# Adaptácia systému nepriameho merania teplôt vo vsádzke

# Milan Durdán<sup>1</sup> a Karol Kostúr

#### Adaptation of the system of indirect measurement of temperatures in the charge

To increase the quality of annealing of steel rolls it is needed to know the temperature inside of an object, where temperatures are lowest during the annealing process. Recently, this temperature can not be measured in the real conditions and the time of annealing is set up empirically. In the paper we describe a method for an indirect estimation of the inner temperature array of the steel roll. In terms of the realisation of this method, it is important to reach a desired accuracy of indirect measurements. For this reason, we designed a adaptation of the model of indirect measurement, which is verified. By using of this adaptation, the level of accuracy of indirect measurement is adequate to the accuracy of engineering.

Key words: annealing, rolls, parameter adjustment, indirect measurement.

# Úvod

Z hľadiska automatizácie a riadenia procesov sú veľmi dôležité procesné veličiny. Nielen že ich musíme poznať, ale pre kvalitné riadenie procesu je potrebné ich správne meranie.

Existencia informácie o regulovanej veličine je nutnou podmienkou pre riadenie. Dopredné a spätnoväzobné riadenie systému požaduje informácie zo vstupu alebo výstupu (*obr. 1*).



*Obr. 1. Schéma spätnoväzebného riadenia. Fig. 1. cheme of the feed back control.* 

Spätnoväzobné riadenie vyžaduje informáciu o riadenej veličine. Obyčajne túto informáciu získavame pri priamom meraní. Niektoré procesné veličiny však nie sú priamo merateľné.

- Príčiny nemožnosti použitia priameho merania sú rôzne:
- prostredie je veľmi agresívne (došlo by k znehodnoteniu senzora),
- neexistujú vhodné snímače pre praktické použitie,
- deštrukcia výrobku umiestnením snímača.

Tento problém sa zatiaľ v praxi (tepelné procesy – ohrev, žíhanie, atď.) nerieši, resp. sa obchádza meraním inej veličiny ako napríklad teploty pecného priestoru. Táto teplota je potom riadená veličina. To však znamená, že sa riadi iná veličina ako je technologicky požadovaná (teplota vsádzky). Podobné príčiny sú v priemysle veľmi časté a je ich možné riešiť nepriamym meraním.

Ako už bolo vyššie uvedené, v niektorých procesoch výroby a spracovania surovín a materiálu sa stretávame s problémom nemožnosti umiestnenia snímača riadenej veličiny do procesu z dôvodu agresivity prostredia. Agresivita prostredia môže byť zapríčinená:

- vysokou teplotou (napr. pri meraní teploty taveniny sa ponorný termočlánok následne po zmeraní teploty znehodnotí),
- prebiehajúcimi chemickými reakciami (napr. exotermické reakcie v chemicko-technologických procesoch, kyslosť a zásaditosť prostredia v ktorom chceme priamo merať procesnú veličinu),
- vysokou prašnosťou prostredia a prúdením spalín (napr. meranie teploty materiálu v rotačnej alebo šachtovej peci nie je možné z dôvodu vysokej prašnosti).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ing. Milan Durdán, Prof. Ing. Karol Kostúr, CSc., Technická univerzita v Košiciach, Fakulta BERG, Ústav riadenia výrobných procesov, Boženy Němcovej 3, 043 54 Košice, Slovenská Republika (Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 18. 12. 2006)

Ďalším prípadom, kde je vhodné resp. žiadúce použitie systémov nepriameho meranie môže byť vypaľovanie stavív v tunelovej peci.

Vsádzka je v pohybe počas procesu výpalu (prechádza cez predohrievacie, páliace a chladiace pásmo) čo je prvým dôvodom, pre ktorý nie je možné kontinuálne priamo merať teplotu vsádzky. Druhým z dôvodov je prúdenie spalín (z páliaceho do predohrievacieho pásma), ktoré zabraňuje meranie teploty napríklad pyrometrom (mení sa emisivita prostredia -  $\varepsilon$ ).

Nepriame meranie teploty pre riadenie má význam napríklad v procesoch ohrevu brám (hutníctvo), pri žíhaní masívnych výrobkov (strojárenstvo), atď. Zvyčajne nie je možné reálne merať teplotu vo vnútri materiálu bez jeho deštrukcie. Preto historicky sa pre účely riadenia ohrevu vyvinuli metódy na základe meranej teploty prostredia pece, alebo teploty povrchu, čo však nezaručuje dosiahnutie žiadaných teplôt vo vnútri materiálu, ani ekonomiku ohrevu. Z toho dôvodu je vysoko aktuálne rozvíjať nepriame meranie.





