Využití statistického tolerančního intervalu při kontrolním měření staveb

Neumanová Jana[1]

Using the statistic tolerance interval for control measuring of building construction

The basic requierement for ensuring of geometrical accuracy is knowledge of all requierements on accuracy of geometrical parameters on finished construction. It makes safe function of construction from the point of view safeness, durability and reliability. It is necessary to know the selected functional geometrical parameters (parameters operate about functional qualification construction) and their limiting deviations. The limiting deviations of geometrical parameters are prescribed at the technical documentations, projection documentations etc. If these limiting deviations of buildings are unavailable or much free (both of the cases are uneconomic), it should take account of the technological quality building process and use empirically determinated tolerance extends, which reply for technological possibility of construction. Otherwise carried out study of the capability building process, so-called check of statistical stability building process. The subject of this paper is solving of empirically determinating of the tolerance extends which may be neither parametrical extend for file which has normal division of watch sign or non-parametrical extend which has not normal division of watch sign.

Key words: Check measurement, *geometric accurancy, tolerance interval, processing qualification, regulation diagram.*

Úvod

V inženýrské geodézii jsou kladeny čím dál větší nároky na geometrickou přesnost staveb i na přesnost kontrolního měření. S tím souvisí potřeba věnovat se problematice skutečných odchylek, mezních odchylek a tolerančních intervalů. Z tohoto důvodu je nezbytné v inženýrské geodézii prosazovat statistické přístupy k procesům kontroly geometrické přesnosti, které souvisí s problematikou zabezpečování jakosti staveb.

Tento příspěvek se proto zabývá statistickými přístupy kontroly a to řešením empiricky určeného tolerančního intervalu, který přihlíží k technologickým vlastnostem výrobního procesu. Tento interval může být buď parametrický pro soubor geometrických parametrů, který má normální rozdělení nebo neparametrický pro soubor, který toto rozdělení nemá.

Účel kontroly geometrické přesnosti staveb

Základním požadavkem ve výstavbě je znalost požadavků na výslednou geometrickou přesnost, která umožňuje zajistit funkčnost objektu z hlediska bezpečnosti, trvanlivosti a spolehlivosti. Je tedy nutno znát vybrané funkční geometrické parametry a jejich mezní odchylky. Tyto geometrické parametry se kontrolují geodetickým měřením.

Naměřené odchylky geometrických parametrů se porovnávají s mezními odchylkami, které jsou předepsány v normě, technické dokumentaci, projektové dokumentaci atd.

Účelem kontroly geometrické přesnosti staveb je tedy rozhodnout, zda přejímaný soubor hodnot vyhovuje daným nebo obvykle užívaným podmínkám. Součástí prověřování je kontrola jakosti souboru. Jakost z hlediska geometrické přesnosti staveb se prověřuje u geometrických parametrů, které jsou ke kontrole předepsány.

Tato kontrola může být buď vstupní, výrobní, výstupní nebo přejímací. Vstupní kontrolu vykonává dodavatel na dílčích skupinách výrobků, výrobní kontrolu uskutečňuje během pracovního procesu, výstupní kontrola probíhá před expedicí a přejímací kontrola u odběratele se dělá za účelem rozhodnutí, je-li předávaná dodávka přijatelná (Matějka, 1999).

Do souboru norem pro kontrolu a hodnocení geometrické přesnosti staveb patří základní norma ČSN 73 0212-1.

Standardní statistický model tolerance (obr. 1)

Mezní odchylky geometrických parametrů jsou pro nominální geometrické parametry (x_{nom}) stanovené v projektu předepsány v technické dokumentaci, projektové dokumentaci nebo v normě ČSN 73 0205. V normě se vychází z předpokladu, že geometrické parametry jsou náhodné veličiny s normálním rozdělením pravděpodobností.

[1] *Ing. Jana Neumanová,* ČVUT v Praze, stavební fakulta, katedra speciální geodézie, Thákurova 7, 166 29 Praha 6, jana.neumanova@fsv.cvut.cz

(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 3. 5. 2007)

Hodnoty mezních odchylek jsou stanoveny s pravděpodobností výskytu 5 % skutečných hodnot funkčních geometrických parametrů nižších než x_{min} a s pravděpodobností výskytu 5 % skutečných hodnot funkčních geometrických parametrů vyšších než x_{max}. Pro tento případ jsou hodnoty normované normálně rozdělené náhodné veličiny $u_{max} = u_{min} = 1{,}6$. Lze použít i jiných hodnot pravděpodobností výskytu skutečných hodnot, ale pak je nutno hodnoty u_{max} a u_{min} stanovit dle těchto pravděpodobností.

