

Odhad parametrov geodetickej siete s uvažovaním vplyvu horizontálnej refrakcie

Marek Bajtala¹, Štefan Sokol a Ján Ježko

Estimation of network parameters with consideration of the horizontal refraction influence

The proposed paper is focused on reviewing the horizontal refraction during measurement in local geodetic networks. Based on elaborated theoretical assumptions the refraction model was arranged in a way that the questions were solved by the identity of the horizontal refraction. The necessary part of the application of the refraction model is the problem of optimizing the geodetic networks and deducting the method of the variance components, which play a major role in the precision of results. The independent acquisition of the thesis lies in the area of modeling the horizontal refraction with a stochastic approach, where the values of the refraction are gained through the measured data of the horizontal direction. In the model, it is necessary to identify the parameters according to the entire measurements and between two points. According to the attained results, I can state that the horizontal refraction was identified mainly on the measurements that were confirmed near the dam in most of the measured experiments. The experimented measurements were confirmed based on the assumptions that are in theoretical capitol, where the assumptions of the effect of the horizontal refraction are measured near the dam, river, shores, and valleys.

Key words: side refraction, horizontal refraction, submatrix of refraction components, coefficient of refraction identification, 1st. and 2nd order parameters estimate.

Úvod

Realizácia moderných, a tým aj stále náročnejších a zložitejších typov stavieb a konštrukcií v inžinierskej geodézii si z hľadiska požadovanej presnosti vyžaduje aj veľké nároky na presnosť budovania miestnych geodetických sietí. V posledných dvadsiatich rokoch vývoj v oblasti modernizácie geodetických prístrojov dosahuje vysokú kvalitu k limitujúcim faktorom presnosti merania sa stále väčšou váhou pridáva aj vplyv prostredia. Z tohto dôvodu pred geodetmi stojí úloha všestranného osvojenia si zákonitostí a javov refrakcie. Preto je aj tento príspevok venovaný tejto problematike, konkrétnejšie odhadu parametrov v geodetickej sieti, s uvažovaním vplyvu horizontálnej refrakcie pôsobiacej na merané horizontálne smery.

Prostredie, v ktorom sa vykonávajú geodetické merania v polohových lokálnych sieťach je väčšinou rôznorodé, a teda aj šírenie svetelného lúča je zložitejšie. Svetelné lúče v teréne, pri prechode zo stanoviska prístroja do cieľa prechádzajú všeobecne z jedného prostredia do druhého, lámú sa a menia svoj pôvodný smer. Ak sa index lomu prostredia mení postupne, tak aj priebeh svetelného lúča sa pozvoľne zakrivuje a pozorovateľ ho sleduje ako dotyčnicu v bode pozorovania. Ak meriame horizontálne smery, tieto sú ovplyvnené tzv. bočnou refrakciou – ohybom svetelného lúča v horizontálnom smere. Geodetické siete sú tvorené priamymi spojnicami v prírode trvalo stabilizovaných bodov. Vodorovné smery sa merajú medzi dotyčnicami k zámerným lúčom, spájajúcim koncové body. V dôsledku rôznorodosti ovzdušia sa svetelné lúče ohýbajú a výsledky meraní nezodpovedajú skutočným hodnotám. Rozdiely, ktoré tak vznikajú, nazývame chybami merania z vplyvu refrakcie (ohybu) svetelného lúča.

Možnosti riešenia problematiky

Existuje niekoľko spôsobov zníženia vplyvu refrakcie na výsledky geodetických meraní. Predovšetkým k nim patrí vykonávanie uhlových meraní v čase minimálnej refrakcie v prízemnej vrstve atmosféry. Dostatočné zníženie refrakčných vplyvov možno dosiahnuť optimálnou organizáciou meračského procesu, aby celkový vplyv refrakcie na každom bode alebo skupine bodov bol vylúčený, resp. minimálny.

Existujú spôsoby určenia refrakcie cestou vykonania doplnkových meraní niektorých charakteristík prízemnej vrstvy atmosféry. Tieto spôsoby sú pracnejšie, napriek tomu umožňujú získať objektívnejšie poznatky o charakteristike vplyvu refrakcie.

Nakoniec, možný spôsob určenia refrakcie je odhad horizontálnej refrakcie priamo pri spracovaní výsledkov meraní v geodetickej sieti. Tento spôsob určenia refrakcie je z praktického i ekonomického hľadiska najvhodnejší a preto je aj predmetom nášho príspevku. Skôr, ako sa začneme venovať tvorbe modelu na určenie refrakcie, je potrebné najst' hlavné zákonitosti zakrivenia svetelného lúča v atmosfére

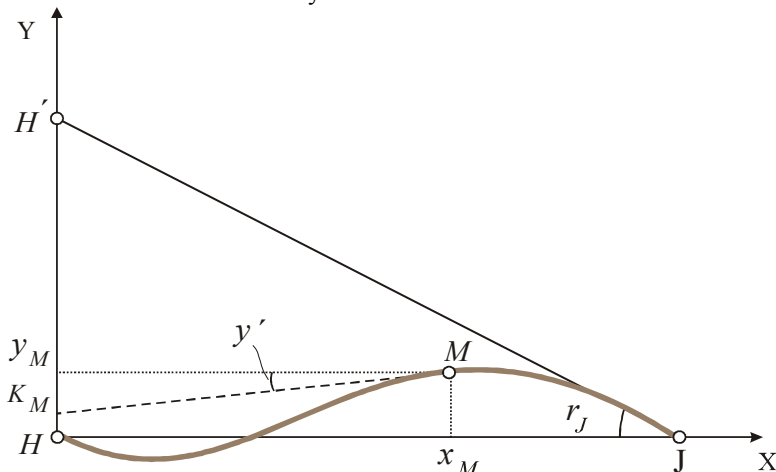
¹ Ing. Marek Bajtala, prof., Ing., Štefan Sokol, PhD., Ing. Ján Ježko, PhD., Katedra geodézie SvF STU, Radlinského 11, 81368 Bratislava, mare.bajtala@stuba.sk, stefan.sokol@stuba.sk, jan.jezko@stuba.sk, (Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 3. 5. 2007)

a získanie čo najväčšieho množstva poznatkov o vplyve atmosféry vplyvajúcej na priebeh a tvar zámery prechádzajúcej medzi dvoma bodmi geodetickej siete.

