

Testovacie overenia 3D geodetických bodov a ich zmien

Gabriel Weiss¹ a Vincent Jakub²

The test verification of 3D geodetic points and their changes

Approaches of congruency checks of 3D point field realisations applying repeated measurements. Investigation of 3D point displacement in various space direction using test procedures. Determination possibilities of 3D point movements and their significance by the confidence ellipsoids and their applications in practice.

Key words: 3D point fields of GPS measurements, determination of 3D points displacement, confidence ellipsoids, congruency and penetration testing the displacement vectors.

Úvod

Pri aplikácii družicových meracích technológií (GPS, GLONASS), sa určujú polohy bodov v 3D súradnicových systémoch (WGS 84, ETRS 89,...), z ktorých sa podľa potreby ich geodetického využitia transformujú do národných polohových aj výškových systémov. V nich sa potom spravidla separátne posudzujú aj kvalita, resp. stabilita určených bodov.

V súčasnosti, keď európske štáty budujú svoje priestorové siete ako základné v systéme ETRS 89, ktoré sa dajú použiť aj pre lokálne geodetické aktivity, napr. pre opakované zamerania a 3D určenia bodov deformačných sietí DS, sú aktuálne aj otázky kontroly ich stability, resp. zmien v medziepochách a fundované rozhodovania o 3D stálosti, resp. priestorovej zmene vyšetovaných bodov.

V príspevku sú prezentované niektoré z možností aplikácií testovacích postupov pre súradnicové diferencie (indikátory zmien) bodov 3D DS, s použitím testu na 3D kongruentnosť a niektoré iné spôsoby.

Test 3D kongruentnosti

Všeobecne

Je DS, ktorá má b objektových bodov (OB) lokalizovaných s $u=3b$ súradnicami, medzi ktorými nech sa meria počet l GPS vektorov, ($n=3l$ meraní, t.j. súradnicových rozdielov dX , dY , dZ vektorov, napr. v systéme ETRS 89). Z meraní, vykonaných v epochách t , t' s príslušným spracovaním sa určia v každej epoche:

- odhady súradníc b bodov: $(u,1)\hat{C} = \left[\left(\hat{X}\hat{Y}\hat{Z} \right)_1^T \dots \left(\hat{X}\hat{Y}\hat{Z} \right)_b^T \right] a \hat{C}$,
- ich kofaktorové matice: $(u,u) Q_{\hat{c}}, Q_{\hat{c}'}$,
- kvadratické formy rezíduí $(n,u) V$: $kfV = V^T Q_l V$, kfV'
- aposteriórne variančné faktory: $s_o^2 = kfV/(n-u)$, $s_o'^2$.

Obe meračské sieťové realizácie sa v dôsledku pôsobenia rôznych náhodných (čiastočne aj systematických) vplyvov budú v 3D polohách bodov diferencovať len v stochastickej miere, ak body neboli 3D posunuté vplyvom pôsobiacich deformačných síl v danej oblasti alebo sa budú (niektoré alebo všetky body) významne líšiť v svojich určených súradniciach \hat{C} a \hat{C}' . Test 3D kongruentnosti preukáže (obr. 1), že buď nejedná sa o významné rozdiely medzi súradnicami všetkých bodov DS z epoch t , t' alebo že v množine bodov DS sú niektoré, ktorých poloha sa v čase t' - t významne trojrozmerné zmenila. O týchto možných situáciách rozhodne globálny test kongruentnosti a ak bude pozitívny (došlo k 3D zmene, u niektorých bodov), identifikácia týchto bodov sa vykoná lokalizačným testom kongruentnosti.

Globálny test kongruentnosti

Signifikantná stabilita, resp. nestabilita bodov DS sa zamietá alebo nezamietá na základe overenia nulovej hypotézy H_o (resp. aj alternatívnej hypotézy)

$$H_o: \hat{C}' - \hat{C} = 0, \quad H_a: \hat{C}' - \hat{C} \neq 0, \quad (1)$$

¹ prof. Ing. Gabriel Weiss, PhD, Ústav geodézie a geoinformačných systémov, TU, F BERG, Park Komenského 19, 043 84 Košice

² hosť. prof. Ing. Vincent Jakub, PhD, Geometra, Pražská 4, 04011 Košice

(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 3. 5. 2007)

H_0 vyjadruje nesignifikantnosť súradnicových diferencií bodov medzi epochami t a t' . Pre testovanie sa použije napr. štatistika (Koch. 1985=Pelzer. 1971=Niemeier. 1980)

