Výber účinného okolia odhadu a jeho vplyv na výsledok priestorovej interpolácie

***Ladislav Vizi*[1] *a* *Tomáš Hlásny*[2]**

Influence of estimation neighbourhood selection on result of spatial interpolation

The selection of data points to be included in the estimation is a key problem in the application of spatial interpolation. A common practce to define a single search strategy for an entire area being estimated is not always a good approach. What works in certain areas of a particular data set may not work in others. The solution is to restrict the data point selection to a subset of the data, changing with the estimated point, and thus called a moving neighbourhood. Sophisticated neighbourhood algorithms have been devised to reach a compromise between near and far sample point. They ussualy include all points within the first ring and then more distance points, following the strategy that attempts to sample all directions as uniformly as possible, while keeping the number of points as low as possible. Deciding which samples are relevant for estimation of a particular point may be more important than the choice of an estimation method.

What is the optimum design of a moving neighbourhood? This question turns out to be rather complex. Short of the theory presented in the paper can only give some quidelines.

Key words*: sample points, interpolation, estimation, moving neighbourhood*

Úvod

Vývoj počítačovej techniky umožňuje jej užívateľovi využívať stále dômyselnejšie a sofistikovanejšie postupy a procedúry. V prípade priestorového modelovania prírodných fenoménov má tak užívateľ k dispozícii výber najrôznejších interpolačných techník, od jednoduchých triangulácií až po zložité geoštatistické simulácie. Nanešťastie, interpolácia sa stala pojmom pre potreby tvorby oku lahodiacich výstupov, bez hlbšieho poznania matematického pozadia jednotlivých postupov a opatrného výberu najvhodnejšej metódy. Cieľom predkladaného príspevku však nie je popis jednotlivých interpolačných techník, ani ich kladov a záporov a možností využitia. Tento článok má za úlohu oboznámiť čitateľa s inými, ale veľmi dôležitými otázkami, často prehliadané v prípade používania priestorových interpolácií bodových polí, a síce ako definovať, optimalizovať a vyberať tzv. **účinné okolie odhadu**.

Koncept modelu účinného okolia odhadu

Pri väčšine interpolačných metód vystupuje veľmi dôležitá úloha – ako definovať optimálny počet a rozloženie dostupných údajov použitých pre odhad neznámej hodnoty. V prípade triangulácie, kedy odhad závisí len na hodnotách vrcholov vytvoreného trojuholníka, alebo bilineárnej interpolácie, kde je odhad obmedzený na hodnoty štyroch okolitých uzlov siete, ale aj pri niektorých ďalších postupoch, je táto otázka bezpredmetná. Avšak v mnohých ďalších prípadoch, ako je metóda inverzných vzdialeností, Sheppardova metóda, či metóda základných radiálnych funkcií, sa jedná o faktor významne ovplyvňujúci štruktúru výsledného povrchu. Otázky súvisiace s týmto problémom sú:

- Umožňuje hustota a priestorové rozloženie známych údajov spoľahlivý odhad neznámej hodnoty?
- Aký je minimálny a optimálny akceptovateľný počet údajov pre odhad neznámej hodnoty?
- Aké rozsiahle má byť okolie odhadu?
- Vykazujú zdrojové údaje anizotropické správanie, ktoré by malo byť zohľadnené pri definovaní účinného okolia?

Najjednoduchším prístupom k riešeniu týchto otázok je použiť pre odhad všetky dostupné údaje. Avšak okrem zvýšenia času potrebného na odhad (približne tretia mocnina počtu dostupných hodnôt) (GOOVAERT, 1997), to má za následok aj prílišnú vyhladenosť výsledného povrchu. Riešením je obmedziť výber na istý podsúbor údajov, ktorý sa mení s polohou cieľového bodu, ktorého hodnota je interpolovaná na základe hodnôt definovaného podsúboru (tzv. **kĺzavé okolie odhadu)**.