Mezní hodnoty mohou být buď horní mezní hodnota (x_{max}) nebo dolní mezní hodnota (x_{min}). Tolerance je pak rozdíl

$$\Delta x = x_{\max} - x_{\min} \,. \tag{1}$$

Mezní odchylky jsou dvě a to horní

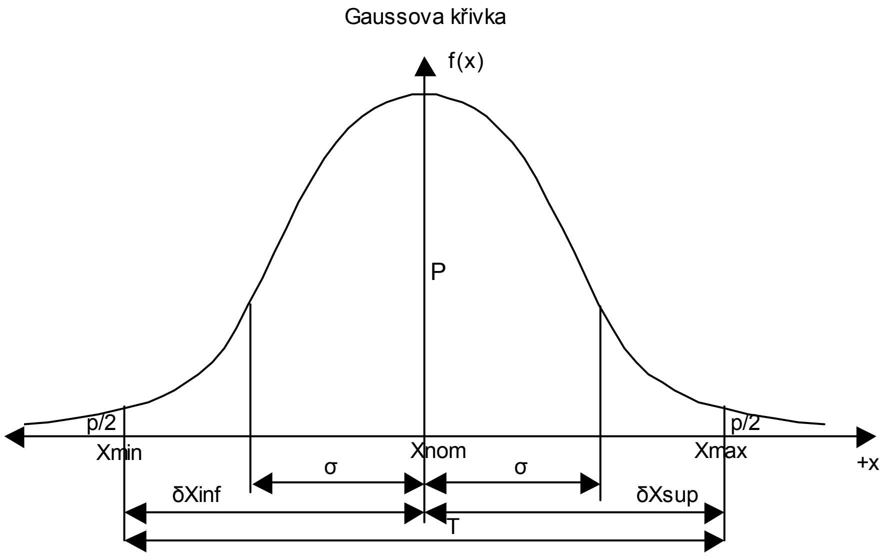
$$\delta x_{\sup} = x_{\max} - x_{nom} \tag{2}$$

a dolní

$$\delta x_{\inf} = x_{\min} - x_{nom} \,. \tag{3}$$

Pokud $|\delta x_{\inf}| = |\delta x_{\sup}| = |\delta x_M|$ jde o případ symetrických mezních odchylek δx_M. Tolerance pak je

$$\Delta x = 2|\delta x_M| \,. \tag{4}$$



Obr. 1. Standardní statistický model tolerance.
Fig. 1. The standard statistic model of a tolerantion.

Nevýhodou standardního modelu tolerance je, že nepřihlíží k reálné možnosti stavebního procesu. Může se tedy stát, že úzkou toleranci nelze splnit nebo, že proces pracuje přesněji (oba případy jsou neekonomické).

Statistický toleranční interval

Oproti standardní toleranci navrhujeme využít v odůvodněných případech statistický toleranční interval. Krajními hodnotami tohoto intervalu jsou toleranční meze. Pro interval existuje pevná pravděpodobnost, tzv. konfidenční úroveň ($1-\alpha$), že interval pokryje alespoň podíl p souboru, z něhož pochází výběr. Riziko, že tento interval pokryje méně než podíl p souboru je α (chyba prvního druhu).

Metoda je použitelná pouze tam, kde lze předpokládat, že jednotky byly ze souboru vybrány náhodně a jsou nezávislé. Statistický toleranční interval může být jednostranný nebo oboustranný.

Odůvodněným případem použití statistického tolerančního intervalu je, když použitá stavební technologie je na výborné úrovni (dodavatelská firma má dobré jméno) a jsou dodrženy předepsané zásady kontrolního měření, ale tolerance dle norem ČSN nebo technických předpisů je přesto příliš úzká. Znamená to, že normu nelze bez úprav použít. Potom by se mělo přihlížet k specifickým vlastnostem stavebního procesu a použít statistické toleranční meze (az nich vyplývají mezní odchylky geometrických parametrů) určené empiricky dle dosavadního chování stavebního procesu.

Nebo může nastat druhá situace, že mezní odchylky jsou v normě dobře nastaveny, ale výrobní proces není seřízen, takže tyto odchylky nedodržuje. Dlouhodobě hodnotit takový výrobní proces lze pomocí metod statistické regulace. Lze provést statistickou analýzu, tzn. studovat způsobilost výrobního procesu (pomocí ověření statistické stability) a případně stav a chování tohoto procesu upravit.