V článku popisujeme proces žíhania, ktorého žiadaná veličina (teplota materiálu) je daná technologickým predpisom (*obr. 2*). To znamená, že i teplota vo vnútri žíhaného telesa musí v čase dosiahnuť priebeh znázornený na *obr. 2*.

*Obr. 2. Žiadaný priebeh teploty materiálu pre proces žíhania. Fig. 2. Required course of material temperature for the annealing process.* 

Na obr. 3 je schematicky znázornený proces žíhania nepriamym ohrevom. Našou úlohou je určiť najmenšiu teplotu vo vsádzke, pretože tá bude rozhodujúcou z hľadiska dosiahnutej kvality žíhania. Je zrejmé, že danú kvalitu môžeme zabezpečiť i dlhšou dobou teplotnej výdrže (čo sa v praxi realizuje), ale v tomto prípade dlhšia doba ohrevu znamená zvýšené náklady na spotrebovanú energiu.

*Obr. 3. Schéma procesu žíhania materiálu nepriamym ohrevom. Fig. 3. Scheme of annealing process of the material by indirect heating.* 

# Varianty riešenia

V rámci projektu NMTOZ (Nepriame meranie teplôt v oceliarenskom zvitku) uvažujeme s rôznymi variantmi riešenia, ktoré môžeme rozdeliť na:

- laboratórne (kvôli nižším nákladom na energiu),
- v prevádzke (kvôli overeniu funkčnosti ISNM).

Oba spôsoby delíme podľa prístupu k riešeniu na varianty:

- technickej realizácie (typy a spôsoby rozmiestnenia snímačov)
- softwarovej realizácie (inteligencia meracieho systému)

Varianty sa líšia v technickej realizácií v spôsoboch snímania a druhoch priamo meraných teplotechnických veličín (teplota, tepelný tok) a v softwarovej realizácií sa líšia použitým matematickým modelom pre výpočet nepriamo meranej veličiny.



#### Variant 1

Tento variant vychádza z merania povrchovej teploty masívnej vsádzky. Ramenovým kĺbom - k sa pritlačí termočlánok k povrchu výrobku. Získané rozdiely napätí z termočlánku sa v programovateľnom automate prevedú pomocou prevodovej charakteristiky na teplotu, ktorá sa ukladá priebežne na disk v počítači a predstavuje vstupný údaj pre softwarovú realizáciu.

*Obr. 4. Schéma princípu nepriameho merania pre variant 1. Fig. 4. Scheme of indirect measurement principle for the variant 1.* 

Softwarovú realizáciu predstavuje program – matematický model zostavený tak, aby z priamo meranej teploty povrchu masívnej vsádzky vypočítal teploty kontinuálne (v čase) vo vnútri masívnej vsádzky. Schéma merania je uvedená na *obr. 4*.

# Variant 2

Tento variant technickej realizácie vychádza z merania povrchovej teploty žíhacieho poklopu, alebo steny pece pyrometrom, alebo termovíziou. Zmeraná teplota predstavuje vstupný údaj pre softwarovú realizáciu. Schéma merania s umiestnením pyrometra, alebo

termovízie je znázornená na *obr. 5.* Softwarovú realizáciu predstavuje program

matematický model zostavený tak, aby z priamo meranej teploty žíhacieho poklopu, alebo steny pece vypočítal teploty kontinuálne (v čase) vo vnútri masívneho výrobku.

*Obr. 5. Schéma princípu nepriameho merania pre variant 2. Fig. 5. Scheme of indirect measurement principle for the variant 2.* 



# Variant 3

Tento variant technickej realizácie vychádza z merania teploty prostredia (napr. teploty spalín, žíhacej atmosféry). Zmeraná teplota predstavuje vstupný údaj pre softwarovú realizáciu. Schéma merania s umiestnením termočlánkov je znázornená na *obr. 6.* 

Softwarovú realizáciu predstavuje program – matematický zostavený tak, aby z priamo meranej teploty prostredia vypočítal teploty kontinuálne (v čase) vo vnútri masívneho výrobku.