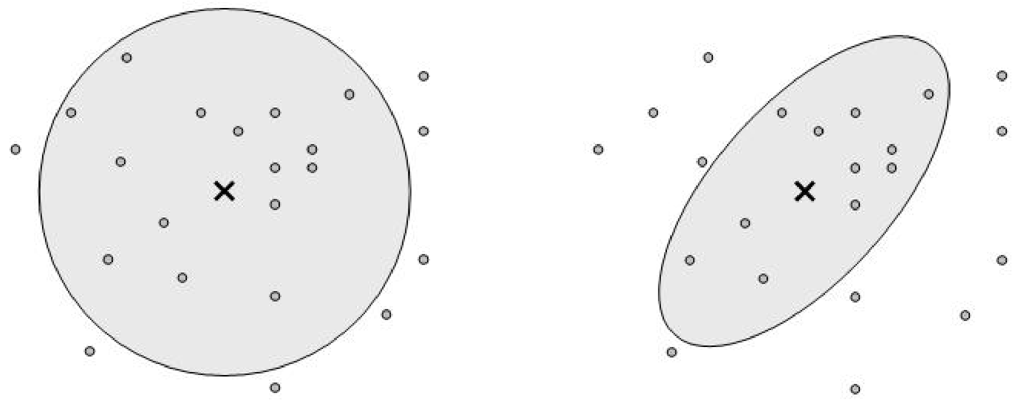
Cieľom optimalizácie, resp. modelovania takéhoto okolia, je vybrať čo najreprezentatívnejšie informácie v podobe rovnomerne rozmiestnených zdrojových údajov, ktoré budú použité pre odhad neznámej hodnoty. Okrem hľadania „kompromisu“ medzi blízkymi a vzdialenými údajmi zahŕňa tento proces celý komplex rozhodnutí vplývajúcich na optimalnu štruktúru okolia odhadu.

[1] *Ing. Ladislav Vizi, PhD.*, Ústav geodézie, kartografie a GIS, Fakulta BERG, TU v Košiciach, Park Komenského 19, 042 00 Košice
[2] *RNDr. Tomáš Hlásny, PhD.*, Národné lesnícke centrum, Ul. T. G. Masaryka 22, 960 92 Zvolen
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 9. 10. 2007)

Aký je optimálny dizajn kĺzavého okolia odhadu?

Dať odpoveď na otázku aký je optimálny dizajn kĺzavého okolia odhadu si vyžaduje komplexnú odpoveď. Dôvodom je, že okrem samotného tvaru a veľkosti okolia odhadu vstupuje oveľa viac parametrov. Ďalší text je preto aspoň pokusom o objasnenie niektorých časti tejto problematiky.

Typickým tvarom okolia odhadu v dvojrozmernom priestore je kruh, ktorého stred je umiestnený v pozícii bodu s odhadovanou hodnotou (*Obr. 1.a*). Prvou otázkou je, aký má byť **polomer** tohto kruhu, od čoho závisí počet bodov zahrnutých do odhadu neznámej hodnoty v danom bode. Riešenie spočíva v určení vzdialenosti, do ktorej existuje medzi vstupnými údajmi priestorový vzťah, čiže do akej vzdialenosti sú údaje **priestorovo autokorelovateľné**. Je logické, že nemá zmysel používať pre odhad údaj natoľko vzdialený, že medzi ním a neznámou hodnotou neexistuje žiadny vzťah, aj keď v niektorých prípadoch odhadov založených na modeloch priestorovej variablity (napr. vysoký „nugget efekt“), alebo v prípade riedkého bodového poľa je takýto prípad žiadaný a výrazne vylepšuje rozdelenie váh pre jednotlivé údajové body (Webster & Oliver, 2001). Tieto geoštatistické odhadovacie techniky berú do úvahy aj autokoreláciu medzi údajovými bodmi, ktoré sú za hranicou autokorelácie s odhadovaným bodom, s údajovými bodmi vo vnútri okolia odhadu (Chiles & Delfiner, 1999).



