K bodům RTK v síti CZEPOS

Zdeněk Nevosád[1]

To RTK points in CZEPOS network

For the purpose of checking RTK points, it is possible to use the repeated measurements, the measurement of quantities between the points, or the quantities within connection surveys. Suitable satellite or terrestrial measurements between RTK and surrounding points of the given network may serve for the homogeneity check. For heights check and more accurate, it is convenient to connect the satellite surveys to the levelling control.

Key word: *CZEPOS satellite network in Cech republic, RTK points, points sets in S-JTSK, checking procedures of the point position, checking of homogeneity, checking of point heights.*

Úvod

Do konce letošního roku probíhají zkušební měření v družicové síti CZEPOS, jejíž budování bylo ukončeno v roce 2005. Největší pozornost je věnována určování prostorových souřadnic geodetických bodů technologiemi RTK, RTK-PRS a RTK-FKP. V prvním případě jde o příjem korekcí z nejbližší stanice CZEPOS. Systém RTK-PRS využívá korekcí odvozených ze síťového řešení pro pseudoreferenční (virtuální) stanici, vzdálenou od uživatele asi 5 km. Poslední způsob RTK-PRS je založen na korekcích doplněných o plošné parametry FKP, které se odvozují se síťového řešení sítě CZEPOS. K hlavním požadavkům na kvalitní určení bodů patří jejich vysoká relativní přesnost k okolním bodům sítě CZEPOS a dodržení potřebné homogenity k nejbližším bodům JTSK. Někdy se mohou v praxi objevit větší odchylky mezi výškami bodů, získaných převodem elipsoidických výšek ve WGS 84 do systému Bpv, a odpovídajících výšek identických bodů v S-JTSK.

U zaměřovaných bodů je možno rozlišovat prostorovou přesnost vnitřní, relativní prostorovou přesnost v síti CZEPOS, relativní prostorovou přesnost k ostatním družicovým bodům a polohovou a výškovou přesnost k okolním bodům v S-JTSK. Vnitřní a relativní přesnost v síti CZEPOS nebo k družicovým bodům zaměřených ve stejné kampani se odhaduje z výsledků měření a z přesnosti vypočtených korekcí. Relativní přesnost bodů k ostatním družicovým bodům, zaměřených v jiných kampaních, a relativní přesnost k bodům v S-JTSK v podstatě charakterizuje stupeň (míru) homogenity zhušťovaného bodového pole.

Ke kontrole spolehlivosti zaměřených bodů RTK slouží měření různých družicových a terestrických veličin. Homogenitu bodového pole RTK s bodovým polem v S-JTSK lze ověřovat měřením vhodně zvolených veličin mezi body RTK a danými družicovými body nebo danými body v S-JTSK. Zvláštní pozornost je třeba věnovat případným nesouhlasům mezi výškami bodů určených v S-JTSK terestrickými metodami a výškami stejných bodů odvozených z družicových měření.

Kontrola bodů RTK

Nově zaměřované body RTK v dané lokalitě je možné kontrolovat několika základními způsoby (Nevosád, březen, 2006):

- opakovaným měřením prostorových souřadnic metodou RTK,
- měřením družicových vektorů $\boldsymbol{s}_{ij}$ mezi body RTK,
- měřením terestrických veličin mezi body RTK,
- sítí měřených veličin vloženou mezi body RTK,
- kombinací družicových a terestrických veličin.

Opakované měření bodů RTK, uskutečněné v potřebném časovém odstupu, poskytuje většinou dobrou měřickou kontrolu. Zpravidla se odhalí větší systematické chyby, pokud se u některých bodů vyskytnou.

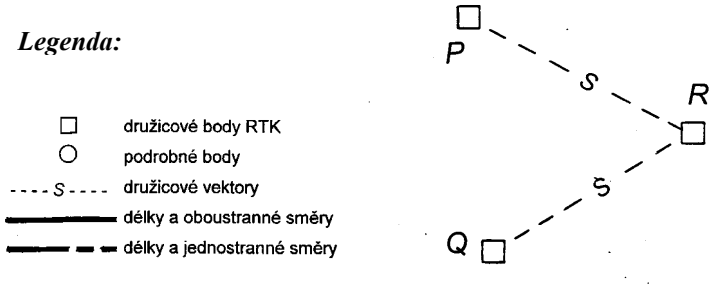
Kontrola pomocí družicových vektorů je schématicky znázorněna v příkladu tří bodů RTK ($T = P,Q,R$) na obr. 1. Kontrolní vektory zahrnující všechny družicové body dovolují odhalit nepřípustné systematické chyby.