Určenie refrakčného uhla

Základnou mierou refrakcie je refrakčný uhol r_j medzi dotyčnicou k svetelnému lúču a priamou spojnicou spájajúcou zdroj a prijímač svetla. Priemet tohto lúča na horizontálnu rovinu je uhol bočnej refrakcie $r_{bočn}$. Pre riešenie geodetických úloh je postačujúce zaoberať sa skúmaním malých refrakčných uhlov (Junošev, 1969).

Na zavedenie rovnice uhla refrakcie v bode prijímača J podľa obr. 1 vychádzame z priemetu lúča HMJ do roviny prechádzajúcej cez prijímač svetla J . Počiatok súradnicového systému vložíme do vysielača H . Os X prechádza bodom H a bodom J (prijímačom). Uhol r_j v bode J medzi dotyčnicou $H'J$ a priamkou HJ potom bude priemetom refrakčného uhla do roviny XHY .



Obr. 1. Refrakčný uhol.
Fig. 1. Refraction angle.

Ak bod M stotožníme s bodom J , potom dotyčnica MK_M vyznačí na osi Y úsek HH' , určený ako súčet elementárnych úsekov $d\Delta$, čo môžeme zapísať ako integrál:

$$HH' = \int_0^{x_J} d\Delta = - \int_0^{x_J} xy''_x dx. \quad (1)$$

Z pravouhlého trojuholníka $H'JH$ môžeme určiť neznámy refrakčný uhol r_j :

$$r_j^{cc} = \rho^{cc} \operatorname{tgr}_j = - \frac{\rho^{cc}}{x_J} \int_0^{x_J} xy''_x dx. \quad (2)$$

Ak sú refrakčné uhly malé, môžeme napísať výslednú rovnicu pre refrakčný uhol r_j (Junošev, 1969):

$$r_j^{cc} = - \frac{\rho^{cc}}{x_J} \int_0^{x_J} \operatorname{grad}_y n dx. \quad (3)$$

Pri štúdiu refrakcie v horizontálnej rovine os OY orientujeme rovnobežne s rovinou horizontu prijímača a potom pre horizontálnu hodnotu uhla bočnej refrakcie platí:

$$r_{bočn}^{cc} = - \frac{\rho^{cc}}{d} \int_0^D \operatorname{grad}_{bočn} n dx, \quad (4)$$

kde d je vodorovný priemet dĺžky D a $\operatorname{grad}_{bočn} n$ je horizontálny gradient indexu lomu svetla v smere kolmom k dráhe lúča.

Pri štúdiu refrakcie v prízemných vrstvách atmosféry je dôležité vyčleniť vplyv jednotlivých činiteľov gradientu indexu lomu na hodnotu refrakčného uhla. Každú, osobitne vzatú časť atmosféry ovplyvňovanú refrakčným činiteľom budeme charakterizovať nejakou strednou hodnotou gradienta indexu lomu svetla g_i a ak nemeň svoj smer na opačný, môžeme funkciu $\operatorname{grad}_{bočn} n$ považovať za konštantnú. Teda môžeme rozdeliť časť dráhy svetelného lúča D na k úsekov. Časti atmosféry, v ktorých sú stredné gradienty indexu lomu konštantné môžeme nazvať kvázistacionárne bloky refrakcie. Stredný gradient koeficienta indexu lomu

g_i sa nazýva vektorom refrakcie. Ak po celej dĺžke D okrem úseku l , je horizontálny gradient n rovný 0 a na úseku l má hodnotu g^0 , potom

$$r_{bocn.}^{cc} = -\rho^{cc} g^0 l \frac{L}{d}. \quad (5)$$

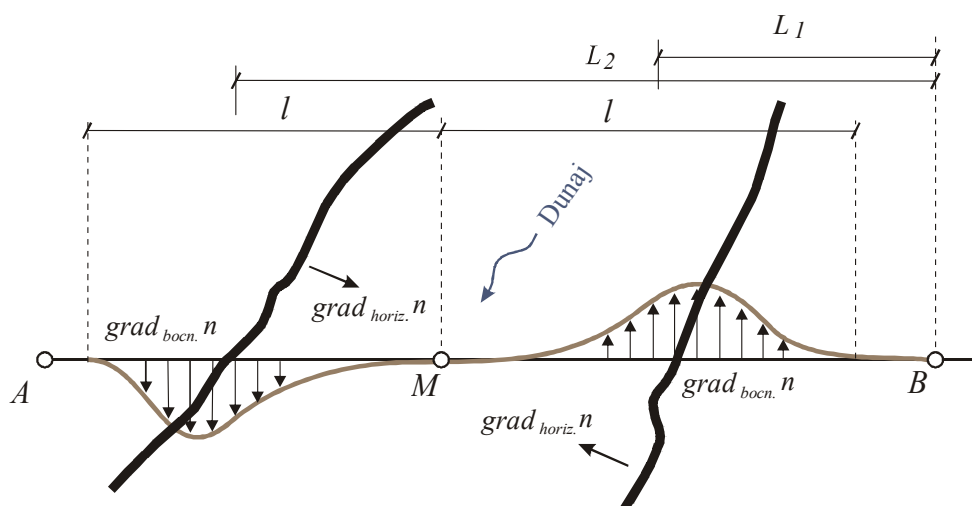
Hodnota refrakčného uhla je priamoúmerná vektoru refrakcie v bloku, dĺžke bloku a dĺžkovému koeficientu. Preto najväčší vplyv na refrakčný uhol má gradient indexu lomu v blízkosti meracieho prístroja.

Charakteristické prípady refrakčných blokov

Predošlé úvahy sa vzťahovali k ľubovoľnému rozloženiu zámerných lúčov vzhľadom k refrakčným blokom. Pri praktických geodetických meraniach sa stretávame s prípadmi rozloženia zámery vo funkčnej závislosti k miestnym objektom. K najčastejším prípadom patrí rozdelenie siete na dve časti rôznymi povrchmi, ktoré sú tvorené anomálnymi teplotami v prízemnej vrstve atmosféry, ako je napríklad rozdelenie železničných a diaľničných tratí, riek, horských dolín, mestských ulíc, priesekov lesných masívov a iné.

