Vlastnosti deformačného zaťaženia a postranne zaťažených štruktúr (pilóty) skúmali Desai & Appel (1976), ktorí použili schopnosť spojených prvkov pre relatívne posuny okolo pilóty, ako sa vyskytujú v skutočnosti pod priečnym zaťažením. Toki a kol. uviedli spojený prvok do dynamických analýz systémov pôdnych štruktúr a simulovali časovo závislý posun a separáciu pozdĺž spojenia pôdy a štruktúry. Jav rozdielneho posunu spôsobeného heterogénnosťou na interface-och kamennej sypanej hrádze so zemným základom určil Sharma a kol. (1976).



Obr. 2. Model isotropickej heterogenity tlaku vody medzi konečným modelom (v ľavo) a približným modelom (v pravo).
 Fig. 2. Model with isotropic heterogeneity of water pressure between the finete model (left) and the coarse model (right).

Týmto spôsobom použil isoparametrické a numerické integrovanie zakriveného spojeného prvku s variabilnou vrstvou (obr. 2). Tieto problémy zahŕňajú zakladanie a podliehajú veľkým zaťaženiám ako: pôdny základ, pôdne vrstvenie a pôdne systémy priepustov, správanie sa pôdneho oporného múru, a iné.

Dalšia kategória lokalizovanej nelinearity je obsiahnutá v štruktúrach s trhlinami ktoré sa môžu otvoriť alebo uzavrieť v priebehu zaťaženia. Dôležitý príklad sa uvádza na betónovej hrádzi postavenej ako systém nezávislých betónových monolitov oddelených poruchami. Len v nedávnej minulosti bol vykonaný pokus pre vysvetlenie otvorenia trhlín v dynamických analýzach na hrádzach (Tzamtzis, 1994). Správanie trhlín v klenbových priehradách popísal prvý Clough (1980). Spojené prvky so zvýšenou sofistikáciou prevzal z mechaniky hornín (Goodman, 1968) a následne ich použil na prezentovanie narastajúceho otvorenia a zatvorenia kolmej kontrakcie trhlín. Vodorovné vytváranie trhlín do roviny, ktoré sa vyskytujú v klenbovej priehrade bolo vopred dané. Row a Schricker (1984) prví vykonali dynamické analýzy priestorovej klenbovej priehradu na ktorej vysvetľujú otvorenie trhlín. Javy otvorenia trhlín boli formované nultou dĺžkou prvkov trhliny, ktorá má konečnú tuhosť v tlaku a nulovú tuhosť v ťahu. Jav tvorby trhlín v spojení betón - hornina skúmal O'Connor (1985) položením isoparametrickej zakrivenej plochy interface-ov prvku pozdĺž styčnej plochy betón - hornina na klenbovej priehrade (obr. 3).



Obr. 3. Model povrchov maximálneho hlavného napätia pre jednu pilótu (a) a pre skupinu pilót (b) pozdĺž styčnej plochy betón – hornina.

Fig 3. Model of surfaces for minor principal stress for a single pile (a) and a four pile group (b) along joint plane concrete – rock.

Fenves a kol. (1992) používali nelineárne spojené prvky na modelovanie otvorenia a zatvorenia kontrakčných trhlín, kombinované s ich lineárnym tvarom, priestorovým a kvapalným prvkom na modelovanie systému klenbovej priehradu. Kontrakcia trhlín bola formovaná priamo, na rozdiel od použitia mnohostrannej nelineárnej pružnosti prezentovanej stykovým správaním. Výsledky indikujú, že ak nie je otvorenie trhlín zahrnuté v analýze zemetrasenia, potom sa v oblúkovom smere vyvíjajú nereálne veľké ťahové napätia. Napríklad otvorenie trhlín uľahčí prenos ťahového napätia, a oblúkové tlaky sú znížené o 50 – 60 %. Najväčšie tlaky previsov sú zvýšené avšak zaťaženia sú prenesené z klenieb ku konzolovým nosníkom. Správanie sa trhliny pri jej otvorení je závislé na prítomnosti zaklinenia pri kontrakcii trhlín (jav šmyku).

