Deterministické stratégie a životnosť dopravných pásov

Anna Pavlisková[1]

Deterministic Strategies and Life-time

The work deals with practical application of the deterministic strategy. It describes three models based on optimal life-time. The article introduces equations allowing to calculate life-time for the three models. These are compared with regard to their practical use and to operational life-time of conveyor belts. The linear regression is used for the comparison. Estimation of cost function constants and setting optimal life-time are applied to conveyor belts sample from the quarry Včeláre.

Key words*: deterministic strategies, cost function, optimal life-time, optimal live-time strategy*

Úvod

Ekonomiku prevádzky banských závodov podstatným spôsobom ovplyvňujú náklady na dopravu materiálu. Preto je veľmi dôležité zvyšovať jej technickú úroveň. Z rôznych kontinuálnych spôsobov prepravy materiálu tu má široké uplatnenie pásová doprava. Pozornosť treba venovať všetkým konštrukčným prvkom pásového dopravníka, ale najväčšiu pozornosť si vyžaduje dopravný pás.

Pri analýze spoľahlivosti pásovej dopravy a definovaní životnosti jednotlivých prvkov dopravníka je možné použiť modely obnovy. V nich sa obnova môže uskutočniť po zlyhaní objektu alebo ešte pred jeho definitívnym zlyhaním. Moment obnovy sa potom stanovuje podľa určitých pravidiel. Súbor týchto pravidiel sa nazýva stratégia obnovy.

Stratégie obnovy možno deliť na stratégie časovo konštantné alebo časovo závislé, tiež na jednorázové alebo periodické. Podľa iného hľadiska možno stratégie obnovy deliť na deterministické a stochastické. Deterministické stratégie obnovy vychádzajú z predpokladu presnej znalosti veličín a vzťahov modelu a ich jednoznačne predurčeného a rovnako sa opakujúceho vývoja v čase. Stochastické stratégie sú také, pri ktorých vystupujú náhodné premenné a procesy. Cieľom príspevku sú deterministické stratégie obnovy, ich využitie na určenie životnosti dopravných pásov a porovnanie týchto stratégii pri určovaní ich životnosti.

Deterministické stratégie

Z hľadiska praktického použitia sú deterministické stratégie dôležité najmä pre ich relatívnu jednoduchosť. Teoreticky sa modely založené na týchto stratégiách obnovy zakladajú v prevažnej väčšin na myšlienke optimalizácie životnosti objektu. Ide o určenie takej životnosti, ktorá je spojená s minimom účelovej funkcie celkových nákladov objektu $N(t)$, kde t je čas. Je to konvexná funkcia, ktorá sa skladá z dvoch funkcií $C(t)$ a $I(t)$. Funkcia $C(t)$ je klesajúca a môže vyjadrovať straty spôsobené údržbou a prestojmi, alebo náklady na odpisy pri rozličnej dĺžke životnosti. Funkcia $I(t)$ je rastúca funkcia nákladov a predstavuje výšku nákladov na jednotku času. Obe funkcie sú v skutočnosti nespojité. V modeloch sú aproximované spojitými funkciami, čo môže spôsobiť určité nepresnosti.

Modely, ktoré sú založené na stratégii optimálnej životnosti, sa od seba líšia podľa toho, za akých predpokladov sú uvedené funkcie definované (Selivanov, 1971).

Modely založené na stratégii optimálnej životnosti

Predpokladajme, že nás zaujíma len optimálna životnosť objektu, ktorá určí moment obnovy zariadenia. Ďalej predpokladajme, že proces opotrebovania a obnovy sa uskutočňuje v rovnakých technických a ekonomických podmienkach. Rozdiely medzi jednotlivými konkrétnymi modelmi optimálnej životnosti objektov sú najmä v rozdielnom zadefinovaní funkcie $C(t)$.

V najjednoduchšom modeli je $C(t)$ definovaná ako priemerná cena objektu, t. j.

$$C(t) = \frac{c_z - c_v}{t}, \qquad (1)$$

kde c_z je obstarávacia cena objektu a c_v je zostatková cena objektu.

[1] *RNDr. Anna Pavlisková,* SjF TU v Košiciach, Katedra aplikovanej matematiky, Letná 9, 042 00 Košice, tel. :+421 95 602 2228, anna.pavliskova@tuke.sk
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 22. 9. 2007)

Funkciu I (t) možno zapísať v tvare

$$I(t) = tc_u\alpha\,, \tag{2}$$

kde α je koeficient narastania nákladov v čase a c_u sú náklady na údržbu.