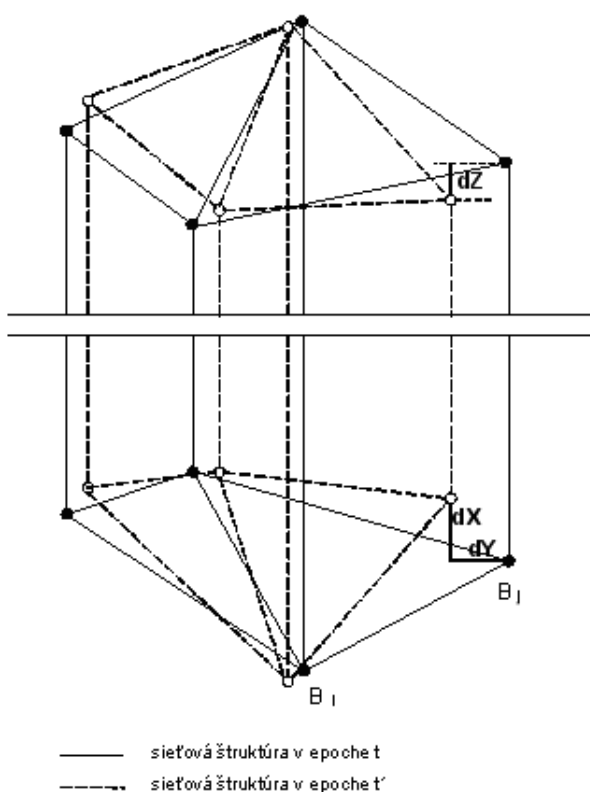
$$T = \frac{(\hat{c}' - \hat{c})^T (Q_{\hat{c}} + Q_{\hat{c}'})^{-1} (\hat{c}' - \hat{c})}{h \cdot \bar{s}_0^2} \sim F(h, f) \quad (2)$$

$$= \frac{d\hat{C}^T Q_{d\hat{C}}^{-1} d\hat{C}}{h \cdot \bar{s}_0^2} = \frac{R}{h \cdot \bar{s}_0^2}$$

s Fisherovým – Snedecorovým rozdelením pravdepodobnosti, kde $h = u$, $f = n - u$ a

$$\bar{s}_0^2 = \frac{kfV + kfV'}{f + f'} \quad (3)$$

je aposteriorný variančný faktor spoločný pre obe epochy t, t' .



Testovanie sa realizuje na zvolenej hladine významnosti α (0,02; 0,05; ...) t.j. s kritickou hodnotou štatistiky $F_\alpha(h, f; 1 - \alpha)$ a pre numerickú reláciu F, F_α vyplývajú dve možnosti:

$$T > F_\alpha \quad (4)$$

kedy sa H_0 sa nezamieta, t.j. prijíma sa s rizikom α , že v čase t' - t nedošlo k štatisticky významným zmenám na žiadnom bode DS, jej všetky body je možné považovať za 3D stabilné, teda v takom prípade test potvrdzuje 3D kongruentnosť sieťových realizácií v t a t' ,

$$T \leq F_\alpha \quad (5)$$

Obr. 1. 3D konkurencia bodov siete rozložená na 1D (výškovú) kongruenciu (dz), 2D (polohovú) kongruenciu (dx, dy).
Fig. 1. 3D competition point of net extended on 1D (high) congruence (dz), 2D (position) congruence (dx, dy).

kedy sa H_0 zamieta a prijíma sa stav, že v čase t' - t niektoré body (bod) DS významne zmenili svoju 3D polohu vplyvom pôsobenia deformačných síl, v takom prípade sieťové realizácie teda nie sú 3D kongruentné a je potrebné identifikovať tie body DS, ktoré nekongruentnosť zapríčinili.

Lokálny test kongruentnosti

Pre lokalizáciu 3D zmenených bodov sa dekomponuje numerická hodnota R (platí pre b bodov) na svoje čiastkové komponenty R_i , $i = 1, 2, \dots, b$, vzťahujúce sa k jednotlivým bodom DS. Dekompozíciu možno vykonať:

- exaktným postupom vyžadujúcim osobitný algoritmus rozkladu R na hodnoty R_i prislúchajúce jednotlivým bodom DS (Pelzer. 1971=Niemeier. 1980=Heck. 1984=Biacs. 1989), v ktorých hodnota "budú zohľadnené všetky "auto"- a "interkoveľačné väzby súradnicového určenia bodov" ako" aj $xr \{x\}$ "meraní a výpočtov,
- aproximujúcim postupom, v ktorom sa pre každý bod určí jeho podiel v R hodnotou

$$R_i = d\hat{C}_i^T (Q_{\hat{C}_i} + Q_{\hat{C}_i})^{-1} d\hat{C}_i = d\hat{C}_i^T Q_{d\hat{C}_i}^{-1} d\hat{C}_i \quad (6)$$

vyjadrenou príslušnými prvkami len z hlavnej diagonály matice $Q_{d\hat{C}_i}$, čo znamená zanedbanie vplyvu korelačných vzťahov (Pelzer, 1971=Biacs, 1989), ktoré spravidla neovplyvnia bodové hodnoty R v takej miere, aby sa zmenil testový výsledok (3D stabilný bod ~ 3D zmenený bod).