Paljva

*Obr. 6. Schéma princípu nepriameho merania pre variant 3. Fig. 6. Scheme of indirect measurement principle for the variant 3.* 

# Metodika riešenia

# Vedenie tepla

Preto pre tvorbu matematických modelov tepelných agregátov je dôležité zvládnuť riešenie procesu vedenia tepla.

Tento proces charakterizujeme ako proces šírenia tepelnej energie pri bezprostrednom vzájomnom styku jednotlivých častí telies, alebo jednotlivých telies, ktoré majú rôznu teplotu.

$$\frac{(c,\rho,T)}{\partial\tau} = \frac{\partial \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right)}{\partial x},$$
  

$$[W m^{-1} K^{-1}]$$

kde:  $\lambda$  je tepelná vodivosť [W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>],

 $\rho$  je hustota telesa [kg.m<sup>-3</sup>],

c je merná tepelná kapacita [J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>],

д

T je teplota [K],

τ je čas [s],

```
x je súradnica bodu [m].
```

Použité metódy napr. z hľadiska metodiky riešenia môžeme rozdeliť

- Analytické,
- Numerické.

Pre riešenie rovnice vedenia tepla sme použili numerickú metódu.

# Numerická metóda riešenia rovnice vedenia tepla

Systém nepriameho merania numerickou metódou je založený na riešení rovnice vedenia tepla (1). Medzi najčastejšie používané numerické metódy patria:

(1)

- metóda priamok,
- metóda konečných rozdielov,
- metóda elementárnych bilancií,
- metóda konečných prvkov.



Pre riešenie rovnice vedenia tepla bola použitá metóda elementárnych bilancií, ktorá vychádza z rozdelenia telesa do elementárnych kvádrov.

*Obr.* 7. *Elementárne kvádre. Fig.* 7. *Elementary cuboids.* 

Pre každý elementárny kváder sa sformuluje bilančná rovnica a zo spôsobu ich riešenia je možné vytvoriť v podstate explicitný alebo implicitný algoritmus riešenia teplotného poľa. Na obr. 7  $\Delta x$  je rozmer elementárneho kvádra v smere osi x.

V súlade s orientáciou tepelných tokov, kde na hornú plochu dopadá hustota tepelných tokov  $q_o$  a z dolnej plochy je výsledný prestup tepla sálaním a konvekciou vyjadrený hustotou tepelného toku  $q_n$ , kde  $\alpha$  je celkový súčiniteľ prestupu tepla, môžeme za časový úsek  $\Delta \tau$  definovať hustotu tepelných tokov medzi elementárnymi kvádrami nasledovne:

$$q_{i} = \frac{\lambda_{i}}{\Delta x} \cdot \left(T_{i} - T_{i+1}\right), \tag{2}$$

kde:  $T_i$  sú teploty v uzlových bodoch [K], i=1,...,n, n je počet elementárnych kvádrov,  $q_i$  je hustota tepelného toku medzi elementárnymi kvádrami s teplotou  $T_i$  a  $T_{i+1}$  [W.m<sup>-2</sup>],  $\lambda_i$  je tepelná vodivosť medzi elementárnymi kvádrami z teplotou  $T_i$  a  $T_{i+1}$  [W.m<sup>-1</sup> .K<sup>-1</sup>],  $\rho$  je hustota telesa [kg.m<sup>-3</sup>], c je merná tepelná kapacita [J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>].

Pre elementárne kvádre platia bilančné rovnice:

$$\begin{aligned} & \left(q_{1}-q_{2}\right) \cdot \Delta \tau = \Delta \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\rho} \cdot \left[T_{2}(\tau + \Delta \tau) \cdot c_{2}(\tau + \Delta \tau) - T_{2}(\tau) \cdot c_{2}(\tau)\right] \\ & \vdots \\ & \left(q_{i-1}-q_{i}\right) \cdot \Delta \tau = \Delta \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\rho} \cdot \left[T_{i}(\tau + \Delta \tau) \cdot c_{i}(\tau + \Delta \tau) - T_{i}(\tau) \cdot c_{i}(\tau)\right] \\ & \vdots \\ & \left(q_{n-2}-q_{n-1}\right) \cdot \Delta \tau = \Delta \mathbf{x} \cdot \boldsymbol{\rho} \cdot \left[T_{n-1}(\tau + \Delta \tau) \cdot c_{n-1}(\tau + \Delta \tau) - T_{n-1}(\tau) \cdot c_{n-1}(\tau)\right] \end{aligned}$$

$$(3)$$

Časový krok  $\Delta \tau$  sa určí z podmienky stability:

$$\Delta \tau \le \min \frac{c_i \cdot \rho}{2 \cdot \lambda_i \cdot \frac{1}{\Delta x^2}},\tag{4}$$

Pri riešení sme vychádzali zo skutočnosti, že teplofyzikálne parametre  $\lambda$  - tepelná vodivosť materiálu a c- merná tepelná kapacita materiálu sú funkciou teploty, a že túto funkciu vieme s dostatočnou presnosťou aproximovať čiastkovými (lomenými) lineárnymi funkciami.