Vyššie uvedené prípady rozdelenia strán dolín, riek, mestských ulíc, môžeme zovšeobecniť do jedného idealizovaného prípadu.

Zámerné lúče spájajú dva body A a B, ktoré sa nachádzajú v rôznych atmosférických podmienkach a stav ovzdušia medzi oboma bodmi je odlišný od týchto povrchov. V takomto prípade sa smery horizontálnych teplotných gradientov v niektorom bode zámery (v oblasti okolo bodu M) menia na opačné. Podľa toho sa menia aj smery bočného gradientu teploty zámerných lúčov (obr. 2).



Obr. 2. Refrakčné bloky ponad vodnú hladinu rieky.
Fig. 2. Refraction blocks over water-level of the river.

Je vidieť, že uhly refrakcie priamej zámery a opačnej zámery sú rovnaké. Keďže smer uhla na bode A bude vľavo a na bode B vpravo (alebo naopak), tak bočná refrakcia nebude mať vplyv na sumu uhlov odmeraných na bodoch A a B. Vplyv refrakcie sa bude vyskytovať iba v smere zámery, ktorá je rovnobežná s brehom rieky.

Model refrakcie v geodetickej sieti

Súradnice daných (pevných) bodov sú v matematickom modeli polohovej geodetickej siete konštanty a súradnice určených bodov $\beta(y, x)$ sú neznáme. Realizáciou observačného plánu sa priradia polohovej geodetickej sieti merané prvky $Y(s, \alpha)$ (dĺžky, smery, prípadne iné merané veličiny). Potom

$$Y(s_{i,j}) = \sqrt{(Y_j - Y_i)^2 + (X_j - X_i)^2} + \varepsilon_s = \tilde{s}_{i,j} + \varepsilon_s. \quad (6)$$

Pri meraní smerov v geodetickej sieti je treba uvažovať nad skutočnosťou, že pri meraní smerov nemerame smerníky, ale orientované smery, ktoré v rámci jedného stanoviska majú orientačný posun $\delta\alpha_i$, preto

$$\mathbf{Y}(\sigma_{i,j}) = \arctg \frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} + \delta\alpha_i + \varepsilon_\alpha = \tilde{\alpha}_{i,j} + \delta\alpha_i + \varepsilon_\alpha, \quad (7)$$

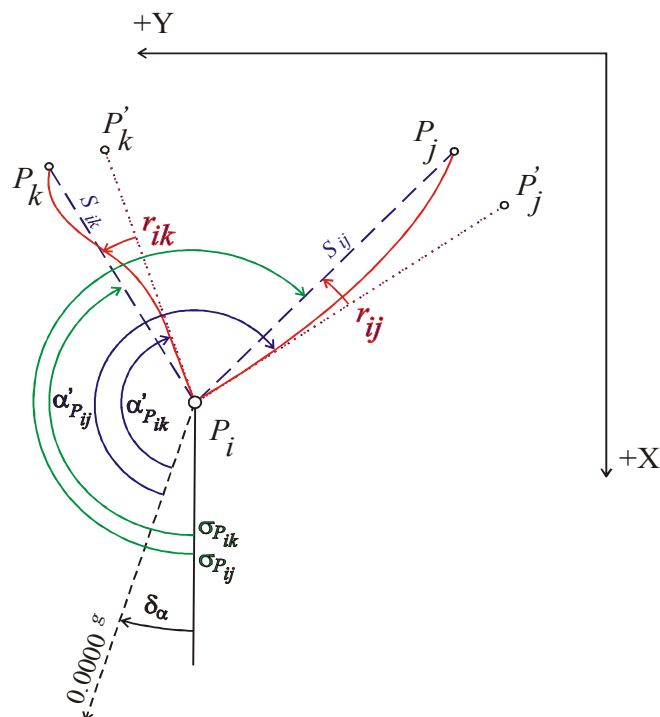
kde ε_α je charakteristika presnosti merania horizontálnych smerov.

Zadefinujeme stochastický model, v ktorom vektor meraných parametrov (observačný vektor) môžeme zapísať v tvare:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}_0 + \mathbf{F}\delta\boldsymbol{\beta} + \mathbf{G}\delta\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon}; \quad \text{Var}(\mathbf{Y}) = \boldsymbol{\Sigma}, \quad (8)$$

kde $\mathbf{f}_0 = \mathbf{f}(\beta_0, \alpha_0)$, $\mathbf{F} = \partial\mathbf{f}(\boldsymbol{\beta})/\partial\boldsymbol{\beta}^T|_{\beta=\beta_0}$, $\mathbf{G} = \partial\mathbf{f}(\boldsymbol{\alpha})/\partial\boldsymbol{\alpha}^T|_{\alpha=\alpha_0}$,

Takto zadefinovaný model merania v geodetickej sieti rozšírime o vplyv horizontálnej refrakcie (vektor \mathbf{r}) na merané horizontálne smery (Obr. 3).



Obr. 3. Vplyv horizontálnej refrakcie.
Fig. 3. Influence of the horizontal refraction.

Vektor meraných parametrov zapíšeme ako:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}_0 + \mathbf{F}\delta\boldsymbol{\beta} + \mathbf{G}\delta\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{H}\mathbf{r} + \boldsymbol{\varepsilon}; \quad \text{Var}(\mathbf{Y}) = \boldsymbol{\Sigma}, \quad (9)$$

kde $\mathbf{f}_0 = \mathbf{f}(\beta_0, \alpha_0, \mathbf{r}_0)$ a matica $\mathbf{H} = \partial\mathbf{f}(\mathbf{r})/\partial\mathbf{r}^T|_{r=r_0}$ je tvorená prvkami parciálnych derivácií vektora \mathbf{f}_0 , podľa približných parametrov refrakčných uhlov \mathbf{r}_0 .