Parametrický toleranční interval

Parametrické toleranční meze předpokládají, aby rozdělení sledovaného znaku (skutečných odchylek geometrického parametru) bylo normální. Normalitu dat lze zjistit pomocí testů statistických hypotéz, např. pomocí χ^2 testu nebo grafickými metodami, např. použitím histogramu četností.

Norma ČSN ISO 3207 stanovuje postup výpočtu oboustranného i jednostranného statistického tolerančního intervalu (parametrického), když rozdělení sledovaného znaku je normální. Zde jsou uvažovány dvě alternativy, že směrodatná odchylka souboru σ je známá a průměr μ souboru je neznámý a nebo je průměr i směrodatná odchylka souboru neznámá.

Pokud místo parametrů μ a σ^2 známe pouze výběrové charakteristiky $\bar{x}$ a s^2 z náhodného výběru *n*, nelze stanovit meze, pokrývající podíl *p* základního souboru s jistotou. Stanovíme tedy meze, které podíl *p* základního souboru zahrnou se zvolenou pravděpodobností $1-\alpha$. Za neznalost směrodatné odchylky souboru σ se platí určitá „daň", která znamená rozšíření tolerančního intervalu.

Oboustranné toleranční meze mají tvar $\bar{x} \pm ks$, kde $\bar{x}$ je výběrový průměr a *s* výběrová směrodatná odchylka z náhodného výběru rozsahu *n*. Konstanta *k* je tabelována v závislosti na n, p a $(1-\alpha)$ (ČSN 01 0250, 1972). Nejpoužívanější hodnoty konfidenční úrovně jsou 0,95 a 0,99 (α = 0,05 a 0,01).

Neparametrický toleranční interval

Parametrické toleranční meze tedy předpokládají, že rozdělení sledovaného znaku je normální. Ale neustálé testování normality je zdlouhavé, výsledky různých metod testů normality nejsou vždy jednoznačné. V řadě případů bylo zjištěno, že soubor skutečných odchylek (např. na dálnici soubor výškových odchylek) nemá normální rozdělení, takže nelze použít standardního modelu tolerance, proto je nutné použít neparametrický toleranční interval sestavený z empiricky určených dat statisticky stabilního procesu.

V normě ČSN ISO 3207 v příloze A je popsáno stanovení statistického tolerančního intervalu (neparametrického) pro případy libovolného rozdělení. Popsaná metoda využívá extrémních hodnot ve výběru.

Pro jednostranně omezené rozptýlení platí, že mezi rozsahem výběru *n*, konfidenční úrovní $(1-\alpha)$ a podílem *p* souboru nad x_m (nejmenší hodnota ve výběru) nebo pod x_M (největší hodnoty ve výběru) platí vztah:

$$p^n = \alpha . \tag{5}$$

Jsou-li hodnoty p a $(1-\alpha)$ dané, lze určit minimální rozsah výběru *n*, při kterém lze tvrdit s pravděpodobností alespoň rovnou $(1-\alpha)$, že nad x_m (nejmenší hodnotou) nebo pod x_M (největší hodnotou) ve výběru bude podíl souboru alespoň roven *p*.

Pro oboustranně omezené rozptýlení platí, že mezi rozsahem výběru *n,* podílem souboru *p*, který leží mezi x_M (největší hodnota ve výběru) a x_m (nejmenší hodnota ve výběru) a konfidenční úrovní $(1-\alpha)$ platí vztah:

$$np^{n-1} - (n-1)p^n = \alpha . \tag{6}$$

Jsou-li hodnoty p a $(1-\alpha)$ dané, lze určit minimální rozsah výběru *n*, při kterém je možno tvrdit s pravděpodobností alespoň rovnou $(1-\alpha)$, že podíl souboru, který leží mezi nejmenší a největší hodnotou ve výběru, bude alespoň roven *p*. Rozsahy *n* jsou tabelovány v závislosti na *p* a $(1-\alpha)$ viz. tab. 1 (ČSN 01 0253, 1972).

Tab. 1. Rozsahy výběrů n pro podíl p při konfidenční úrovni (1- α).
Tab. 1. Ranges of the selectives n for divide p with the confidence level (1- α).