Ako lokalizačná testovacia štatistika pre jednotlivé body DS sa použije náhodná premenná

$$T_i = \frac{R_i}{3\bar{s}_0^2} \sim F(f = 3, f' = n - \bar{u}), i = 1, 2, \dots, b, \quad (7)$$

kde \bar{u} je postupne znižovaná hodnota argumentu u po už vykonaných jednotlivých testovaniach so štatistikou (7). Kritická hodnota štatistiky na hladine významnosti α je

$$F_{i\alpha}(f, f'; 1 - \alpha_0), \text{ kde } \alpha_0 = 1 - (1 - \alpha)^{1/n} \text{ (Heck, 1984; Biacs, 1989).}$$

Z porovnania T_i a $F_{i\alpha}$ vyplýva alebo

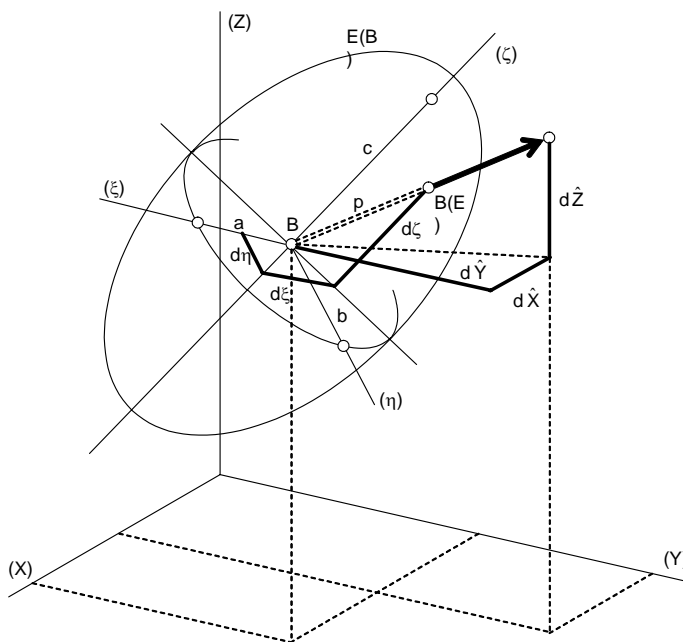
$$T_i > F_{i,\alpha_0}, \quad (8)$$

kedy test preukazuje signifikantnú zmenu v 3D polohe bodu za obdobie $t' - t$, teda v takom prípade s rizikom α_0 možno pripustiť priestorovú zmenu príslušného bodu v dôsledku účinkovania deformačných síl, alebo

$$T_i \leq F_{i,\alpha_0}, \quad (9)$$

kedy výsledok vyjadruje stochastickú stabilitu bodu, keď zmeny súradníc bodu v t' voči ich hodnotám v t nie sú významné, teda kedy je možné bod považovať pre obdobie $t' - t$ za stabilný.

Lokalizačné testy sa realizujú v poradí od R_{max} s postupne menšími hodnotami R , keďže najväčšie 3D



zmeny nastávajú u bodov s najväčšími hodnotami R . Postupným testovaním v zmysle (8) od R_{max} po bod s R_j sa zistia tie body, u ktorých test preukáže signifikantné zmeny, takže od bodu s R_{j+1} všetky ďalšie body možno bez realizácie lokalizačného testovania považovať za body s nesignifikantnými zmenami svojich súradníc a za body so signifikantnou zmenou svojich súradníc body s R_{max} až po R_j .

obr. 2. Posun B do polohy B' v systéme (XYZ). prienik vektora BB' elipsoidom v B(E)
Fig. 2. Move B in position B' in system (XYZ) intersection vector BB' with ellipsoids in B(E).