Daný model môžeme ďalej rozpisovať:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{f}_0 + (\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}) \begin{pmatrix} \delta\boldsymbol{\beta} \\ \delta\boldsymbol{\alpha} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}; \quad \text{Var}(\mathbf{Y}) = \boldsymbol{\Sigma}. \quad (10)$$

Odhad neznámych parametrov $(\delta\boldsymbol{\beta}^T, \delta\boldsymbol{\alpha}^T, \mathbf{r}^T)^T$ zapíšeme:

$$\begin{pmatrix} \delta\boldsymbol{\beta} \\ \delta\boldsymbol{\alpha} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^T \\ \mathbf{G}^T \\ \mathbf{H}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H})^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{F}^T \\ \mathbf{G}^T \\ \mathbf{H}^T \end{pmatrix} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{f}_0). \quad (11)$$

Výsledná kovariančná matica neznámych parametrov $(\delta\boldsymbol{\beta}^T, \delta\boldsymbol{\alpha}^T, \mathbf{r}^T)^T$ bude mať nasledovný tvar:

$$\text{Var} \begin{pmatrix} \widehat{\delta\mathbf{p}} \\ \widehat{\delta\mathbf{a}} \\ \widehat{\mathbf{r}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^T \\ \mathbf{G}^T \\ \mathbf{H}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}) \quad (12)$$

Pomocou takto vytvoreného modelu môžeme analyzovať a posúdiť významnosť výskytu horizontálnej refrakcie na meranie horizontálnych smerov.

V ďalšej časti rozpíšeme výslednú kovariančnú maticu na jednotlivé bloky, z ktorých je z hľadiska ďalšej analýzy najdôležitejšia submatica refrakčných komponentov:

$$\text{Var} \begin{pmatrix} \widehat{\delta\mathbf{p}} \\ \widehat{\delta\mathbf{a}} \\ \widehat{\mathbf{r}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^T \\ \mathbf{G}^T \\ \mathbf{H}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}) = \begin{pmatrix} (11) & (12) & (13) \\ (21) & (22) & (23) \\ (31) & (32) & (33) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

kde $\text{var}(\widehat{\mathbf{r}}) = (33)$.

Z uvedenej štruktúry kovariančnej matice, z hľadiska výskytu refrakcie v geodetickej sieti, je zaujímavá submatica $(33) = [\mathbf{H}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{H}] = \text{var}(\widehat{\mathbf{r}})$.

Aplikácia modelu a testovanie identifikovateľnosti refrakcie

Existuje zadaný model, v ktorom predpokladáme, že má normálne rozdelenie a v ktorom uvažujeme aj vplyv refrakcie \mathbf{r} na meranie horizontálnych smerov:

$$\begin{pmatrix} \widehat{\delta\mathbf{p}} \\ \widehat{\delta\mathbf{a}} \\ \widehat{\mathbf{r}} \end{pmatrix} \sim N_n \left[\begin{pmatrix} \delta\mathbf{p} \\ \delta\mathbf{a} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix}; \begin{bmatrix} (11) & (12) & (13) \\ (21) & (22) & (23) \\ (31) & (32) & (33) \end{bmatrix} \right] \quad (14)$$

a po zjednodušení odhad neznámych $\delta\mathcal{G}$ môžeme zapísať:

$$\delta\mathcal{G} \sim N_n(\delta\mathcal{G}; \mathbf{W}). \quad (15)$$

Ak \mathbf{W} je pozitívne definitná matica a existuje matica $\mathbf{C}_{s,n}$, kde $r(\mathbf{C}_{s,n}) = s \leq n$ a matica \mathbf{CWC}^T je regulárna, potom môžeme zdefinovať:

$$(\mathbf{C}\delta\mathcal{G} - \mathbf{C}\partial\mathcal{G})^T [\mathbf{CWC}^T]^{-1} (\mathbf{C}\delta\mathcal{G} - \mathbf{C}\partial\mathcal{G}) \sim \chi_s^2(\mathbf{0}). \quad (16)$$

Predpokladajme teraz hypotézu, že $\mathbf{r}^* = \mathbf{0}$, (\mathbf{r}^* - vektor skutočných hodnôt refrakcií), potom $\mathbf{C} = (\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{I})$; $\mathbf{C}\partial\mathcal{G} = \mathbf{r}$.

Nulovú hypotézu o zamietnutí výskytu refrakcie zapíšeme nasledovne:

$$\widehat{\mathbf{r}}^T [(33)]^{-1} \widehat{\mathbf{r}} \stackrel{H_0}{\sim} \chi_p^2(\mathbf{0}), \quad (17)$$

kde $\chi_p^2(\mathbf{0})$ je náhodná premenná s rozdelením chí-kvadrát a s počtom stupňov voľnosti p , kde p je počet uvažovaných refrakčných koeficientov v geodetickej sieti.

Vznikajú dve otázky:

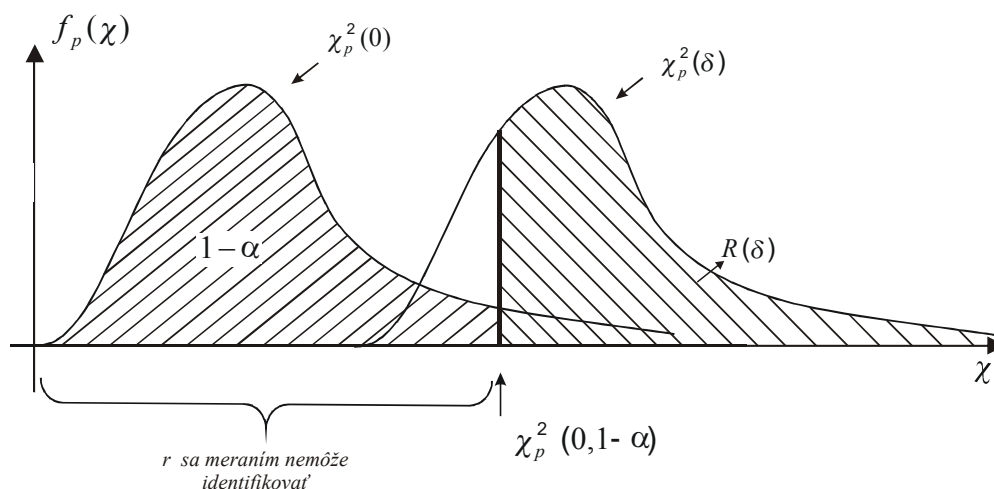
1. **otázka:** Aké "veľké" musí byť \mathbf{r} , aby sa meraním dalo identifikovať?