a **b**

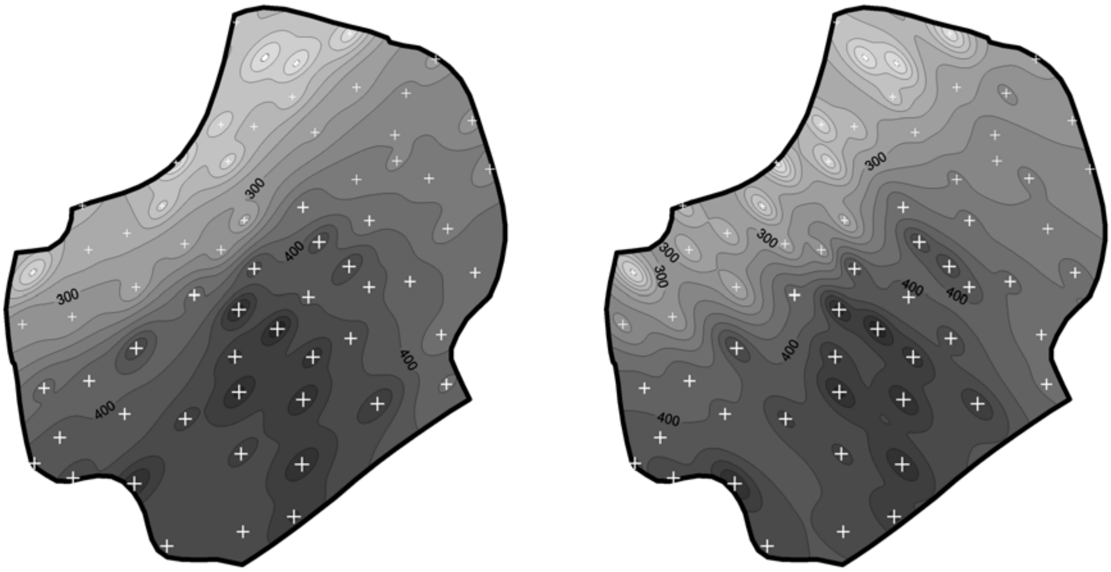
Obr. 1. Vplyv komponentu anizotropie na výber hodnôt ležiacich v účinnom okolí odhadu hodnoty neznámeho bodu.
Fig. 1. Influence of the anisotropy on the selection of data points within estimation neighbourhood.

Jedna z otázok pri definovaní účinného okolia odhadu je, či sa v ňom vzhľadom na štruktúru zdrojového bodového poľa vôbec môže nachádzať dostatočný počet bodov. Jednoznačná odpoveď neexistuje. Isaaks & Srivastava (1989) uvádzajú, že optimálne je mať k dispozícii najmenej 12 údajov, Wackernagel (1998) a Webster & Oliver (2001) uvádzajú ako optimum okolo 20 hodnôt. Určitou pomôckou je použitie vzťahu pre výpočet priemernej vzdialenosti medzi bodmi v rámci spracovávanej priestorovej domény:

$$D = \sqrt{A/N}\ , \tag{1}$$

kde D je priemerná vzdialenosť medzi bodmi, A celková plocha uvažovanej priestorovej domény a N je počet zdrojových údajov. Prvá aproximácia slúži na určenie polomeru účinného okolia odhadu tak, aby aspoň mierne prevyšoval priemernú vzdialenosť medzi bodmi (Isaaks & Srivastava, 1989). V skutočnosti je určenie optimálneho počtu hodnôt podieľajúcich sa na odhade neznámej hodnoty veľmi súbjektívna záležitosť, keďže dostatočne veľká oblasť nemusí obsahovať dostatočný počet hodnôt a naopak, alebo ich rozmiestnenie okolo odhadovaného bodu nemusí byť rovnomerné.

Ďalší aspekt definície okolia odhadu vyplýva zo skutočnosti, že prírodné javy väčšinou nie sú **izotropné**, t.j. ich správanie nie je konštantné vo všetkých smeroch. V prípade, že priebeh variability študovaného javu vykazuje tzv. smerovú závislosť, hovoríme, že jav je **anizotropný**. Vo vzťahu k okoliu odhadu to znamená, že vyššie popísaný kruh je deformovaný do elipsy, ktorej hlavná os je orientovaná v smere vyššej spojitosti študovaného javu s dominantným smerom autokorelácie (*Obr. 1.b*). Určenie takéhoto správania sa si však vyžaduje dôkladnú znalosť riešeného problému, ako napr. terénnym mapovaním určený tvar a typ sedimentačného prostredia a jeho depozičné systémy a pod. Dopad použitia anizotropného okolia odhadu na štruktúru získaného povrchu je demonštrovaný na Obr. 2. Pre interpoláciu hĺbky uloženia uhoľného sloja “b1” (Beladice) na základe údajov z vrtného priskumu bola použitá metóda inverzných vzdialeností s exponentom 2 (Isaaks & Srivastava, 1989). Pre porovnanie je na *Obr. 6.a* je zobrazený výsledok tejto interpolácie pre izotropný prípad. Na Obr. 2. je zobrazený výsledok použitia rovnakej interpolačnej metódy, avšak s pomerom osí elipsy anizotropie 0,5 a s azimutom 45° (**a**) a 135° (**b**). Je možné vidieť, že výsledky sú výrazne rozdielne a bez znalosti „pozadia" riešeného problému ich nie je možné interpretovať. Problém definovania anizotropického okolia odhadu sa ešte viac komplikuje v trojrozmernom priestore, kde je okrem smeru a pomeru osí anizotropie v horizontálnej rovine potrebné odhadnúť aj jej sklon a smer sklonu. V praxi sa s týmto problémom stretávame v prípade modelovania geologických telies alebo ložísk úžitkových nerastov.