### Aproximácia tepelnej vodivosti lineárnymi funkciami

Závislosť  $\lambda$  na teplote sa dá vyjadriť, ako funkcia priemernej teploty medzi dvoma uzlovými bodmi telesa nasledovne:

$$\lambda_i = f \left( \frac{T_i + T_{i+1}}{2} \right) \ i = 1, 2, \dots, n-1. \qquad \lambda_i = a + b \cdot \frac{T_i + T_{i+1}}{2} \ , \ \ (5)$$

Vzťah (5) popisuje  $\lambda$  ako lineárnu funkciu, ktorej hodnoty koeficientov a, b sú určované na základe hraničných teplôt, vyjadrujúcich interval, v ktorom sa priemerná teplota medzi uzlovým bodom i a i+1 nachádza.

Na *obr* 8 je uvedený príklad aproximácie tepelnej vodivosti čiastkovými (lomenými) lineárnymi funkciami.

*Obr. 8: Lineárna aproximácia tepelnej vodivosti od teploty. Fig. 8. Linear approximation of the heat conductivity by the temperature.* 



(6)

Ak 
$$T_{j-1}^{h} \le \frac{T_i + T_{i+1}}{2} \le T_j^{h}$$
 potom a=aj, b=bj pre i=1,2,...,n-1 a j=1,2,...,m,

kde:  $T_{j-1}^{h}$ ,  $T_{j}^{h}$  sú hraničné teploty odpovedajúce čiastkovej lineárnej funkcii, n je počet elementárnych kvádrov, v ktorých v ťažisku sú sústredené teploty T<sub>i</sub>, m je počet lineárnych funkcií, čiže hraničných intervalov aproximovanej  $\lambda$ , a, b, a<sub>j</sub>, b<sub>j</sub> – koeficienty lineárnej čiastkovej funkcie  $\lambda$ .

Podobne sa dá aproximovať merná tepelná kapacita materiálu čiastkovými lineárnymi funkciami.

#### Vytvorenie numerického riešenia

Ak dosadíme do sústavy rovníc (3) hustoty tepelných tokov (2), potom po aproximácií tepelnej vodivosti a mernej tepelnej kapacity dostaneme pre hraničné podmienky I. druhu pre jednorozmerný prenos tepla v smere osi x sústavu nelineárnych rovníc, ktorá nám umožňuje pri známych teplotách na povrchu telesa  $T_1$  a  $T_n$  určiť teploty v definovaných bodoch vnútri telesa  $\rightarrow T_i$  i= 2,3,...,n-1. Tak dostávame riešenie pre variant 1

Nové teplotné pole t.j. teploty v čase  $(\tau+\Delta\tau)$  v elementárnych kvádroch potom dostaneme z riešenia nasledovnej sústavy:

$$\begin{array}{rcl} a_{11} \cdot T_2^2 + a_{12} \cdot T_2 + a_{13} \cdot T_3^2 + a_{14} \cdot T_3 & = b_1 \\ a_{21} \cdot T_2^2 + a_{22} \cdot T_2 + a_{23} \cdot T_3^2 + a_{24} \cdot T_3 + a_{25} \cdot T_4^2 + a_{26} \cdot T_4 & = b_2 \\ a_{33} \cdot T_3^2 + a_{34} \cdot T_3 + a_{35} \cdot T_4^2 + a_{36} \cdot T_4 + a_{37} \cdot T_5^2 + a_{38} \cdot T_5 & = b_3 \\ & \vdots \\ a_{n-2,m-3} \cdot T_{n-2}^2 + a_{n-2,m-2} \cdot T_{n-2} + a_{n-2,m-1} \cdot T_{n-1}^2 + a_{n-2,m} \cdot T_{n-1} = b_{n-2} \end{array}$$

$$(7)$$

Výpočet koeficientov matice A a vektora  $\overline{b}$  (8).