[1]*Prof. Ing. Zdeněk Nevosád, DrSc.,* Ústav geodézie, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, Veveří 95, Brno Česká republika.
nevosad.z@fce.vutbr.cz
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 3. 5. 2007)

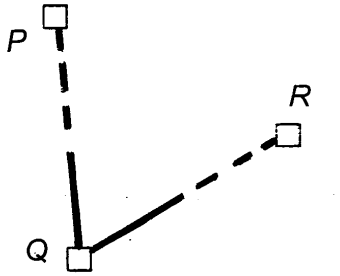
Měření vhodných terestrïckých veličin, především osnov vodorovných směrů,. šikmých délek, zenitových úhlů a nivelačních převýšení, je dostatečně spolehlivou a nezávislou měřickou kontrolou. Podle okolností se volí různé varianty terestrických veličin. Jedna z nich je uvedena na obr. 2.

Výhodné je použít ke kontrole síť veličin, sestavenou z terestrických měření z navazovacích geodetických prací, pro které byly zhušťovací body RTK zakládány. Příklad takové sítě je na obr. 3.

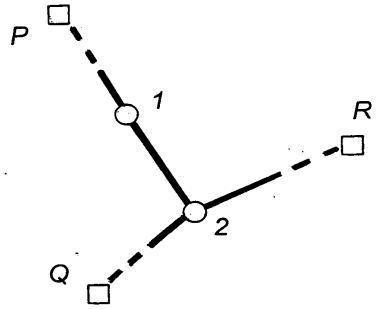
Kombinace uvedených družicových a terestrických veličin jsou např. popsány v článku (Nevosád, únor 2006).



Obr. 1. Body RTK s kontrolními družicovými vektory.
Fig. 1. Points RTK with check satelite vectors.



Obr. 2. Příklad kontroly bodů RTK pomocí terestrických veličin.
Fig. 2. Example of check points RTK by terestic values.



Obr. 3. Příklad kontroly bodů RTK pomocí vybraných terestrických veličin z navazovacích geodetických prací.
Fig. 3. Example of check points RTK by selectedterestric value from the reference geodetic works.

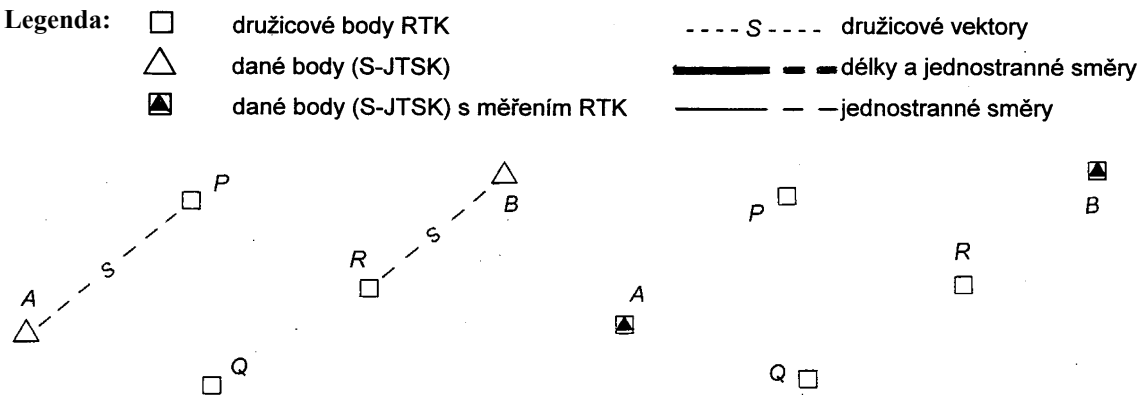
Homogenita bodového pole

Při vkládání zaměřovaných bodů RTK do stávající družicové sítě v ETRS 89 anebo do rovinného systému JTSK a do výškového systému Bpv je žádoucí sledovat homogenitu bodového pole. Tehdy se další družicové a terestrické veličiny týkají spojení nových bodů RTK se zvolenými okolními danými body $K = A$, B, … L. Podobně jako při kontrole zaměřených bodů RTK se mohou využívat různé druhy měřených veličin a jejich kombinací (Nevosád, březen 2006) . Několik příkladů je schématicky uvedeno na obr. 4 až 7.

Příklad připojení bodů RTK ($T = P, Q, R$) na dva dané body A, B pomocí družicových vektorů je na obr. 4. Podobné připojení poskytuje měření RTK na obou daných bodech (obr. 5).