a **b**

*Obr. 2. Porovnanie výsledkov interpolácie IDS, s podielom anizotropie 0,5, so smerom 45° (**a**) a 135° (**b**).*
*Fig. 2. Comparison of the interpolation results based on IDS with anisotropy ratio 0.5 in direction 45° (**a**) and 135° (**b**).*

Iná dôležitá otázka sa týka priestorového rozloženia bodov vstupujúcich do odhadu, najmä z pohľadu ich zoskupovania alebo preferenčného vzorkovania počas prieskumu. Vhodným príkladom môže byť zber údajov pozdĺž línií, napr. odbery vzoriek pôdy pozdĺž lán v poľnohospodárslych aplikáciách, zásekové vzorky v banských dielach, vrtné jadrá v geologickom prieskume a iné. Goovaerts (1997) uvádza tri príčiny preferenčného zberu údajov:

- Podmienky technickej dostupnosti územia.
- Subjektívne očakávané merané hodnoty. Pri zbere údajov je tendencia realizovať väčší počet meraní v lokalitách, kde sú očakávané kritické hodnoty meraného atribútu (vyššia kovnatosť rudy, prekročené limitné hodnoty znečistenia,…).
- Stratégia zberu údajov. Zhlukovanie (*clustering*) môže byť cielené pre potreby modelovania priestorovej variability na malých vzdialenostiach (priestorová variabilita rudných štruktúr v rámci rudného poľa,…).

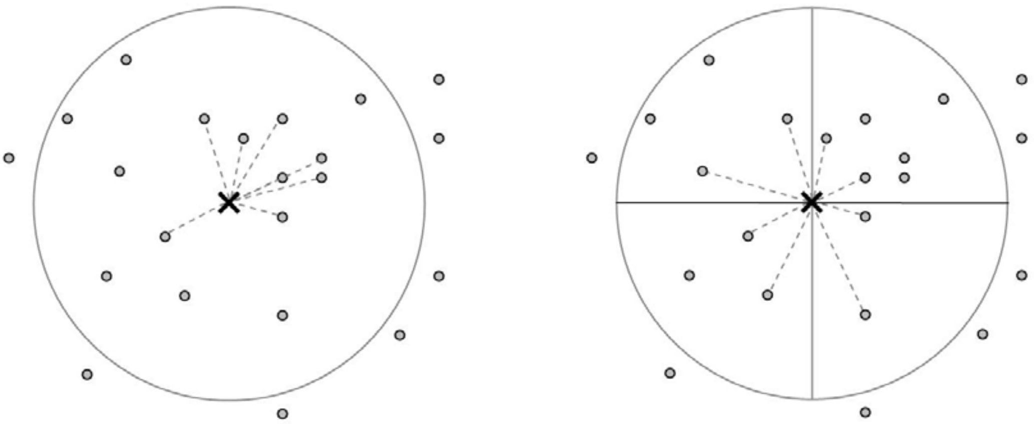
Jedno z riešení tohto problému je naznačené na *Obr.* 3. Na *Obr.* 3.a je zobrazený prípad odhadu neznámej hodnoty v bode x na základe 8 **najbližších** údajových bodov. To znamená, že sa nezameriavame na veľkosť a tvar okolia odhadu, ale na najbližšie hodnoty. Je možné vidieť, že priestorové rozloženie dostupných hodnôt nie je v okolí odhadovanej hodnoty v bode x rovnomerné. Možný spôsob optimalizácie takéhoto okolia odhadu je založený na kompromise medzi najbližšími a vzdialenejšími údajovými bodmi zadaním **minimálnej vzdialenosti** medzi nimi. V prípade, že vzdialenosť medzi dvomi bodmi je menšia ako táto hodnota, optimalizačný algoritmus kĺzavého okolia odhadu vyberie vzdialenejší bod, čím sa zabráni jednostrannému zoskupovaniu dostupných údajov.