$$\begin{split} \mathbf{a}_{ij} &= \left( -\frac{\mathbf{b}}{2 \cdot \Delta \mathbf{x}} - \frac{\overline{\mathbf{b}}}{2 \cdot \Delta \mathbf{x}} - \frac{\Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{\rho} \cdot \mathbf{e}}{\Delta \tau} \right) \quad \mathbf{i} = \mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots \mathbf{n} - 2; \ \mathbf{j} = \mathbf{i} \cdot 2 - \mathbf{1}; \\ \mathbf{a}_{ij} &= \frac{\mathbf{b}}{2 \cdot \Delta \mathbf{x}} \quad \mathbf{i} = 2, \mathbf{3}, \dots \mathbf{n} - 2; \ \mathbf{j} = \mathbf{i} \cdot 2 - \mathbf{3}; \\ \mathbf{a}_{ij} &= \frac{\overline{\mathbf{b}}}{2 \cdot \Delta \mathbf{x}} \quad \mathbf{i} = 2, \mathbf{3}, \dots \mathbf{n} - 2; \ \mathbf{j} = \mathbf{i} \cdot 2 - \mathbf{3}; \\ \mathbf{a}_{ij} &= \frac{\overline{\mathbf{b}}}{2 \cdot \Delta \mathbf{x}} \quad \mathbf{i} = \mathbf{1}, \mathbf{2}, \dots \mathbf{n} - 3; \ \mathbf{j} = \mathbf{i} \cdot 2 + \mathbf{1}; \\ \mathbf{a}_{ij} &= \frac{\mathbf{a}}{\Delta \mathbf{x}} \quad \mathbf{i} = 2, \mathbf{3}, \dots \mathbf{n} - 2; \ \mathbf{j} = \mathbf{i} \cdot 2 - 2; \\ \mathbf{b}_{1} &= -\frac{\Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{\rho} \cdot \mathbf{d}}{\Delta \tau} \cdot T_{2}(\tau) - \frac{\Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{\rho} \cdot \mathbf{e}}{\Delta \tau} \cdot T_{2}^{2}(\tau) - \frac{\mathbf{b}}{2 \cdot \Delta \mathbf{x}} \cdot T_{1}^{2}(\tau + \Delta \tau) - \frac{\mathbf{a}}{\Delta \mathbf{x}} \cdot T_{1}(\tau + \Delta \tau) \\ \mathbf{b}_{i} &= -\frac{\Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{\rho} \cdot \mathbf{d}}{\Delta \tau} \cdot T_{i+1}(\tau) - \frac{\Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{\rho} \cdot \mathbf{e}}{\Delta \tau} \cdot T_{i+1}^{2}(\tau) \ \mathbf{i} = 2, \mathbf{3}, \dots \mathbf{n} - 3; \\ \mathbf{b}_{n-2} &= -\frac{\Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{\rho} \cdot \mathbf{d}}{\Delta \tau} \cdot T_{n-1}(\tau) - \frac{\Delta \mathbf{x} \cdot \mathbf{\rho} \cdot \mathbf{e}}{\Delta \tau} \cdot T_{n-1}^{2}(\tau) - \frac{\overline{\mathbf{b}}}{2 \cdot \Delta \mathbf{x}} \cdot T_{n}^{2}(\tau + \Delta \tau) - \frac{\overline{\mathbf{a}}}{\Delta \mathbf{x}} \cdot T_{n}(\tau + \Delta \tau) \end{split}$$

Koeficienty a, b,  $\overline{a}$ ,  $\overline{b}$  sa určia podľa vzťahu (6).Koeficienty c, d sú koeficienty lineárnej čiastkovej funkcie mernej tepelnej kapacity, ktoré sa vyjadria podobným spôsobom ako  $\lambda$ .

Uvedená sústava bola v každom časovom kroku riešená iteračnou metódou, pre ktorú bol vytvorený program v jazyku C. Podobným spôsobom bola vyjadrená sústava rovníc pre variant 2, 3 a 4.

# Verifikácia riešenia

Presnosť numerického riešenia sme stanovili realizáciou pomocou simulácií a porovnanie výsledkov so skutočnosťou (meraním na reálnom objekte). Jednotlivé modely boli testované na oceľovom zvitku ohrievanom v elektrickej odporovej peci. Zvitok na bol navinutý z oceľových plechov s hrúbkou 0.5 mm.