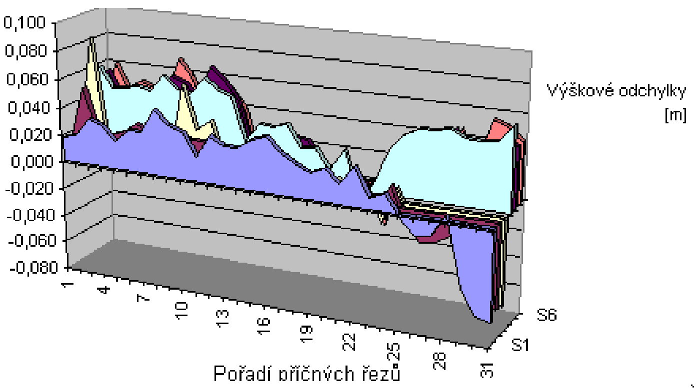
$1-\alpha$ / p	0,90	0,95	0,99
0,90	38	77	388
0,95	46	93	473
0,99	64	130	662

Experimentální ověření

Cílem bylo rozpracovat výškovou kontrolu geometrických parametrů dálnice D1 a ověřit použití statistického tolerančního intervalu. K dispozici byl soubor hodnot získaných při dříve provedené výškové kontrole geometrických parametrů dálnice D1 (vrstva AB v km 77,2 - 77,8) (Dubnová, 1979). Konstrukce krytu vozovky byla tvořena dvouvrstvým asfaltovým betonem. Výšková odchylka v kontrolním bodě je rozdíl hodnoty skutečné (naměřené) a hodnoty projektové. Máme tedy soubor výškových odchylek v levém jízdním pruhu (S_L), soubor výškových odchylek v pravém jízdním pruhu (S_P) a soubor výškových odchylek v obou jízdních pruzích (S_{L+P}) (tab. 2) a (obr. 2).

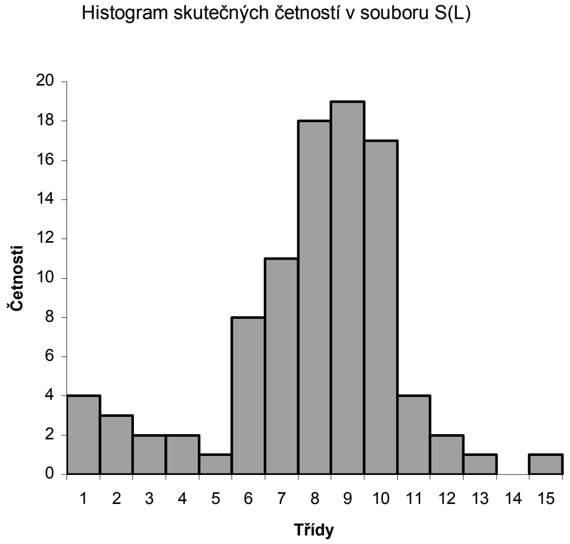
Tab. 2. Soubory výškových odchylek na dálnici D1.
Tab. 2. Files of the high deviations on the highway D1.