Pri zostavení alternatívnej hypotézy predpokladáme, že $\mathbf{r} \neq \mathbf{0}$ a teda alternatívnu hypotézu o výskute refrakcie zapíšeme:

$$\mathbf{r}^T [(33)]^{-1} \mathbf{r} = \delta, \quad (18)$$

kde \mathbf{r} je skutočná hodnota refrakcie a δ je parameter necentrality χ_p^2 vyjadrenia pravdepodobnosti.

Pravdepodobnosť $R(\delta)$ identifikácie nenulovosti vektora \mathbf{r} pri danom δ vypočítame (Kubáčková, Kubáček, 2000) aproximáciou náhodnej veličiny $\chi_p^2(\delta)$ náhodnou veličinou $c^2 \chi_f^2(0)$.



Obr. 4. Pravdepodobnosť identifikácie nenulovosti vektora refrakcie.
Fig. 4. Probability of identification of the none-zero refraction vector.

2. **otázka:** Aké “presné“ musí byť naše meranie, aby sme už dokázali identifikovať hodnotu jednotlivých refrakcií r ?

Tu využijeme poznatky z teórie optimálneho navrhovania experimentu, ktorá je popísaná v (Bajtala, 2006), pričom budeme brať do úvahy nerovnosť:

$$(33)^{ii} \leq \frac{\delta^*}{r_i^2}, \quad (19)$$

kde δ^* je hľadaná hodnota, ktorá je určená výpočtom nulovej hypotézy pre zvolenú prahovú oblasť R .

Keďže sa jedná o skupinu hodnôt refrakčných uhlov (r_1, r_2, \dots, r_q) , potom môžeme použiť D-optimálny, resp. reštringovaný D-optimálny návrh experimentu. Tým by bola zadefinovaná základná problematika riešenia výskytu refrakcie v geodetickej sieti.

Z uvedených vzťahov vyplýva niekoľko dôvodov, ktoré poukazujú na dôležitosť čo najlepšej znalosti kovariančnej matice. Tá je východiskom pre zostavenie konfidenčných oblastí, prahových oblastí a testovanie hypotéz. Jej nedokonalá znalosť môže viesť k nesprávnym rozhodnutiam, k nesprávnemu charakterizovaniu presnosti odhadov refrakcií, čo v konečnom dôsledku znehodnocuje nielen prácu experimentátora, ale spôsobuje aj škody v aplikácii a interpretácii použitého modelu. Z toho dôvodu je naďalej potrebné odhadnúť variančné komponenty použitých prístrojov charakterizujúcich presnosť merania priamo z meraní v geodetickej sieti. Táto problematika je podrobnejšie rozpísaná v (Bajtala, 2006)

Experimentálne meranie

Experimentálne meranie sme realizovali v areáli Vodného diela Gabčíkovo, ktoré je situované v hornej časti stredného toku Dunaja a na dolnej časti prívodného kanála neďaleko obce Gabčíkovo. Samotné meranie sme realizovali na šiestich vybraných bodoch tejto geodetickej siete, v blízkosti plavebných komôr, kde je najväčšia priečna vzdialenosť medzi bodmi oboch hrádzí prívodného kanála. Tri body experimentálneho poľa sa nachádzali na ľavej strane koruny hrádzy (1-PPB-001A, 1-PPB-002A, 1-PPB-003A) a tri body na pravej strane (2-KZB-082, 2-KZB-086, 2-PPB-001A).

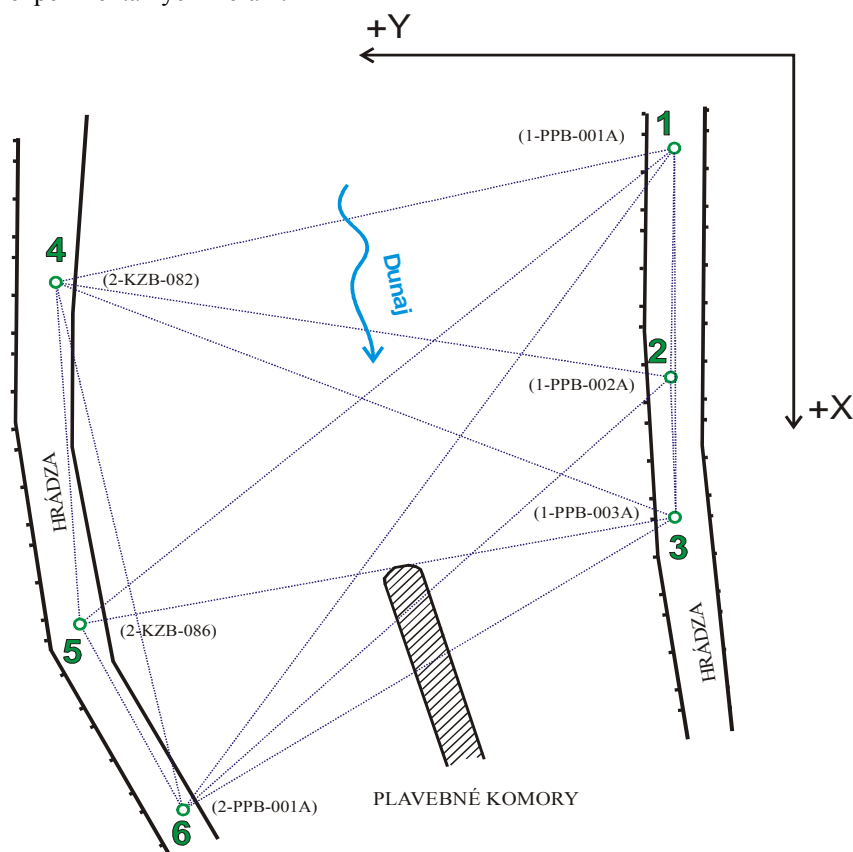
Pre jednoduchosť sme zaviedli vlastné číslovanie bodov, ktoré sme potom používali pri experimentálnych meraniach, pri spracovaní a vyhodnotení experimentu. Bod **1-PPB-001A** sme označili ako bod č. **1**, bod **1-PPB-002A** ako bod č. **2**, bod **1-PPB-003A** ako bod č. **3**, bod **2-KZB-082** ako bod č. **4**, bod **2-KZB-086** ako bod č. **5** a bod **2-PPB-001A** ako bod č. **6**. Znázornenie konfigurácie rozmiestnenia vybraných bodov je zobrazené na obr. 5.