Rozmery zvitku:  $\phi_{vonk}$ : 110 mm,  $\phi_{vnut}$ : 30 mm, výška: 146 mm;

Ohrev vsádzky prebehol v troch nasledovných cykloch: ohrev pece na teplotu 700 °C trval 5800 s, výdrž na teplote 700 °C trvala 3000 s, ochladzovanie pece na teplotu 560 °C trvalo 3200 sČasový krok odčítavania

nameraných hodnôt bol 60 s. Numerické riešenie vychádzalo z nameraných povrchových teplôt T1 a T6 a vypočítali sa vnútorné teploty. Na *obr. 9* sú znázornené meracie miesta na povrchu a vo vnútri zvitku.

*Obr. 9. Meracie miesta vo zvitku. Fig. 9. Points of measurement in the roll.* 



L = 40

30

20

 $\mathbf{T}_{1}$ 

#### Verifikácia numerického riešenia

Z priebehov teplôt uvedených na *obr. 10* je vidieť rozdiel medzi nameranou a simulovanou teplotou, ktorý je zapríčinený zanedbaním vzduchových medzier medzi vinutiami zvitku pri numerickom riešení. Z toho dôvodu je potrebné urobiť adaptáciu tepelnej vodivosti.

*Obr. 10. Priebeh teploty T3 v čase (nameraná, analytické riešenie). Fig. 10. Time course of the temperature T3 (measured, analytical solution).* 

# Adaptácia tepelnej vodivosti

Teplo je prenášané z povrchu zvitku hlavne prostredníctvom vedenia do vnútra, ale v dôsledku prítomnosti medzier medzi vinutiami zvitku, nie je jednoduchý model vedenia adekvátny pre popísanie ohrevu vo vnútri zvitku. Z toho dôvodu sa používa účinná tepelná vodivosť za účelom modelovania rozdelenia tepla vo vnútri zvitku. V riešenom modeli môže byť účinná tepelná radiálna vodivosť definovaná v podmienkach vodivosti oceľového zvitku a výplňového plynu a ich relatívneho pomeru použitím nasledujúcej rovnice:

$$\lambda_u = \frac{d_s + d_g}{\frac{d_s}{\lambda_o} + \frac{d_g}{\lambda_p}},\tag{9}$$

kde:  $\lambda_u$  je tepelná vodivosť vrstvy ocele a plynu [W.m<sup>-1</sup> .K<sup>-1</sup>],  $\lambda_0$  je tepelná vodivosť ocele [W.m<sup>-1</sup> .K<sup>-1</sup>],  $\lambda_p$  je tepelná vodivosť výplňového plynu [W.m<sup>-1</sup> .K<sup>-1</sup>], ds je priemerná hrúbka plechu zvitku [m], dg je priemerná hrúbka medzery zvitku [m].

Adaptáciu tepelnej vodivosti sme urobili troma spôsobmi.

#### Adaptácia podľa prvého spôsobu

V tomto spôsobe sme adaptáciu tepelnej vodivosti vykonali tak, že pre výpočet  $\lambda u$  sme hodnotu d<sub>q</sub> určili nasledovným spôsobom:

$$d_g = \frac{L - N \cdot d_s}{N - 1} , \tag{10}$$

N- počet vinutí zvitku

Priebeh teplôt po adaptácii tepelnej vodivosti 1. spôsobom je znázornený na *obr. 11.* Z priebehov teplôt je vidieť, že sa znížila odchýlka medzi nameranou a simulovanou teplotou.

*Obr. 11. Priebeh teploty T3 v čase (nameraná, numerické riešenie) po adaptácii. Fig. 11. Time course of the temperature T3 (measured, numerical solution) after the adaptation.* 



# Adaptácia podľa druhého spôsobu

V tomto spôsobe sme adaptáciu tepelnej vodivosti vykonali tak, že pre výpočet  $\lambda_u$  sme hodnotu d<sub>g</sub> za predpokladu nerovnomerného navinutia zvitku určili optimalizačnou metódou (metóda pasívneho hľadania extrému). Táto metóda nám optimalizovala hodnotu d<sub>g</sub> za účelom dosiahnutia minimálneho rozdielu medzi nameranou a simulovanou teplotou a to nasledovným spôsobom:

Určili sme si približný interval v ktorom sa pohybuje hodnota  $d_g$  a ten sme potom rozdelili na n dielikov, ktoré sme postupne dosadzovali do rovnice (9) a tak dostávali hodnoty  $\lambda_u$ , ktoré sme dosadili do numerického riešenia.