Celková nákladová funkcia má potom tvar

$$N(t) = \frac{c_z - c_v}{t} + tc_u\alpha\,. \tag{3}$$

$N(t)$ je spojitá konvexná funkcia, pretože platí: $\dfrac{d^2N(t)}{dt^2} = 2\dfrac{c_z - c_v}{t^3} > 0\,.$

Určením minima tejto funkcie stanovíme optimálnu životnosť objektu. Riešením rovnice

$$\frac{-c_z + c_v}{t^2} + c_u\alpha = 0 \tag{4}$$

dostaneme vzťah pre výpočet času optimálnej životnosti t_{opt}:

$$t_{opt1} = \sqrt{\frac{c_z - c_v}{c_u\alpha}}\,. \tag{5}$$

Výraz daný rovnicou (5) je veľmi ovplyvnený spôsobom určenia nákladov na údržbu. Jeho dôsledkom sú pomerne krátke životnosti objektov.

Presnejší je model, v ktorom sú náklady na údržbu c_u rozdelené na konštantné náklady c_k a rastúce náklady c_r. Priemerné náklady na údržbu potom možno vyjadriť vzťahom

$$c_u = c_k + \frac{(t-1)c_r}{2}\,. \tag{6}$$

Celkové náklady sú potom stanovené vzťahom

$$N(t) = \frac{c_z - c_v}{t} + c_k + \frac{(t-1)c_r}{2}\,. \tag{7}$$

Optimálnu životnosť t_{opt} objektu určuje minimum funkcie (7), t. j.

$$\frac{-c_z + c_v}{t^2} + \frac{c_r}{2} = 0 \tag{8}$$

a teda

$$t_{opt2} = \sqrt{\frac{2(c_z - c_v)}{c_r}}\,. \tag{9}$$

Zo vzťahu (9) je vidieť, že konštantné náklady na údržbu c_k neovplyvňujú optimálnu životnosť objektu.

Zložitejší je model, v ktorom predpokladáme závislosť nákladov na údržbu na čase

$$N(t) = A + Bt + Ct^D\,, \tag{10}$$

kde A, B, C, D sú konštanty, pre ktoré platí $A > 0$, $B > 0$, $C > 0$ a $D > 1$, pričom je potrebné tieto konštanty vhodným spôsobom odhadnúť (Knežo, 2005; Šebo, 2005).

Vo všeobecnosti možno pokladať konštantu A rovnú výške zaobstarávacích nákladov c_z, konštanta B sa môže rovnať konštantným nákladom c_k a konštantu C možno aproximovať hodnotou počiatočného stavu premenlivých nákladov c_r. Tieto náklady možno odhadnúť z konkrétnych údajov o vzorke. Na odhad konštanty D možno použiť metódu najmenších štvorcov.

Nech

$$N(t) = c_z + c_k t + c_r t^D . \tag{11}$$

Hľadáme minimum funkcie $S(D)$:

$$S(D) = \sum_{i=1}^{n} \left(c_z + c_k t_i + c_r t_i^D - N_i\right)^2 . \tag{12}$$

Platí

$$S'(D) = 2\sum_{i=1}^{n} \left(c_z + c_k t_i + c_r t_i^D - N_i\right) c_r t_i^D \ln t_i = 0 . \tag{13}$$

Potom po úprave platí:

$$c_z \sum_{i=1}^{n} t_i^D \ln t_i + c_k \sum_{i=1}^{n} t_i^{D+1} \ln t_i + c_r \sum_{i=1}^{n} t_i^{2D} \ln t_i - \sum N_i t_i^D \ln t_i = 0 . \tag{14}$$

Zo vzťahu (14) vypočítame D.

Funkcia priemerných nákladov pripadajúca na jednotku času je daná rovnicou

$$\frac{N(t)}{t} = \frac{c_z}{t} + c_k + c_r t^{D-1} . \tag{15}$$

Hľadáme minimum funkcie (15), t. j.

$$\frac{-c_z}{t^2} + (D-1) c_r t^{D-2} = 0 . \tag{16}$$

Vynásobením rovnice (16) hodnotou t^2 dostaneme rovnicu

$$-c_z + (D-1) c_r t^D = 0 . \tag{17}$$

Potom vzťah pre výpočet času optimálnej životnosti t_{opt} bude mať tvar

$$t_{opt3} = \sqrt[D]{\frac{c_z}{(D-1) c_r}} . \tag{18}$$

Využitie modelov optimálnej životnosti objektov na určenie životnosti dopravných pásov

Podľa vzťahov (5), (9) a (18) boli stanovené životnosti dopravných pásov. Dáta pochádzajú zo vzorky 18 dopravných pásov so známou prevádzkovou životnosťou. Tieto pásy sú používané vo vápencovom lome Včelára s bežnými prevádzkovými podmienkami. Pásy sa pohybujú strednou relatívnou rýchlosťou (priemerne od 1,4 po 1,6 ms^{-1}), dopadová výška materiálu sa pohybuje od 0,5 do 2,5 metra. Ak predpokladáme, že 1 m^2 dopravného pásu stojí priemerne 1800 SKK, potom zo záznamov je možné vypočítať obstarávaciu cenu jednotlivých dopravných pásov.