Experimentálne meranie bolo realizované v rôznych ročných obdobiach a počas rôznych atmosférických podmienok. Experimentálne meranie sme nerealizovali v letnom období počas veľkých teplôt z dôvodu veľkých vibrácií pôsobiacich na zámery prechádzajúce ponad hrádzu, keď vibrácia neumožňuje realizovať kvalitné meranie a vyhodnotenie výsledkov. V prvej fáze experimentálnych meraní sme realizovali 4 nezávislé merania (označené: E1, E2, E3, E4). V druhej fáze experimentálnych meraní sme realizovali ďalšie 2 experimentálne merania označené ako E5, E5S. Experimentálne meranie E5 a E5S bolo merané v jednom

dni, pričom pri experimentálnom meraní E5S bol na bode č. 6 simulovaný posun špeciálnym posuvným zariadením.

Vzhľadom na to, že cieľom bolo v prvom rade posúdenie vplyvu horizontálnej refrakcie na meranie horizontálnych smerov, tak sme sa v prvej fáze v experimentoch E1 až E4 snažili na základe uvedených experimentov nájsť odpoveď na otázku: v akých "veľkých" hodnotách sa horizontálna refrakcia pohybuje, respektíve, ak sa meraním zistí nejaká hodnota refrakcie, či sa táto hodnota môže identifikovať ako refrakcia alebo sa jedná o náhodnú hodnotu spôsobenú nepresnosťou prístroja a metódou merania.

Z hľadiska presnosti výsledných cieľových odhadov, získaných spracovaním výsledkov experimentálnych meraní modelom popísanom v kapitole "Model refrakcie v geodetickej sieti", sme najskôr realizovali výpočet variančných komponentov použitých prístrojov charakterizujúcich presnosť experimentálnych meraní.



Obr. 5. Situácia rozmiestnenia bodov.
Fig. 5. Situation of the points location.

Tab. 1. Variančné komponenty prístrojov – experiment E5, E5S.
Tab. 1. Variance components of the instruments – experiment E5, E5S.

E-5	Udané Výrobcom	Model bez refrakcií	Model s refrakciami
Variančné komponenty	1 mm + 2 ppm, 3 ^{cc}	0,6 mm + 0,4 ppm, 5,5 ^{cc}	0,6 mm + 0,5 ppm, 2,8 ^{cc}
Presnosť odhadu	-	0,8 mm + 1,1 ppm, 0,9 ^{cc}	0,8 mm + 1,1 ppm, 0,8 ^{cc}
E-5S	Udané Výrobcom	Model bez refrakcií	Model s refrakciami
Variančné komponenty	1 mm + 2 ppm, 3 ^{cc}	0,8 mm + 0,5 ppm, 5,8 ^{cc}	0,5 mm + 1,1 ppm, 2,5 ^{cc}
Presnosť odhadu	-	1,0 mm + 1,5 ppm, 0,9 ^{cc}	1,0 mm + 1,5 ppm, 0,8 ^{cc}

V ďalšom procese spracovania sme realizovali odhad 14-tich refrakčných uhlov prislúchajúcich jednotlivým horizontálnym smerom (počet meraných horizontálnych smerov 28). Refrakčné uhly opačných zamer majú tú istú hodnotu, ale opačné znamienko. Z odhadnutej kovariančnej matice refrakcií sme

vypočítali aj charakteristiky presnosti jednotlivých refrakčných uhlov. Po odhade refrakčných uhlov a ich charakteristik presnosti sme realizovali testovanie ich významnosti. Vypočítali sme jednotlivé koeficienty identifikovateľnosti refrakcií k_r , ktoré sme porovnali s kritickou hodnotou $k_{r,kritické} = 3,84$, získanou výpočtom pre jedno meranie $\chi_1^2(\delta)$ s rizikom chyby 5 % (na hladine významnosti $\alpha = 95\%$), čím sme získali významnosť jednotlivých refrakčných uhlov, ktoré sa nachádzali v oblasti identifikácie a ktoré sa pohybovali mimo oblasti identifikácie refrakcie. Grafické znázornenie identifikovaných refrakčných uhlov je zobrazené na obr. 6.

Tab. 2. Odhadnuté refrakcie – experiment E5, E5S.

Tab. 2. The estimates refractions – experiment E5, E5S.

Smery	Refrakcie		Štandardná odchýlka		Koeficient identifikácie $k_{r,kritické} = 3,84$	
	r [°]	r [°]	σ_r [°]	σ_z [°]	kr	kr
1-2	5,2	6,3	2,6	2,3	4,0	7,2
1-3	9,9	10,7	2,6	2,4	14,6	20,8
1-4	-3,8	-4,0	2,6	2,4	2,2	2,7
1-5	4,7	3,1	2,7	2,5	3,1	1,5
1-6	4,4	3,6	2,7	2,6	2,8	2,0
2-3	-1,5	-3,7	2,6	2,3	0,4	2,7
2-4	-4,9	-4,6	2,6	2,4	3,5	3,6
2-6	-3,7	-4,0	2,7	2,5	1,9	2,6
3-4	-2,0	1,1	2,6	2,3	0,6	0,2
3-5	3,0	-0,7	2,6	2,4	1,3	0,1
3-6	-4,3	-4,2	2,6	2,4	2,7	3,0
4-5	-7,1	-6,0	2,6	2,3	7,5	6,6
4-6	-7,3	-11,0	2,6	2,4	8,1	21,7
5-6	-8,7	-8,5	2,6	2,3	11,6	13,7

Pre uvedené experimenty sme odhadli aj výsledné súradnice a ich charakteristiky presnosti zameranej geodetickej siete, v modeli s refrakciami a v modeli bez uvažovania refrakcií a vzájomne ich porovnali.