3D test s konfidenčným elipsoidom

Z ďalších testovacích spôsobov overovania významnosti súradnicových diferencií $d\hat{C} = \hat{C}' - \hat{C}$ určených 3D súradnic bodov v epoche t : $C = [XYZ]^T$ a v epoche t' : $C' = [X'Y'Z']^T$, dajú sa pre deformácie charakteristické body (z množiny objektových bodov DS) použiť aj rôzne ďalšie matematicko-geometrické testy (Sütti a Török, 1996; Koch, 1985; Jakob, 1980; Linkwitz, 1985; 1988="Ucdqx". "Y gkuu. "Lcnvd."4226").

Z nich napr. „test prieniku deformačného vektora bodu konfidenčným elipsoidom“, dáva tiež spoľahlivé závery o priestorových zmenách bodov a jeho podstatu načrtáva obr. 2. Testom sa posudzujú 3D zmeny na každom bode B v DS osobitne.

V 3D systéme je bod B určený v epoche t s polohou $B(\hat{X}\hat{Y}\hat{Z})$, v epoche t' s polohou $B(\hat{X}'\hat{Y}'\hat{Z}')$, teda s polohovou zmenou

$$dC = \begin{bmatrix} d\hat{X} \\ d\hat{Y} \\ d\hat{Z} \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} \hat{X}' - \hat{X} \\ \hat{Y}' - \hat{Y} \\ \hat{Z}' - \hat{Z} \end{bmatrix}_B, \quad (10)$$

ktorá determinuje priamočiare premiestnenie bodu z B do polohy B' veľkosti

$$d(BB') = \sqrt{d\hat{X}^2 + d\hat{Y}^2 + d\hat{Z}^2}, \quad (11)$$

Poloha bodu B z MNSŤ určenia je charakterizovaná kovariančnou maticou $\Sigma_{\hat{C}(B)}$. Ako je známe, 3D konfidenčná oblasť bodu B je vytvorená príslušným elipsoidom $E(B)$ so stredom v B a s poloosami a, b, c (obr. 2) v zmysle

$$P\left\{d\hat{C}^T \Sigma_{\hat{C}}^{-1} d\hat{C} \leq F(u, n-u)\right\} = 1 - \alpha \quad (12)$$

čo z hľadiska pravdepodobnostnej a geometrickej interpretácie vyjadruje, že vektor dC bude s pravdepodobnosťou $1 - \alpha$ situovaný vnútri $E(B)$. V opačnom prípade vektor dC prenikne do polohy B' mimo $E(B)$, t.j. bude preukazovať signifikantnú zmenu polohy vyšetřovaného bodu B za obdobie $t' - t$.

O situácii, či vektor \vec{BB}' preniká alebo nepreniká konfidenčným elipsoidom, rozhodne dĺžka úseku

$p = \overline{BB}(E)$, kde $B(E)$ je bodom prieniku vektora \vec{BB}' z elipsoidu. Ak bude

$$\overline{BB}' > \overline{BB}(E), \text{ tj. } d > p, \quad (13)$$

\vec{BB}' preniká cez $B(E)$, t.j. 3D zmena B do B' je signifikantná a s pravdepodobnosťou $1 - \alpha$ možno prijať stav priestorovej zmeny bodu B . Ak bude

$$\overline{BB}' \leq \overline{BB}(E), \text{ tj. } d \leq p, \quad (14)$$

t.j. pôjde o posun bodu B po polohu $B(E)$ vnútri $E(B)$, príslušnú priestorovú zmenu bodu B bude možné s rizikom α považovať za nesignifikantnú.

Ak sa teda porovnajú dĺžky d a p , vznikne niektorý zo stavov (13), (14) ako aktuálny. Pre porovnanie potrebné hodnoty veličín d, p sa určia nasledovne.

Dĺžka d vektora je k dispozícii na základe vzťahov (10) a (11).

Vzdialenosť p medzi B a $B(E)$ sa určí v 3D systéme súradníc (ξ_B, η_B, ζ_B) elipsoidu podľa (obr. 2)

$$p = \sqrt{d\xi_B^2 + d\eta_B^2 + d\zeta_B^2}, \quad (15)$$

a súradnice prieniku vektora \vec{BB}' s konfidenčným elipsoidom sa získajú riešením systému rovníc, pozostávajúceho z rovnice relatívneho konfidenčného elipsoidu v bode B

$$\frac{d\xi_B^2}{a^2} + \frac{d\eta_B^2}{b^2} + \frac{d\zeta_B^2}{c^2} = 1, \quad (16)$$

kde

$$\begin{aligned} a &= s_0 \sqrt{\lambda_1 F(f_1, f_2); 1 - \alpha}, \\ b &= s_0 \sqrt{\lambda_2 F(f_1, f_2); 1 - \alpha}, \\ c &= s_0 \sqrt{\lambda_3 F(f_1, f_2); 1 - \alpha}, \end{aligned} \quad (17)$$

pričom s_0^2 je aposteriórny variančný faktor z vyrovnania 3D deformačnej siete, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, sú vlastné hodnoty kovariančnej matice $\Sigma_{\hat{c}(B)}$, $f_1 = 3$, $f_2 = n - 3$ je redundancia DS a z rovnice priamky idúcej bodmi B a B' (pri zohľadnení nulových súradníc bodu B).