Možno predpokladať, že zostatková cena dopravných pásov $c_v = 0$. Náklady na údržbu boli odhadnuté na 670 SKK (priemerné konštantné náklady c_k na jeden pás za jeden mesiac). Za koeficient narastania nákladov α bolo dosadené číslo 1,01. Čím má α vyššiu hodnotu, tým je životnosť vypočítaná podľa vzťahu (5) kratšia.

Pre výpočet životnosti podľa vzťahu (9) bolo treba odhadnúť rastúce náklady na údržbu c_r. Náklady na údržbu rastú aritmetickou postupnosťou s diferenciou d, pričom na začiatku sú rovné nule. V nasledujúcom období sú d a v každom ďalšom období sú o d väčšie, pričom počet členov postupnosti je $n = 74$ (časovo sú k dispozícii záznamy o dopravných pásoch počas 74 mesiacov). Náklady na opravy počas sledovaného obdobia boli odhadnuté na 450 000 SKK (n – tý čiastočný súčet). Z uvedených údajov $d = 162 = c_r$ (podrobnejšie v práci Pavlisková, 2006).

Odhadnuté konštanty možno použiť aj pri výpočte životnosti dopravných pásov zo vzťahu (18). Využitím konštánt dostaneme nákladovú funkciu $N(t) = c_z + 670t + 162t^D$. Hodnota D bola vypočítaná zo vzťahu (14) z údajov o pásoch číslo 306 a 307.1, ktoré majú rovnakú obstarávaciu cenu c_z = 15 120 SKK, metódou bisekcie s výsledkom D = 1,85397354 s presnosťou na 7 desatinných miest (tab.1). Hodnoty v tabuľke sú z obdobia medzi výmenami pásov číslo 306 a 307,1. Podrobný výpočet je uvedený v práci (Pavlisková, 2006). Nákladová funkcia $N(t)$ má teda tvar

$$N(t) = 15120 + 670t + 162t^{1,85397354}. \tag{19}$$

Tab.1. Prevádzkové náklady.
Tab. 1. Operating costs.

t [mesiac]	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
N [SKK]	0	1 230	5 520	6 280	8 250	11 040	13 800	31 520	45 960

Vypočítané optimálne doby životnosti sú uvedené v tabuľke číslo 2.

Tab. 2. Obstarávacia cena a životnosť pásov.
Tab. 2. Cost and belt life.

Prevádzkové číslo dopravného pásu	**Obstarávacia cena** [SKK]	**Prevádzková životnosť t_p** [mesiac]	**Životnosť t_{opt1} vypočítaná podľa vzťahu č. (5)** [mesiac]	**Životnosť t_{opt2} vypočítaná podľa vzťahu č. (9)** [mesiac]	**Životnosť t_{opt3} vypočítaná podľa vzťahu č. (15)** [mesiac]
301	194400	48	17	49	50
302	216000	52	18	52	53
304	213840	57	18	51	52
306	15120	13	5	14	13
307,1	15120	11	5	14	13
309	57600	22	9	27	26
310	75600	39	11	31	30
312	48600	20	8	24	24
322,1	31104	25	7	20	19
381	22752	12	6	17	16
382	56592	25	9	26	26
383	43200	24	8	23	22
401	182304	55	16	47	48
402	290880	72	21	60	62
403	154944	41	15	44	44
404	283104	71	20	59	61
405	345600	58	23	65	68
507A	122472	48	13	39	39

Porovnanie výsledkov z jednotlivých modelov

Popisované modely patria do jednej skupiny deterministických modelov, vychádzajúcich z funkcie celkových nákladov $N(t)$, pričom konštanty, ktoré vo funkcii $N(t)$ vystupujú, treba vhodným spôsobom odhadnúť. Spôsob odhadu je často dosť zložitý.