Priebeh teplôt po adaptácii tepelnej vodivosti 2. spôsobom je znázornený na *obr. 12.* Z priebehov teplôt je vidieť, že sa znížila odchýlka medzi nameranou a simulovanou teplotou.

*Obr. 12. Priebeh teploty T3 v čase (nameraná, numerické riešenie) po adaptácii Fig. 12. Time course of the temperature T3 (measured, numerical solution) after the adaptation* 



### Adaptácia podľa tretieho spôsobu

V tomto spôsobe sme adaptáciu tepelnej vodivosti vykonali tak, že sme optimalizovali hodnotu  $\lambda_u$  optimalizačnou metódou (gradientná metóda). Táto metóda nám optimalizovala hodnotu  $\lambda_u$  za účelom dosiahnutia minimálneho rozdielu medzi nameranou a simulovanou teplotou vyjadreného podľa vzťahu (účelová funckia):

$$F(\lambda) = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \left| T_{i,j}^{s} - T_{i,j}^{n} \right|,$$
(11)

kde i je index teploty po priereze i = 1,2,...,n, n je počet hodnôt po priereze, j je index času j = 1,2,...,m, m je počet časových krokov.

- Načítanie vstupných hodnôt λ<sub>up</sub> pre p=1,2,...,k. k je počet hraníc aproximovanej λ, h je krok metódy, δλ<sub>u</sub> je zmena λ, ε je presnosť metódy...
- 2. Výpočet sústavy rovníc (7) pre  $\lambda_{up}$  p=1,2,...k a F( $\lambda_{up}$ ) podľa vzťahu (11), priradenie  $\lambda_n^p = \lambda_u^p$  p=1,2,...,k.
- 3. Priradenie p=1.
- 4. Zmena  $\lambda_{np}$  podľa vzťahu  $\lambda_n^{\ \ p} = \lambda_u^{\ \ p} + \delta \lambda_u$
- 5. Výpočet sústavy rovníc (7) pre  $\lambda_{np}$  a  $F(\lambda_{np})p$  podľa vzťahu (11).
- 6. Výpočet gradientu  $grad(\lambda^p) = \frac{F(\lambda_n^p)^p F(\lambda_u^p)}{\delta\lambda_u}$ .
- 7. Výpočet nových hodnôt  $\lambda_f$  podľa vzťahu  $\lambda_f^{\ \ p} = \lambda_u^{\ \ p} h \cdot grad(\lambda^p)$ .
- 8. kontrola či p sa rovná k, ak nie tak p=p+1,  $\lambda_n^p = \lambda_u^p$  p=1,2,...k a choď na 4, ak áno tak choď na 9.
- 9. Výpočet sústavy rovníc (7) pre  $\lambda_{fp}$  p=1,2,...k a F( $\lambda_{fp}$ ) podľa vzťahu (11).

- 10. Kontrola na presnosť  $|F(\lambda_f^{p}) F(\lambda_u^{p})| \le \varepsilon$ , ak je splnená presnosť tak nasleduje bod 11, ak nie je splnená presnosť tak potom priraď  $\lambda_u^{p} = \lambda_f^{p}$  p=1,2,...,k a choď na bod 2.
- 11. Výpis hodnôt  $\lambda_u$ .



Priebeh teplôt po adaptácii tepelnej vodivosti 3. spôsobom je znázornený na *obr. 13.* Z priebehov teplôt je vidieť, že sa znížila odchýlka medzi nameranou a simulovanou teplotou.

*Obr. 13. Priebeh teploty T3 v čase (nameraná, numerické riešenie) po adaptácii. Fig. 13. Time course of the temperature T3 (measured, numerical* 

*Fig. 13. Time course of the temperature 13 (measured, numerical solution) after the adaptation.* 

# Chyba merania

Pri určovaní presnosti modelov sme vychádzali z výpočtu relatívnej chyby, resp. relatívnej odchýlky medzi nameranými a simulovanými teplotami, ktorú určíme podľa vzťahu:

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^{m} \frac{\left| T_{i,j}^{s} - T_{i,j}^{n} \right|}{T_{i,j}^{n}}}{m} \cdot 100 , \qquad (12)$$

kde  $\delta$  je relatívna odchýlka [%], i je index teploty po priereze i = 1,2,...,n, n je počet hodnôt po priereze, j je index času j = 1,2,...,m, m je počet časových krokov.