Riešenie systému oboch rovníc poskytne hodnoty $d\xi, d\eta, d\zeta$ pre určenie dĺžky p (15), takže bude možné na základe komparácie „ d^c “ a „ p^c “ v zmysle (13), (14) posúdiť priestorovú zmenu bodu B deformačnej siete. Pri nulovej hypotéze $H_0: \overline{BB'} \equiv p = 0$, výsledky testovania rezultujú do stavov:

- ak sa vektor $\overrightarrow{BB'}$ nachádza vo vnútri elipsoidu E (B) bude mať dĺžku p , potom sa bude poloha bodu B' líšiť stochasticky, nevýznamne od pôvodnej polohy B, čiže bude $d \leq p$ a nie je dôvod zamietnuť H_0 ,
- ak sa vektor $\overrightarrow{BB'}$ z bodu B bude nachádzať mimo elipsoidu E (B) (ktorým v bode B(E) preniká), bude mať väčšou dĺžkou ako $\overline{BB'(E)} \equiv p$, potom sa bude poloha bodu B' líšiť významne od pôvodnej polohy B; čiže bude $d > p$, teda sa H_0 na zistenej hladine významnosti α zamietajú, zmena B do B' je štatisticky významná.

Záver

S rozvojom 3D meracích technológií v geodézii a s priamym spracovaním meraní v 3D súradnicových systémoch, aj otázky a spôsoby 3D hodnotenia kvality (stability) geodetických bodov nadobudnú čoraz väčší význam a potrebnosť ich aplikácií. Okrem už súčasných metód 3D hodnotenia bodov možno očakávať vznik ďalších nových prístupov a riešení v tomto smere aj so zohľadnením pohybu litosferických blokov so zemským povrchom. Analýzy vyžadujú aj vhodné softvérové vybavenia pre príslušné výpočty a grafickú vizualizáciu výsledkov, čo tiež možno reálne očakávať.

Literatúra – References

- Biacs, Z.: Estimation and Hypothesis Testing for Deformation Analysis in Special Purpose Networks. *UCSE Report No. 20032, Unio. Calgary 1989, p. 1-171.*
- Heck, B.: Zur geometrischen Analyse von Deformationen in Lagenetzen. *Allg. Verm. Nachr. 91 (1984), 11, 357-364.*
- Jakob, G.: Beitrag zur Bestimmung räumlicher Punktbebewegungen. *Verm. Techn. 28 (1980), 7, 225-227.*
- Jakub, V.: Posudzovanie stability geodetických bodov. *TU Košice, PhD práca, 2001.*
- Koch, K. R.: Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen modellen. *Springer, Berlin, 1985.*
- Linkwitz, K.: Über fehlerzeigende Figuren. *Allg. Verm. Nachr. 92 (1985), 11, 12.*
- Linkwitz, K.: Einige Bemerkungen zur Fehlerellipse und zum Fehlerellipsoid. *Verm. Phot. Kat. 61 (1988), 7, 345-358.*
- Niemeier, W.: Kongruenzprüfung in geodätischen Netzen. In: Pelzer, J. (Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung, *Wittwer, Stuttgart 1980, s. 511-532.*
- Pelzer, H.: Zur Analyse geodätische Deformationsmessungen. *Veröff. DGK, C, 164, München, 1971.*
- Sabová, J.: Metodika overenia stability bodov v rámci deformačného šetrenia. *Uhlí-Rudy-Geologický průzkum, 2002, 2, s20-23.*
- Sabová, J.: Kvalita deformačnej siete a kompatibilita jej bodov. *Sborník anotací a Elektronický sborník přednášek 10. konf. SDMG 21.-23. října 2003, Zvole nad Pernštejnem.*
- Sabová, J., Weiss, G., Jakub, V.: Použitie GPS na kontrolu kvality polohových bodových štruktúr. *Acta Montanistica Slovaca, 9 (2004), 1, s28-37.*
- Súttí, J., Török, Cs.: Testing 3D Displacement Vectors by Confidence Ellipsoids. *Acta Montanistica Slovaca. 1 (1996), 4, 301-310.*