Iný spôsob modelovania okolia odhadu spočíva v jeho rozdelení na tzv. **uhlové sektory**. Na *Obr. 3.b* je účinné okolie odhadu rozdelené na kvadranty, čo výrazne zlepšuje priestorové rozloženie dostupných údajov podieľajúcich sa na odhade hodnoty v bode x, pri dodržaní podmienky použitia ôsmich údajových bodov pre odhad. Rozdelenie okolia odhadu na určitý **počet uhlových sektorov** si vyžaduje optimalizovať nasledujúce parametre:

- **Minimálny počet** hodnôt podieľajúcich sa na odhade v rámci celého okolia odhadu. Ak je tento počet menší, neznáma hodnota v bode **x** nebude odhadnutá.
- **Optimálny počet** hodnôt pre každý sektor. To znamená, že ak sa v okolí odhadu nachádza minimálny potrebný počet hodnôt pre odhad, procedúra optimalizácie okolia odhadu hľadá ďalšie údaje pre

dosiahnutie optimálneho počtu hodnôt v každom uhlovom sektore. Optimálny počet bude preto vyšší ako minimálny.

- **Minimálna vzdialenosť** medzi dvomi hodnotami v rámci uhlového sektora. Parameter zabraňuje tomu, aby boli vybrané len najbližšie údajové body a vytvára tak kompromis medzi blízkymi a vzdialenejšími dostupnými údajovými bodmi. Zároveň zabraňuje tomu, aby boli vyberané údajové body blízko seba, čo môže spôsobiť zoskupenie vybraných údajových bodov v rámci sektora, a tým jednostranný odhad neznámej hodnoty v bode **x**.
- **Počet prázdnych uhlových sektorov**, ktoré nasledujú za sebou. Tento parameter optimalizuje rozmiestnenie dostupných údajových bodov v rámci celého okolia odhadu a zabraňuje tak ich jednostrannému výberu. Zároveň zabraňuje priestorovej extrapolácii mimo priestorovej domény dostupných údajových bodov.

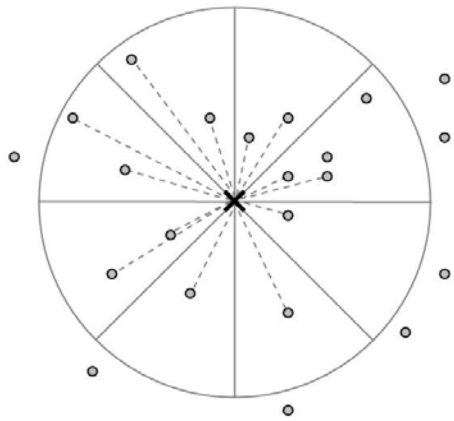


a **b**

Obr. 3. Odhad neznámej hodnoty v bode x na základe 8 najbližších hodnôt (a) a optimalizácia rozmiestnenia týchto hodnôt rozdelením okolia odhadu na štyri uhlové sektory (b).

Fig. 3. Estimation of unknown value located in point x with 8 nearest values (a) and optimalization of the estimation neighbourhood by quadrant search (a).

Na *Obr.* 4. je uvedený príklad optimalizácie okolia odhadu na základe zvýšenia počtu uhlových sektorov. Okolie je rozdelené na osem uhlových sektorov, pričom pre úspešný odhad hodnoty v bode **x** je potrebné minimálne 12 hodnôt s optimálnym počtom 2 pre každý sektor (čiže maximálne 16 hodnôt pre celé okolie odhadu). Tri sektory nespĺňajú požiadavku na optimálny počet údajov, avšak v okolí odhadu sa nachádza 13 hodnôt. Hodnota v bode **x** teda bude odhadnutá. Ak chceme dodržať podmienku optimálneho počtu hodnôt 16 pre celé okolie odhadu, je potrebné zvýšiť polomer okolia odhadu.