Uvedená relatívna chyba (12) je určená na základe chýb nepriameho merania, čiže akoby sme priamo merali teploty. Nie je to síce korektné hodnotenie, ale má určitú vypovedaciu schopnosť.

V tabuľke 1 je uvedené porovnanie relatívnych chýb numerického riešenia bez a s adaptáciou tepelnej vodivosti. Z porovnania hodnôt presnosti uvedených v *obr. 13* vyplýva, že výsledky merania sú na úrovni inžinierskej presnosti.

ADAPTACIA	RIEŠENIE	RELATIVNA CHYBA	
NIE	13.07		
1 SPÔSOB	5.95	\$ [0/]	
2 SPÔSOB	4.84	0[20]	Tab. 1. Porovnanie relatívnych chýb numerického riešenia.
3 SPÔSOB	3.31		Tab. 1. Comparison of relative errors of the numerical solution.

Z tabuľky 1 vyplýva, že najväčšiu relatívnu chybu sme dosiahli pri zanedbaní vzduchových medzier medzi vinutiami zvitku, čiže pri riešení bez adaptácie tepelnej vodivosti. Uspokojivé výsledky sme dosiahli pri prvom a druhom spôsobe adaptácie, kde sme nezanedbali vzduchové medzery medzi vinutiami zvitku, ale uvažovali sme ich v riešení, kde sme určovali ich rozmer. Najmenšiu relatívnu chybu sme dosiahli pomocou tretieho spôsobu adaptácie, kde sme uvažovali vzduchové medzery, ale kvôli zložitosti ich určenia vplyvom nerovnomerného navinutia zvitku, sme sa zamerali na hľadanie hodnoty tepelnej vodivosti vrstvy ocele a plynu, ktorá minimalizovala rozdiel medzi nameranou a simulovanou hodnotou.

# Záver

V tomto článku je popísaný návrh a adaptácia systému nepriameho merania teplôt vo vsádzke pre proces žíhania. Rozpracovali sme štyri varianty riešenia z hľadiska technického a softwarového prevedenia. Pri riešení sme vychádzali z Fourierovej rovnice vedenia tepla, ktorú sme vyjadrili pre jednotlivé varianty riešenia s možnosťou použiť numerickú metódu – metódu elementárnych bilancií pre jej riešenie. Pre jednotlivé varianty sme vyjadrili matematické modeli. Ďalším krokom bolo zostavenie programu na riešenie jednotlivých matematických modelov. Varianty sme overovali v laboratórnych podmienkach na zvitku ohrievanom v elektrickej odporovej peci. Z výsledkov porovnania nameraných a simulovaných hodnôt vyplynulo, že je potrebné urobiť adaptáciu tepelnej vodivosti pre zamedzenie chýb neuvažovaním medzier medzi vinutiami zvitku. S adaptácie vyplynulo, že pre uspokojivé riešenie môžeme uvažovať s konštantnou hodnotou rozmeru vzduchovej medzery, ale pre presnejšie riešenie je potrebné brať do úvahy

nerovnomernosť navinutia zvitku, ktorá sa prejaví v hodnote tepelnej vodivosti vrstvy ocele a plynu. V budúcnosti sa uvažuje aplikácia jedného z uvedených variantov na optimalizáciu procesu žíhania na reálnom oceliarenskom zvitku.

Článok vznikol v súvislosti s riešením projektu aplikovaného výskumu č. 4/0016/05 Ministerstva školstva Slovenskej republiky a v súvislosti s riešením grantových projektov VEGA č. 1/2179/05 a VEGA č. 1/3346/06 riešených na Fakulte BERG TU v Košiciach.

# Literatúra - References

Durdán, M.: Systém nepriameho merania teploty ohrievaných materiálov, *Diplomová práca*, *Fakulta BERG*, *TU Košice*, 2004.

Kostúr, K.: Simulačné modely tepelných agregátov, Monografia, TU Košice, 1997, ISBN 80-967325-2-8.

Kostúr, K., Laciak, M., Truchlý, M.: Systémy nepriameho merania, Monografia, TU Košice, 2005, ISBN 80-8073-273-6.

Terpák, J., Dorčák, Ľ.: Procesy prenosu, ELFA Košice, 2001, ISBN 80-7099-733-8.

Kostúr, K.: Optimalizácia procesov, Edičné stredisko, TU Košice, 1999, ISBN 80-7099-070-8.

Hašek, P.: Tabulky pro tepelnou techniku, VŠB Ostrava, 1998.