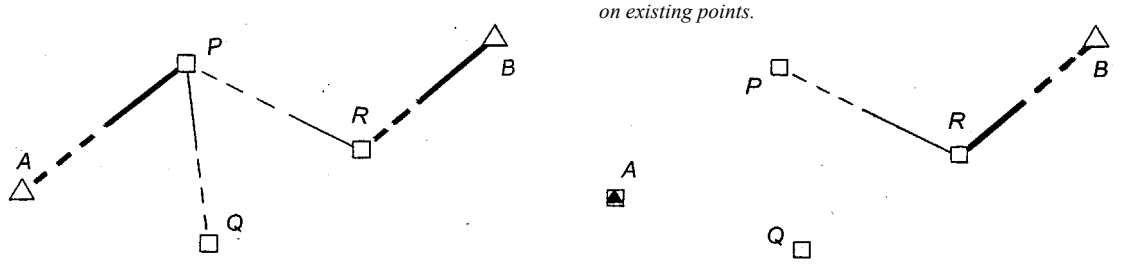
Připojení bodů RTK k daným bodům A, B s použitím terestrických veličin je schématicky znázorněno na jedné z řady variant na obr. 6. Důležitým předpokladem tohoto způsobu spojení zaměřovaných bodů se sítí daných bodů je viditelnost mezi zvolenými body.

Ke spojení zaměřených bodů RTK se sítí daných bodů je možno různě kombinovat družicové vektory, měření RTK na daných bodech a terestrické veličiny. Na obr. 7 je zvolena kombinace měření RTK na jednom daném bodě a terestrických veličin ke druhému danému bodu. Míra homogenity bodů RTK s danými body sítě ETRS 89 anebo S-JTSK a Bpv je dána velikostí relativního posunu $\boldsymbol{c}_d$ (3D) mezi oběma bodovými poli. V rovinném systému JTSK (2D) je vhodné sledovat kromě posunu $\boldsymbol{c}_S$ i měřítkovou změnu $\delta\mu_S$ a malé relativní stočení ω obou souřadnicových soustav. Prostorové souřadnice daných bodů v ETRS 89 označíme X_K, Y_K, Z_K (pro body $K = A, B, \ldots L$). Podobně jsou ${}_rX_K, {}_rY_K$ rovinné souřadnice daných bodů v S-JTSK a výšky H_K v systému Bpv. Na určované body $T \equiv P, Q, R, \ldots Z$ se navážou prostřednictvím měřených veličin body K a získají se tak souřadnice x_K, y_K, z_K v ETRS 89 nebo ${}_rx_K, {}_ry_K, h_K$ v S-JTSK a v Bpv.



Obr. 4. Příklad připojení bodů RTK pomocí družicových vektorů.
Fig. 4. Example of the append points RTK by satelite vectors.

Obr. 5. Příklad připojení bodů RTK měřením RTK na daných bodech.
Fig. 5. Example of the append points RTK measuration RTK on existing points.



Obr. 6. Příklad připojení bodů RTK pomocí terestrických veličin.
Fig. 6. Example of the append points RTK by terestic values.

Obr. 7. Příklad připojení bodů RTK kombinací měření RTK a terestrických veličin.
Fig. 7. Example of the append points RTK combination measuration RTK and terestic values.

Pokud se omezíme jen na S-JTSK a Bpv, vypočtou se souřadnicové rozdíly c_X, c_Y , c_H ze vztahů (Nevosád, březen 2006)

$$c_X = \frac{1}{k}\sum_{K=A}^{L}(x_K - X_{Ki}),\quad c_Y = \frac{1}{k}\sum_{K=A}^{L}(y_{Ki} - Y_K),\quad c_H = \frac{1}{k}\sum_{K=A}^{L}(h_K - H_K), \tag{1}$$

kde k je počet daných bodů K

Odchylka c_S mezi oběma soustavami (v zobrazovací rovině) je dána výrazem

$$c_S = (c_X^2 + c_Y^2)^{0,5}. \tag{2}$$

Jsou-li body RTK připojeny na dva dané body A, B, jsou měřítko μ_S a relativní stočení ω vyjádřeny rovnicemi

$$\mu_S = \frac{s_{AB}}{S_{AB}},\qquad \omega = arctg\,\alpha_{AB} - arctg\,\sigma_{AB}\ , \tag{3}$$

kde α_{AB}, σ_{AB} jsou směrníky délek s_{AB}, S_{AB} v souřadnicových soustavách x, y a X, Y.