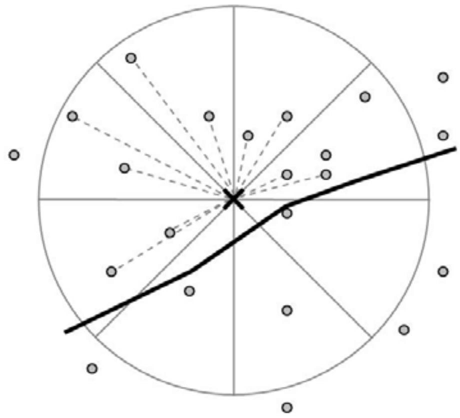


Obr. 4. Odhad neznámej hodnoty v bode x na základe ôsmych uhlovýchsektorov.
Fig. 4. Estimation of unknown value located in point x with eight angular sectors.

V prípade, ak určíme, že počet prázdnych, vedľa seba nasledujúcich sektorov, môže byť napr. tri, a v sektoroch s len jednou dostupnou hodnotou by nebol žiaden dostupný údaj, hodnota bodu **x** nebude odhadnutá. Ak by sme sa chceli tejto situácií vyhnúť, z rôznych logických dôvodov, bude potrebné opäť zvýšiť polomer okolia odhadu.

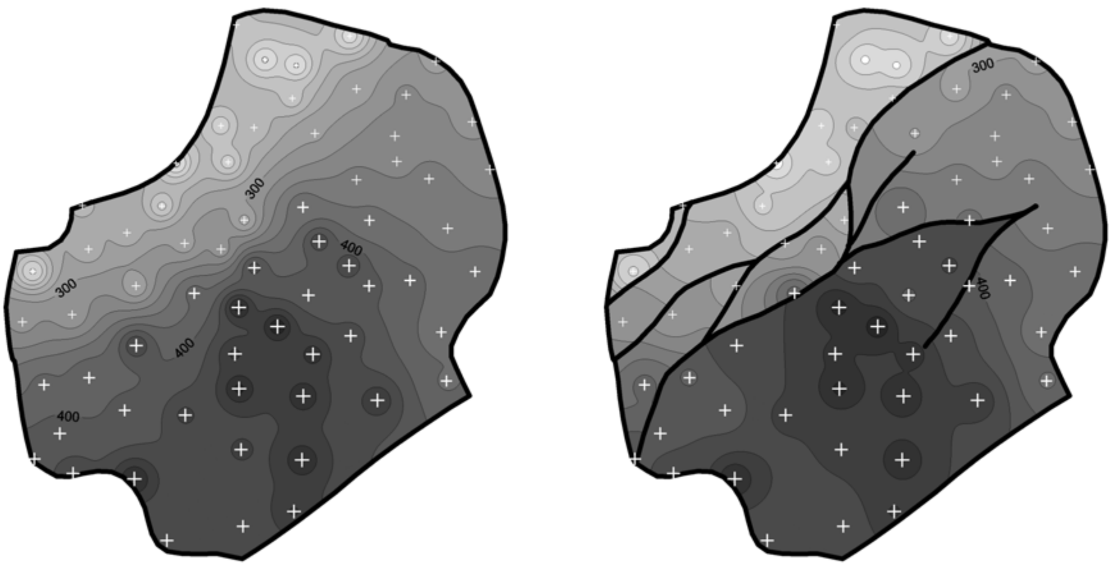
Často prehliadanou otázkou je relevantnosť dostupných hodnôt v okolí odhadu v zmysle, či tieto hodnoty pochádzajú z rovnakej populácie ako neznáma hodnota v odhadovanom bode. Napríklad, v prípade štúdia znečistenia pôdy je vhodné a žiaduce oddeliť hodnoty znečistenia pochádzajúce z rôznych zdrojov, napr. z okolia trafostanice, čističky odpadových vôd alebo skládky odpadov. Ak napr. chceme urobiť odhad vplyvu čiernej skládky na znečistenie pôdy, môžu sa v dátovom súbore objaviť extrémne hodnoty, ktoré nepochádzajú z čiernej skládky. Zo záznamov vzorkovania zistíme, že tieto hodnoty sa nachádzajú v blízkosti trafostanice a odrážajú tak kontamináciu spôsobenú touto trafostanicou. Ak však chceme odhadnúť stupeň znečistenia pôd zo všetkých možných zdrojov nachádzajúcich sa na študovanom území, potom je použitie týchto extrémnych hodnôt na mieste (Isaaks, 1985).