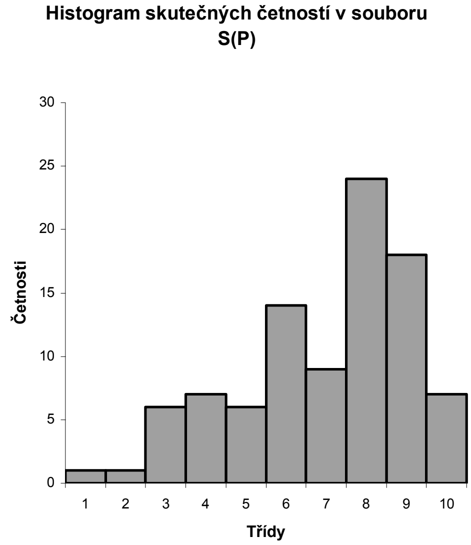
Levý jízdní pruh (S_L)						Pravý jízdní pruh (S_P)				
Řez	**Staničení**	**Výškové odchylky**				**Řez**	**Staničení**	**Výškové odchylky**		
i	km	m	m	m		i	km	m	m	m
1	77,201	0,018	0,016	0,009		**1**	77,201	0,050	0,047	0,009
2	77,221	0,021	0,052	0,086		**2**	77,221	0,062	0,058	0,060
3	77,241	0,033	0,020	0,016		**3**	77,241	0,049	0,041	0,043
4	77,261	0,030	0,020	0,018		**4**	77,261	0,050	0,042	0,049
5	77,281	0,020	0,024	0,013		**5**	77,281	0,052	0,041	0,046
6	77,301	0,029	0,031	0,024		**6**	77,301	0,050	0,041	0,041
7	77,321	0,030	0,026	0,021		**7**	77,321	0,062	0,059	0,069
8	77,341	0,047	0,028	0,008		**8**	77,341	0,053	0,056	0,058
9	77,361	0,037	0,030	0,061		**9**	77,361	0,051	0,045	0,033
10	77,381	0,034	0,026	0,029		**10**	77,381	0,064	0,069	0,052
11	77,401	0,017	0,026	0,038		**11**	77,401	0,057	0,060	0,052
12	77,421	0,034	0,019	0,009		**12**	77,421	0,053	0,048	0,039
13	77,441	0,028	0,016	0,013		**13**	77,441	0,023	0,013	-0,001
14	77,461	0,029	0,016	0,005		**14**	77,461	0,037	0,024	0,008
15	77,481	0,036	0,012	0,000		**15**	77,481	0,036	0,028	0,013
16	77,501	0,039	0,023	0,012		**16**	77,501	0,039	0,028	0,018
17	77,521	0,030	0,013	0,004		**17**	77,521	0,024	0,027	0,008
18	77,541	0,023	0,006	-0,001		**18**	77,541	0,025	0,012	0,002
19	77,561	0,018	0,005	-0,002		**19**	77,561	0,011	-0,003	-0,010
20	77,581	0,023	0,011	0,010		**20**	77,581	0,027	0,007	-0,007
21	77,601	0,014	0,000	0,001		**21**	77,601	-0,003	0,003	-0,009
22	77,621	0,027	0,011	0,008		**22**	77,621	0,006	-0,016	-0,030
23	77,641	0,008	-0,004	-0,017		**23**	77,641	0,032	0,025	0,014
24	77,661	0,012	0,014	0,010		**24**	77,661	0,043	0,033	0,020
25	77,681	-0,002	-0,009	-0,012		**25**	77,681	0,048	0,038	0,026
26	77,701	-0,013	-0,021	-0,014		**26**	77,701	0,049	0,036	0,027
27	77,721	-0,012	-0,020	-0,013		**27**	77,721	0,051	0,048	0,046
28	77,741	0,004	-0,013	-0,009		**28**	77,741	0,046	0,029	0,020
29	77,761	-0,043	-0,038	-0,048		**29**	77,761	0,046	0,042	0,055
30	77,781	-0,061	-0,054	-0,052		**30**	77,781	0,047	0,044	0,051
31	77,801	-0,064	-0,059	-0,061		**31**	77,801	0,059	0,042	0,042

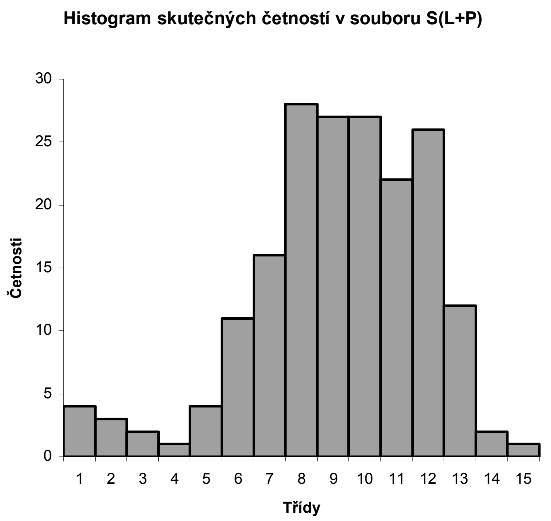


Obr. 2. Graf výškových odchylek pro soubor (S_{L+P}).
Fig. 2. Graph of the high deviations for the file (S_{L+P}).

χ^2 test dobré shody prokázal, že všechny soubory výškových odchylek nemají normální rozdělení (Dubnová, 1979) (obr. 3).







Obr. 3. Histogramy skutečných četností jednotlivých souborů výškových odchylek na dálnici D1.
Obr. 3. Histograms of the existing multitudes of the individual files of the high deviations on the highway D1.

Pro tyto soubory byly vypočteny statistické toleranční intervaly (tab. 3).

Tab. 3. Výpočet statistického tolerančního intervalu pro levý pruh (SL), pravý pruh (SP) a pro oba pruhy (SL+P).
Tab. 3. Account of statistic tolerant interval for left stripe (SL), right stripe (SP) and both strips (SL+P).