Od vtedy bolo vyvinutých niekoľko iných spojení, interface-ov prvkov; každý z nich použiteľný pre jednotlivé štruktúry s rozdielnymi charakteristikami. Vyššie zmienené interface-i prvkov demonštrujú hlavné schopnosti a ich použiteľnosť pri analýzach nesúvislých štruktúr.

Záver

Prehliadka literatúry modelovania pomocou konečných prvkov trhlín a puklín poukazuje že dva všeobecné hlavné prístupy sú použité pri analýzach nespojitých systémov: metóda nespojitej trhliny a metóda odolnosti trhliny. Modely odolnosti trhlín majú jedinečnú limitovanú schopnosť modelovať ostré diskontinuity a pri použití interface-ov prvkov je viac vhodné na reprezentujúce analýzy. Spojené prvky môžu úspešne modelovať otvorenosť a zatvorenosť diskretných trhlín a puklín a budú použité v početných aplikáciách, pri ktorých je prepojenie diskontinuit dôležité pri postavení vo fyzickom správaní sa systému.

Ako je vidieť pri jednotlivých metódach modelovania (a ich rôznych obmienach), každá z nich je vhodná na modelovanie určitej skupiny geologických štruktúr. Pri týchto vyššie použitých metódach modelovania jednotlivých geologických štruktúr je potrebné sa zamerať na ich efektívnosť, ktorá tvorí základ matematického modelovania.

Použitá literatúra

- Arya, S. K., Hegemier, G. A.: Finite Element Method for Interface Problems, *Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 108, No ST2, 1982, pp. 327-342.*
- Beer, G.: An Isoparametric Joint/Interface Element for Finite Element Analysis, *Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 21, 1985, pp. 585-600.*
- De Rouvray, A. L., Goodman, R. E.: Finite Element Analysis of Crack Initiation in a Block Model Experiment, *Rock Mechanics, Springer-Verlag, Wien, Austria, Vol. 4, 1972, pp. 203-223.*
- El-Aidi, B., Hall, J. F.: Non-Linear Earthquake Response of Concrete Gravity Dams Part 1: Modelling, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 18, 1989, pp. 837-851.*
- Fenves, G., Vargas-Loli, L. M.: Nonlinear Dynamic Analysis of Fluid-Structure Systems, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 114, 1988, pp. 219-240.*
- Ghaboussi, J., Wilson, E. L., Isenberg, J.: Finite Element for Rock Joints and Interfaces, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 99, No M10, 1973, pp. 833-848.*
- Goodman, R. E., Dubois, J. J.: Duplication of Dilatancy in Analysis of Jointed Rocks, *Journal of Soil Mechanics and Foundations Div., ASCE, Vol. 98, No SM4, 1972, pp. 399-422.*
- Heuze, F. E., Barbour, T. G.: 'New Models for Rock Joints and Interfaces, *Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proceedings ASCE, Vol. 102, No GT5, 1982, pp. 757-775.*
- Lofti, H. R., Shing, P. B.: An Appraisal of Smeared Crack Models for Masonry Shear Wall Analysis, *Computers and Structures, Vol. 41, No 3, 1991, pp. 413-425.*
- Mlakar, P. F.: Nonlinear Response of Concrete Gravity Dams to Strong Earthquake-Induced Ground Motion, *Computers and Structures, Vol. 26, 1987, pp. 165-173.*
- Norman, C. D., Anderson, F. A.: Reanalysis of Cracking in Large Concrete Dams in the U.S. Army Corps of Engineers, *Proc. 15th Int. Conference on Large Dams, Question 57, Lausanne, Switzerland, 1985.*
- Row, D., Schriker, V.: Seismic Analysis of Structures With Localized Nonlinearities, *Proc. 8th World Conf. on Earthquake Engineering, San Francisco, California, 1984.*
- Symakezis, C. A., Asteris, P. G.: Masonry Failure Criterion Under Biaxial Stress State, *Journal Of Materials in Civil Engineering, ASCE, Vol. 13, Issue 1, 2001, pp. 58-64.*
- Van Dillen, D. E., Ewing, R. D.: BMINES: A Finite Element Code for Rock Mechanics Applications, *Proc. of the 22nd Symposium on Rock Mechanics, MIT Publishing, Cambridge, Mass., 1981, pp. 353-358.*