Dôležitým vstupným údajom pri interpolácii, ovplyvňujúcim modelovanie účinného okolia, je aj vplyv priestorových diskontinuít. Tieto sa vyskytujú najmä v praktických štúdiách z prostredia ťažby úžitkových nerastov alebo geologického prieskumu. Zlomy vo forme takýchto priestorových diskontinuít rozdeľujú študované územie na menšie (napríklad tektonické) jednotky (podoblasti). Keďže je nepravdepodobné, aby jav pokračoval spojito cez zlomovú líniu z jednej podoblasti do druhej, je potrebné dostupné údaje rozdeliť na skupiny prináležiace k týmto podoblastiam. V procese interpolácie tvoria zlomové plochy isté „tiene“, alebo bariéry vo výbere dostupných hodnôt v okolí odhadu (CHILES & DELFINER, 1999). Hodnoty nachádzajúce sa na opačnej strane zlomu ako je odhadovaný bod nebudú použité v procese odhadu. Na *Obr.* 5. je schematický príklad vplyvu zavedenia zlomu na výber hodnôt použitých pre odhad. Napriek tomu, že počet vybraných hodnôt (10) pre odhad hodnoty v bode **x** je menší ako minimálny počet potrebný pre odhad hodnoty tohto bodu (12), hodnota v bode **x** bude odhadnutá, pretože v tomto prípade nie je problémom absencia dostatočného počtu dostupných hodnôt potrebných pre odhad hodnoty v bode **x**, ale ich tienenie zlomovou štruktútou. Pre dodržanie podmienky optimálneho počtu údajových bodov by bolo potrebné zvýšiť polomer okolia odhadu.



Obr. 5. *Vplyv zavedenia zlomu na výberúdajových bodov pre odhad.*
Fig. 5. *Impact of the fault system on selection of data point for estimation.*

Na *Obr.* 6. je porovnanie výsledkov interpolácie metódou inverzných vzdialeností bez (**a**) a s vplyvom zavedenia zlomov do procesu interpolácie (**b**). Vidíme, že výsledky sú pomerne rozdielne. Systém zlomov rozdelil študované územie na diskrétne podoblasti so svojou vlastnou štruktúrou. To okrem iného znamená, že aj odhad parametrov anizotropie nemusí byť v prípade takéhoto nespojitého územia správny. Táto otázka je však podstatne komplexnejšia a týka sa aj spojitých území s veľmi heterogénnou priestorovou distribúciou študovaného fenoménu.



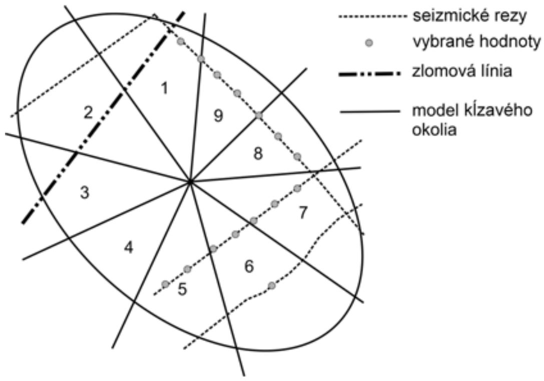
a **b**

Obr. 6. Vplyv zavedenia priestorových diskontinuít na výsledok interpolácie.
Fig. 6. Effect of the spatial discontinuities on the results of interpolation.

Na Obr. 7. je uvedený pokročilejší príklad modelovania okolia odhadu. Dostupné hodnoty sú usporiadané pozdĺž línií – seizmických rezov – s rozostupom 200 metrov. V severozápadnej časti sa nachádza zlom, ktorý rozdeľuje územie na dve časti. Okolie odhadu má tvar elipsy so smerom SZ-JV s anizotropným pomerom osí 0,3. Elipsa okolia odhadu je rozdelená na 9 uhlových sektorov. Optimálny počet hodnôt v rámci jedného sektora je 3, pričom minimálna vzdialenosť medzi nimi je 1000 m, čiže vyberaná je každá piata vzorka (1000/200). Určitým nedostatkom je, že táto podmienka neplatí pre hranice jednotlivých sektorov a vybrané hodnoty sú na vzdialenosti menšej ako je zadefinovaná minimálna vzdialenosť (viď hranice sektorov 1-9, 6-7 a 8-9). Z toho vyplýva, že uhlové sektory sa správajú nezávisle a rozdeľujú tak okolie odhadu na samostatné podoblasti.