	Levý pruh (S_L)	**Pravý pruh (S_P)**	**Oba pruhy (S_{L+P})**
Průměrná hodnota výškové odchylky[mm]	9,02	34,52	17,26
Výběrová směrodatná odchylka [mm]	27,02	21,31	21,25
Rozpětí [mm]	<-64,+86>	<-30,+69>	<-64,+86>
Konfidenční úroveň (1- α)	0,90	0,90	0,90
Podíl souboru (*p*)	0,90	0,90	0,90
Rozsah výběru (*n*)	38	38	38
Nejmenší hodnota ve výběru (x_m) [mm]	**-64**	**-30**	**-59**
Největší hodnota ve výběru (x_M) [mm]	**67**	**64**	**69**

Pro levý pruh bude s pravděpodobností 0,90 90 % hodnot ležet v intervalu <-64,+67>. Pro pravý pruh bude s pravděpodobností 0,90 90% hodnot ležet v intervalu <-30,+64>. Pro oba pruhy bude s pravděpodobností 0,90 90 % hodnot ležet v intervalu <-59,+69>.

V normě (ČSN 73 6123, 1994) je však uvedena mezní výšková odchylka přejímacích zkoušek krytů vozovek od projektové výšky pro dálnice $\pm 10\,\mathrm{mm}$ ($p \geq 90$ %). Z toho vyplývá, že s pravděpodobností 0,90 by měly ležet hodnoty v intervalu <-10,+10>. Zde je vidět, že takto získaná tolerance je mnohem menší než tolerance vypočtená pomocí neparametrického tolerančního intervalu. Z toho vyplývá, že stavební proces na tuto přesnost nebyl tehdy nastaven. Zde je nutno dodat, že od doby kdy bylo měření provedeno se změnily technologické procesy k lepšímu, tudíž lze předpokládat, že i skutečné výškové odchylky by byly menší. Otázkou však je, zda při empiricky nalezeném tolerančním intervalu, který charakterizuje chování procesu, budou dodrženy nezbytné požadavky na příčný a podélný sklon a změny těchto parametrů (pro dodržení plynulosti povrchu vozovky v podélném směru). Dále je dobré si položit otázku, zda v širé trati mimo intravilán je dodržení absolutní výšky s mezní odchylkou $\pm 10\,\mathrm{mm}$ nutné.

Závěry a doporučení

Pokud chceme správně posuzovat výsledky geodetických kontrolních měření, je třeba používat české technické normy včetně ISO norem a řídit se statistickými přístupy kontroly geometrické přesnosti, které souvisí s problematikou zabezpečování jakosti staveb.

Pokud soubor hodnot sledovaného znaku nemá normální rozdělení a nesplňuje možnost stavebního procesu, pro výpočet je vhodné využít neparametrické metody, tzv.oboustranné empiricky určené toleranční meze. Vhodná je aplikace použití neparametrických tolerančních mezí s volbou konfindenční úrovně $(1-\alpha)$ = 0,90 a podílu souboru p = 0,90. Neparametrické metody mají obecnější použití, výpočet je jednodušší a některé jejich vlastnosti jsou nezávislé na rozdělení základního souboru.

Příspěvek je věnován výzkumnému záměru č. MSM 6840770001 „Geodetické monitorování při zajišťování spolehlivosti staveb“.

Literatura – References

ČSN 01 0250 Statistické metody v průmyslové praxi. Všeobecné základy. *1972*.

ČSN 01 0253 Statistické metody v průmyslové praxi III. Základní neparametrické metody. *1972*.

ČSN 73 0205 Geometrická přesnost ve výstavbě. Navrhování geometrické přesnosti. *1995*.

ČSN 73 0212-1 Geometrická přesnost ve výstavbě. Kontrola přesnosti. Část 1: Základní ustanovení. *1996*.

ČSN 73 6123 Stavba vozovek. Cementobetonové kryty. *1994*.

ČSN ISO 3207 Statistická interpretace údajů. Stanovení statistického tolerančního intervalu. *1993*.

Dubnová, B.: Kontrola geometrických parametrů dálnice D1 (geodetická kontrola vrstvy AB v km 77,2 – 77,8) *[Diplomová práce]. ČVUT Praha, 1979, 85s.*

Matějka, Z.: Geometrická přesnost staveb, komentář k normám, praktické návody, vzory v příkladech. *1. vyd., Montanex, 1999, 119s.*