V druhej fáze experimentálnych meraní (E5, E5S) sme sa zamerali na vykonanie experimentov, ktorých cieľom bolo okrem zistenia hodnôt refrakčných uhlov aj posúdenie ich významnosti z hľadiska výsledných súradníc geodetickej siete. Z toho dôvodu sme v geodetickej sieti na bode č. 6 simulovali posun. Na simuláciu sme použili špeciálne posuvné zariadenie. Presnosť simulácie posunu týmto zariadením je 0,05 mm. Simulácia počas experimentov E5 a E5S bola realizovaná priamo v teréne na bode č. 6 (najvzdialenejší bod od pevného bodu č. 1) v smere osi Y o hodnotu 2 mm, čo predstavuje približne hodnotu štandardnej odchýlky odhadu na bode č. 6 v Y-ovom smere a v smere osi X sme simulovali posun o hodnote 6 mm, čo predstavuje približne trojnásobok štandardnej odchýlky bodu č. 6 v smere osi X. Meranie bez simulácie a so simuláciou sme realizovali v ten istý deň.

Rovnako ako v predošlých experimentoch sme odhadli variančné komponenty prístrojov, uhly refrakcie s ich charakteristikami presnosti spolu s koeficientmi identifikovateľnosti. Spracovaním experimentálnych meraní E5 v modeli s refrakciami a bez refrakcií sme získali výsledné hodnoty súradníc, ktoré sme navzájom porovnali. Tak isto sme porovnali aj súradnice pre experiment E5S. Porovnali sme aj rozdiely súradníc, vypočítané v modeli bez refrakcií pred simuláciou a po simulácii a v modeli s uvažovaním vplyvu refrakcie pred simuláciou a po simulácii so skutočnými hodnotami posunov.

Tab. 3. Porovnanie súradníc pred a po simulácii: E5 ↔ E5S

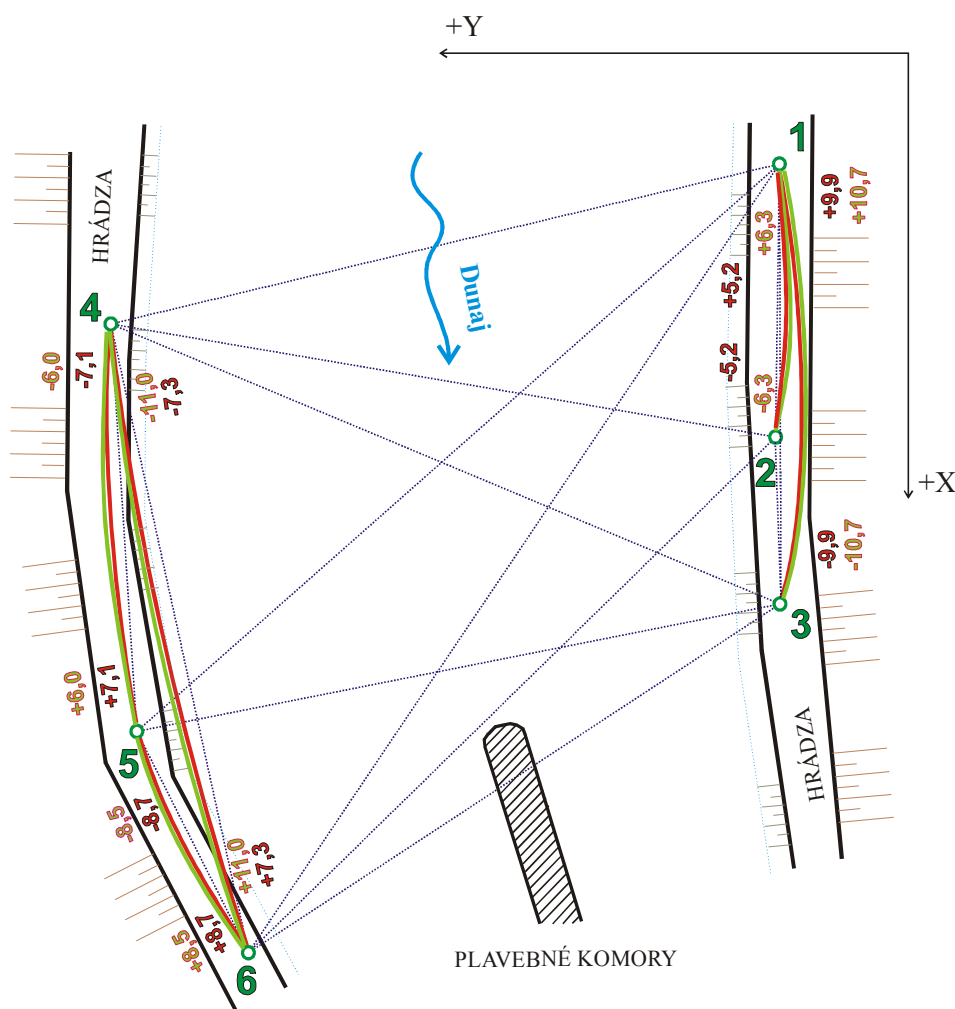
Tab. 3. Compare of the coordinates before and after simulation: E5 ↔ E5S

Odhad súradníc a charakteristik presnosti		MODEL BEZ REFRAKCIÍ – POROVNANIE								
		E5		E5S		E5S – E5				
Bod	Y	X	□Y	□X	Y	X	□Y	□X	Rozdiel je má byť	
	[m]	[m]	[mm]	[mm]	[m]	[m]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
1	1000,0000		0,0		1000,0000		0,0		0,0	0,0
	1000,0000		0,0		1000,0000		0,0		0,0	0,0
2	1005,9613		0,7		1005,9614		0,8		0,1	0,0
	1329,0728		0,6		1329,0730		0,8		0,2	0,0
3	1000,0000		0,0		1000,0000		0,0		0,0	0,0
	1529,2985		0,6		1529,2994		0,8		0,9	0,0
4	1811,4244		0,6		1811,4248		0,8		0,4	0,0
	1189,5503		1,4		1189,5490		1,7		-1,3	0,0
5	1780,6343		0,9		1780,6349		1,1		0,6	0,0
	1678,2162		1,3		1678,2137		1,7		-2,5	0,0
6	1645,2994		1,2		1645,3026		1,5		3,2	2,0
	1946,3705		1,1		1946,3747		1,5		4,2	6,0