Z rozloženia dostupných údajov a štruktúry okolia odhadu vyplývajú nasledovné závery:

- Sektor **1** nespĺňa podmienku optimálneho počtu hodnôt kvôli prítomnosti zlomu. Z rovnakého dôvodu nebudú v sektoroch **2** a **3** použité pre odhad žiadne hodnoty.
- Počet za sebou nasledujúcich sektorov bez údajových bodov je 3. Napriek tomu, že zo sektorov **2**, **3** a **4** nebudú použité žiadne hodnoty, neznáma hodnota bude odhadnutá, pretože v skutočnosti je prázdny iba sektor **4**. V sektoroch **2** a **3** sú hodnoty „tienené“ prítomnosťou zlomu.
- V sektore **6** je splnená podmienka optimálneho počtu vybraných hodnôt za cenu výberu vzdialenejšej hodnoty, nakoľko by nebola splnená podmienka minimálnej vzdialenosti medzi vybranými hodnotami.



Obr. 7. Príklad modelovania účinného okolia odhadu v prípade líniovo usporiadaných vstupných údajov a prítomnosti zlomu.
Fig. 7. Example of the estimation neighbourhood in case of a line structure of data and presence of a fault..

Záver

Z predložených teoreticko-empirických odôvodnení vyplýva, že rozhodnutie, ktoré z dostupných údajov sú relevantné pre odhad neznámej hodnoty je často dôležitejšie, ako výber samotnej interpolačnej metódy a ukazuje sa, že ide o významný faktor pri priestorových interpoláciách. Okrem zadefinovania oblasti odhadu a jej prekrytia sieťou bodov s neznámymi hodnotami je tiež potrebné kontrolovať konfiguráciu bodov so známymi hodnotami, ktoré sa budú podieľať na odhade neznámej hodnoty v danom uzle siete. Bežná prax, používať pre odhad všetky dostupné údaje, nie je vždy vhodným prístupom, nakoľko to, čo platí v jednej časti študovanej oblasti nemusí platiť v inej. V takomto prípade existuje pomerne dosť veľké riziko, že sa vzdiaľujeme od konceptu priestorovej stacionarity. Aj v prípade kĺzavého okolia odhadu je potrebné overiť, či určitá konfigurácia hodnôt je výsledkom stacionárneho procesu, a na základe toho sa rozhodnúť, či môžu byť spolu zahrnuté do daného okolia odhadu. Rozhodnutia o stacionarite v okolí odhadu nemôžu byť kontrolované kvantitatívne a nie sú ani buď zlé, ani dobré, avšak umožňujú rozhodnúť o tom, či je zvolený prístup vhodný, alebo naopak nevhodný, v zmysle riešeného problému a dostupných informácií.

Ak je samotný odhad realizovaný „naslepo“, bez hlbšej znalosti riešeného problému, môžu metódy, ktoré používajú optimalizáciu okolia odhadu vytvoriť horšie interpretovateľné výsledky ako metódy, ktoré používajú len obmedzený počet najbližších údajových bodov. V týchto prípadoch je vhodnejšie použiť polygonálnu metódu alebo trianguláciu, a obmedziť tak škody na výsledkoch vzniknuté zlou stratégiou optimalizácie okolia odhadu.

Príspevok vznikol v rámci riešenia grantovej úlohy „Analýza a modelovanie geologicko-technologických parametrov nebilančných hnedouhoľných ložísk a overenie možností ich využitia pre podzemné splyňovanie.“, VEGA, č. grantu 1/2166/05 na Fakulte BERG TU v Košiciach.

Literatúra – References

Chiles, J. P., Delfiner, R.: Geostatistics – Modeling spatial uncertainty. *Oxford University Press, 1999.*
Goovaerts, P.: Geostatistics for natural resources evaluation. *Oxford University Press, 1997.*
Isaaks, H. E.: Risk qualified mapping for hazardous waste sites – A case study in distribution free geostatistics. *Master's thesis, Stanford University 1985.*
Isaaks, H. E., Srivastava, R. M.: Introduction to Applied Geostatistics. *Oxford University Press 1989.*
Wackernagel, H.: Multivariate Geostatistics. *Springer – Verlag, 1998.*
Webster, R., Oliver, M.: Multivariate Geostatistics. *Springer – Verlag 2001.*