K dosažení potřebné homogenity bodového pole je vhodné převést podobnostní transformací body RTK ze systému x, y do daných systémů X, Y (S-JTSK) a H (Bpv). Pak měřítko μ_S a relativní stočení ω jsou dány vztahy (Nevosád, Vitásek, Bureš 2003, Nevosád únor 2006)

$$\mu_S = (a^2 + b^2)^{0,5},\qquad \omega = arctg\frac{a}{b}\ . \tag{4}$$

Homogenita výšek

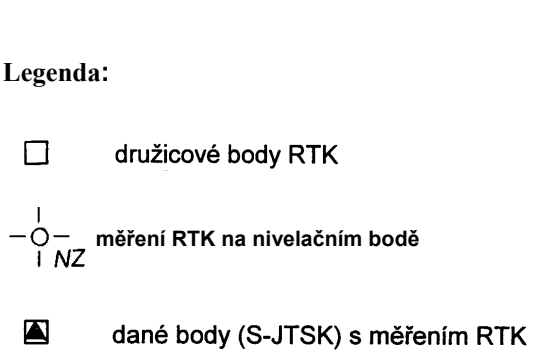
Elipsoidické výšky ${}_eH_i$ se převádějí na normální výšky H_i v Bpv podle známého vztahu (Nevosád, Vitásek 2002)

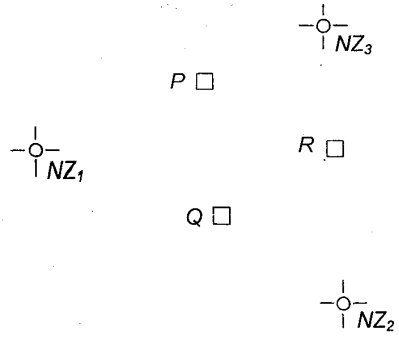
$$H_i = {}_eH_i + \zeta_i, \tag{5}$$

kde ζ_i je převýšení kvazigeoidu nad elipsoidem.

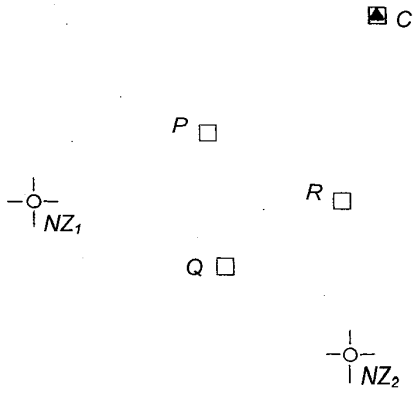
Skutečná chyba ε_{Hi} normálních výšek je dána součtem skutečné chyby ε_{eHi} a skutečné chyby ε_{ζ_i} převýšení kvazigeoidu. Skutečné chyby sestávají z chyb náhodných a systematických. Chyba elipsoidické výšky bývá větší než odpovídající polohová chyba ε_P v zobrazovací rovině (S-JTSK) a u kvalitních měřických metod dosahuje minimálních hodnot 0,02 m až 0,01 m. Chyby v převýšení kvazigeoidu nad elipsoidem jsou udávány hodnotou kolem 0,02 m (Nevosád. Vitásek, Bureš 2002; Nevosád, Vitásek 2000). Přibližně lze odhadnout chyby odvozené normální výšky asi kolem |0,03| m až |0,04| m.

K ověření a zlepšení homogenity normálních výšek, převedených z elipsoidických výšek bodů RTK, je účelné připojit zaměřované body T (≡ P, Q, … Z) ke známým normálním výškám H_j daných bodů (obr. 8 a 9). Vhodné jsou především nivelační body NZ_f (≡ NZ_1, NZ_2, … NZ_n) a trigonometrické a zhušťovací body K (≡ A, B, … L), jejichž výšky byly určeny přesnou nebo technickou nivelací. Nižší přesnost však mohou vykazovat některé výšky, odvozené z trigonometricky určených převýšení pomocí měřených zenitových úhlů z a délek s, vypočtených z rovinných souřadnic koncových bodů, což se projevuje velkými a nepravidelnými odchylkami mezi danými výškami H_j a výškami h_j, odvozenými z elipsoidických výšek ${}_eH_j$.

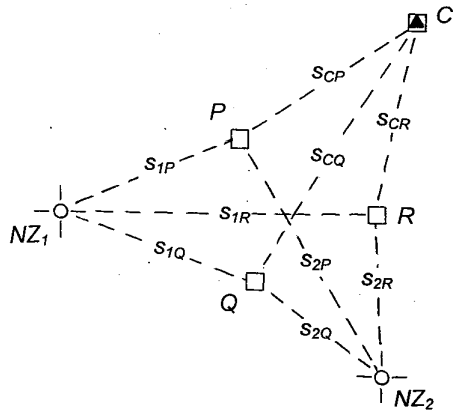




Obr. 8. Příklad výškového připojení bodů RTK na tři nivelační body.
Fig. 8. Example of altitudinal connecting points RTK at three base points.