Tab. 4. Porovnanie súradníc pred a po simulácii: E5 ↔ E5S

Tab. 4. Compare of the coordinates before and after simulation: E5 ↔ E5S

Odhad súradníc a charakteristik presnosti MODEL S REFRAKCIAMI – POROVNANIE										
Bod	E5				E5S				E5S – E5	
	Y	X	σY	σX	Y	X	σY	σX	Rozdiel Je má byť	
	[m]		[mm]		[m]		[mm]		[mm]	[mm]
1	1000,0000		0,0		1000,0000		0,0		0,0	0,0
	1000,0000		0,0		1000,0000		0,0		0,0	0,0
2	1005,9619		0,5		1005,9618		0,5		-0,1	0,0
	1329,0728		0,6		1329,0730		0,7		0,2	0,0
3	1000,0000		0,0		1000,0000		0,0		0,0	0,0
	1529,2984		0,6		1529,2990		0,7		0,6	0,0
4	1811,4247		0,7		1811,4250		0,9		0,3	0,0
	1189,5503		1,4		1189,5503		1,8		0,0	0,0
5	1780,6339		0,8		1780,6336		1,0		-0,3	0,0
	1678,2162		1,4		1678,2148		1,7		-1,4	0,0
6	1645,2997		1,3		1645,3022		1,6		2,5	2,0
	1946,3707		1,2		1946,3760		1,4		5,3	6,0



Obr. 6. Grafické znázornenie identifikovaných refrakčných uhlov: E5, E5S.

Fig. 6. Graphic interpretation of the identification angle refraction: E5, E5S.

Záver

Posúdenie výskytu horizontálnej refrakcie pri meraniach v miestnej geodetickej sieti je veľmi dôležité. Na základe rozpracovaných teoretických predpokladov bol zostavený model refrakcie, v ktorom boli riešené

otázky výskytu a identifikovateľnosti horizontálnej refrakcie. Nevyhnutnou súčasťou aplikácie modelu refrakcie je problematika optimalizácie geodetických sietí a metodika odhadu variančných komponentov, ktoré zohrávajú významnú úlohu z hľadiska celkovej presnosti výsledkov.

Na základe dosiahnutých výsledkov môžeme konštatovať, že horizontálna refrakcia bola identifikovateľná hlavne na zámerách prechádzajúcich v blízkosti hrádze vo väčšine experimentálnych meraní. Experimentálnym meraním bol teda potvrdený teoretický predpoklad výskytu horizontálnej refrakcie pri zámerách prechádzajúcich ponad hrádzami riek, brehov a dolín. Pri zámerách prechádzajúcich ponad vodnú hladinu sa horizontálna refrakcia preukázala iba pri prvom experimente, ktorý bol realizovaný v zimnom období, v decembri počas sychravého počasia, keď sa v predmetnej lokalite vyskytovali oblasti vodných pár, ktoré sa pozvoľna premiestňovali.

Ďalšou dôležitou skutočnosťou vyplývajúcou z experimentálnych meraní je to, že pri odhade variančných komponentov použitých prístrojov v modeli s refrakciami bola odhadom vypočítaná vyššia presnosť variančných komponentov, ako v modeli bez uvažovania refrakcie. Je to spôsobené tým, že v modeli s refrakciami uvedený model prihliada na výskyt refrakcie, a teda do odhadu nevstupuje úplná hodnota nepresnosti príslušného smeru, ale iba jeho náhodná zložka. V modeli bez refrakcií sa v procese odhadu prejavuje hodnota nepresnosti v plnej miere a z toho dôvodu je výsledná presnosť merania horizontálnych smerov nižšia.

Porovnaním zhody skutočného simulovaného posunu a posunu získaného z rozdielu odhadnutých súradníc pred simuláciou a po simulácii je vidieť, že model s uvažovaním refrakcie sa viac priblížil ku skutočnosti ako model bez uvažovania refrakcie. Pri modeli bez uvažovania vplyvu refrakcie sa rozdiely od skutočnej hodnoty posunu pohybovali na hranici štandardných odchýlok. Pri modeli s uvažovaním vplyvu refrakcie to bolo pod hranicou štandardných odchýlok.

Z praktického hľadiska realizácie ďalších experimentálnych meraní môžu potvrdiť opodstatnenosť uvažovania vplyvu bočnej refrakcie pri riešení náročných úloh z hľadiska vysokých požiadaviek na presnosť výsledkov a ich interpretácie.

*Príspevok tvorí súčasť riešenia grantovej úlohy
evid. č.:1/53/04, VEGA, č.1/4206/07.*

Literatúra - References

- Bajtala, M.: Vplyv horizontálnej refrakcie na geodetické merania. *DDP, Katedra geodézie SvF STU v Bratislave, Bratislava 2006.*
- Bajtala, M., Sokol, Š.: Odhad variančných komponentov z meraní v geodetickej sieti. 3. vedecko-odborná konferencia s medzinárodnou účasťou, "Aktuálne trendy v geodézii, kartografii, geografických informačných systémoch a katastri nehnuteľností v nových podmienkach EÚ", *Herľany 2004.*
- Bajtala, M., Sokol, Š., Vachanová, K.: Posúdenie vplyvu horizontálnej refrakcie na meranie horizontálnych smerov v geodetických sieťach. Zborník na CD „XII. konferencie a VI. sjezd SDMG“ *Společnost důlních měřičů a geologů – Vysoká škola báňská Ostrava, Hustopeče 2005.*
- Junošev, L. S.: Bokovaja refrakcija sveta pri izmerenijach uglov. *Nedra, Moskva, 1969.*
- Kubáčková, L., Kubáček, L.: Statistika a metrologie. *Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2000.*