Ak porovnáme výsledky v tabuľke 2, získané vypočtom podľa rôznych vzťahov, zistíme, že životnosť vypočítaná podľa vzťahu (5) je veľmi krátka. Ak by sme aj predpokladali, že náklady na údržbu nerastú , t. j. $\alpha = 1$, životnosť nebude oveľa dlhšia. Naopak, čím je α väčšie, tým je životnosť kratšia. Tento vzťah nie je veľmi vhodný na praktické použitie.

Vzťah (9) poskytuje oveľa lepšie výsledky. Vypočítaná životnosť t_{opt2} pre jednotlivé pásy sa líši veľmi málo od prevádzkovej životnosti.t_p Využitím metódy najmenších štvorcov zistíme, že medzi t_p a t_{opt2} je veľmi silná lineárna závislosť

$$t_p = 1{,}134727 t_{opt2} - 3{,}232752. \tag{20}$$

Koeficient korelácie je $r = 0{,}96$, čo naznačuje veľmi tesnú závislosť. Pomocou tohto vzťahu sa určuje optimálna životnosť metódou MAPI, ktorá sa používa v teórii a praxi v USA, kde bola rozpracovaná pre strojárske výrobky. Vzťah je jednoduchý a v praxi veľmi dobre použiteľný.

Vzťah (18) poskytuje tiež veľmi dobré výsledky, porovnateľné s prevádzkovou životnosťou. Tu platí lineárna závislosť

$$t_p = 1{,}058160 t_{opt3} - 0{,}6519327. \tag{21}$$

Koeficient korelácie je r = 0,96, a závisloť medzi oboma životnosťami je tiež veľmi tesná. Problémy môžu vzniknúť pri odhadovaní konštánt funkcie $N(t)$. Podobný vzťah je použitý aj v práci (Daněk, 1999).

Obidva vzťahy (9) aj (18) dávajú dobré výsledky, pričom vzťah (9) je jednoduchší.

Záver

V stabilných podmienkach prevádzky je možné použiť vzťahy (9) a (18) na výpočet životnosti dopravných pásov, a tým určiť aj vhodný čas pre ich obnovu. Výpočty boli urobené v programe EXCEL (lineárna regresia, koeficienty korelácie a bisekcia). Z tabuľky 2 je vidieť, že prevádzková životnosť a optimálna životnosť vypočítaná podľa vzťahu (9) a (18) sa od seba veľmi nelíšia. Koeficienty korelácie r ukazujú, že stupeň vzájomnej väzby medzi prevádzkovou životnosťou a vypočítanou optimálnou životnosťou je veľmi silný, tiež stupeň vzájomnej väzby medzi optimálnymi životnosťami vypočítanými podľa vzťahov (9) a (18) je tiež veľmi silný. Ich koeficient korelácie je r = 0,9997. Obidva vzťahy možno spoľahlivo využiť v praxi.

Príspevok bol spracovaný s podporou grantového projektu VEGA č. 1/4193/07. Návrh logistického systému dopravy nerastných surovín s implementáciou reverznej logistiky s cieľom zníženia ekonomickej, energetickej náročnosti a environmentálnej záťaže.

Literatúra – References

Knežo, D., Šebo, D., Kimáková, Z., Tižová, M.: Matematický model prevádzkových nákladov strojárskych výrobkov a zariadení. Košice: *Acta Mechanica Slovaca*, *2005, roč.9, č. 2-B, Košice, s. 47-50. ISSN 1335-2393*.

Bertouex, P., Mac – Brown, L. C.: Statistics for Enviromental Engineers. *Lewis Publischers, 2002, ISBN 1-56670-592-4*.

Pavlisková, A., Jadroňová, M.: Modely obnovy v pásovej doprave. *TRANSPORT&LOGISTICS, Medzinárodný časopis,Mimoriadne číslo, Košice 2006, ISSN 1451-107X*.

Pavlisková, A., Jadroňová, M.: Využitie matematického modelu prevádzkových nákladov na výpočet životnosti dopravných pásov. *Výrobné inžinierstvo, č.4, roč.V., 2006,s. 61-62 a 72*.

Šebo, D., Knežo, D., Tižová, M., Kimáková, Z.: Enviromentálne riziká dožitých výrobkov a ich obnova. Košice: *Acta Mechanica Slovaca*, *2005, roč.9, č. 2-B, Košice, s. 249-252. ISSN 1335-2393*.

Daněk, A., Široký, J.: Teorie obnovy dopravních prostředků. *Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 1999. ISBN 80-7078-568-3*.

Selivanov, A.I.: Osnovy teorii mašin. *Moskva, Mašinostrojenie 1971*.