Obr. 9. Příklad výškového připojení bodů RTK na dva nivelačních body a na jeden daný výškový bod.
Fig. 9. Example of altitudinal connecting points RTK at two base points and at one existing heigh point.



Obr. 10. Schéma k výpočtu výšek obecným aritmetickým průměrem.
Fig. 10. Scheme of calculation high common aritmetic average.

Při výškovém vkládání zaměřovaných bodů RTK do daného bodového pole se tedy porovnávají výšky h_j, odvozené z družicových a terestrických měření na bodech K a NZ_f, s jejich známými výškami H_j.

Stupeň identity obou druhů výšek charakterizují rozdíly

$$\delta H_j = H_j - h_j \,. \tag{6}$$

Jejich velikost by neměla překročit meze dané nerovností

$$\delta H_i|_{max} \leq |\, t.\, \sigma_H \,|\,, \tag{7}$$

kde t = 2 ÷ 2,5 a velikost směrodatné odchylky je odvozena ze vztahu (5), např. (Böhm, Radouch, Hampacher 1989)

$$\sigma_H = (\, \sigma_{eH}^2 + \sigma_\varsigma^2 \,)^{0,5} \,. \tag{8}$$

V rovnici značí σ_{eH} a σ_ς jsou směrodatné odchylky v určení elipsoidických výšek $_eH$ a převýšení kvazigeoidu ς nad elipsoidem.

Pokud výškové rozdíly (6) překračují přípustnou velikost, je třeba připojit zaměřované body RTK na vybrané výškové body, jejichž chyby nepřesahují 0,01 m až 0,02 m. Schématické příklady jsou uvedeny na obr. 8 a 9. V prvním případě jde o připojení metodou RTK na tři nivelační body, v druhém případě na dva nivelační body a na daný bod v S-JTSK, jehož výška byla určena geometrickou nivelací.

Jsou-li rozdíly výšek v požadovaných mezích (7), je vhodné samostatně transformovat všechny výšky bodů RTK na výšky připojovacích bodů NZ_f (pro $f = 1, 2, 3, ... n$) a K (Nevosád, Vitásek 2000).

Vhodnou transformací se jeví obecný aritmetický průměr, kdy výpočet postupuje podle rovnic

$$\begin{aligned} H_T &= h_T + v_T, \\ v_T &= (\sum p_{jT})^{-1}(\sum p_{jT}\,\delta H_j) \qquad pro\ \text{j} = \text{A, B, … Z; NZ 1, NZ 2, … NZn,} \end{aligned} \tag{9}$$

kde váhy $p_{jT} = \dfrac{k}{s_{jT}^2}$, $s_{jT} = [(x_T - x_j)^2 + (y_T - y_j{}^2)]^{0,5}$,

n je počet použitých nivelačních bodů a T určované body RTK.

Závěr

Příspěvek se zabývá kontrolami bodů RTK zaměřovaných v síti CZEPOS. Kontroly jsou důležité při vyšších požadavcích na jejich přesnost. Ke kontrole je využíváno družicových a terestrických veličin. Pozornost je věnována jak vnitřním měřickým kontrolám mezi body RTK, tak i jejich spojení se stávajícími geodetickými základy a se zhušťovacími body. Zvlášť je uvedena metoda zpracování výšek v systému Bpv, kde se mohou objevit větší nesrovnalosti.

Literatura - References

Böhm., Radouch, V., Hampacher, M.: Teorie chyb a vyrovnávací počet. *GKP Praha*, 1989, ISSN 80-7011-056-2, 416 str.

Nevosád, Z., Vitásek, J., Bureš, J.: Geodézie IV. Souřadnicové výpočty. *CERM Brno*, 2002, ISBN 80-214-23401-3, 157 str.

Nevosád, Z., Vitásek, J.: Geodézie III. Výšky. *VUTIUM Brno*, *2000, ISBN 80-214 –1774 – 9, 141 str.*

Nevosád, Z.: Ke koncepci budování bodových polí metodou RTK. *In: Sborník z konference GEOS na CD, Praha, 16. až 18. března 2006, 4 str*.

Nevosád, Z.: K problematice společného zpracování družicových měření RTK a terestrických veličin. *In: Sborník ze semináře „Družicové metody v geodézii“*, *ECON publishing, s.r.o. Brno,* 2.2.2006, str. 72–76. ISBN 80-86433-35-8.