

Pôsobenie chybných bodov lokálnej geodetickej siete na výsledky jej vyrovnania

Gabriel Weiss¹, Juraj Gašinec¹, Jacek Engel², Slavomír Labant¹ a Štefan Rákay, ml.¹

Effect incorrect points of the Local Geodetic Network at results of the adjustment

When a new Local Geodetic Network (LGN) should be established, some "old" geodetic points with coordinates $[XY]$ from the present point field are used and contemporaneously some necessary "new" points are established in the area of LGN. Their approximate coordinates $[X^oY^o]$ are determined using competent measurements and computations.

If the coordinate determinations of new points are correct and the coordinates of old points are without points decomparibilities, the new LGN with all properties can be correctly determined using a convenient adjustment.

If new network-points are not correctly determined (some distances and angles badly measured, other injurious influences), the adjustment results are not acceptable. (large residuals V , large coordinate standard deviations $s_{\hat{x}}, s_{\hat{y}}$, etc.). In such falls there is necessary to search for causes of the bad results in the network-adjustment. Occurrence of such a situation can be found in big values of some quantities $dL_i = L_i - L_i^o$ of the vector dL (L_i - measured quantities as distances, angles, ...; L_i^o - their approximative values).

The wrong (large) dL_i will ambiguously identify in the adjustment the distances, angles and the corresponding approximative coordinates, which are unacceptable.

Such situations are characteristic for:

- Least Squares Adjustment (LSA),
 - Iteratively Reweighted Robust LSA (IRRLSA),
- as they are applicable for identification of wrong results in the adjustments.

Key words: Local Geodetic Network, Method of least squares, robust adjustment, weight iteration adjustment

Úvod

Nové meracie technológie a metódy globálneho charakteru postupne umožnia vytvárať kompaktné 3D geometrické bodové polia vysokej kvality v rozsiahlych priestoroch. Aj popri takomto globálnom trende. Naďalej budú mať pre jednotlivé oblasti, štáty, krajiny dôležitý význam lokálne geodetické siete (LGS). Tieto siete sa aj naďalej budú zakladať všade, aj v SR. Staré LGS sa budú obnovovať, dopĺňať a rozširovať. Bude tiež aktuálna LGS geodetická lokalizácia v bodových poliach systému ETRS 89 a ich použitie aj v súčasných systémoch štátov. Je treba zdôrazniť, že potreba a význam LGS budú vysoko aktuálne v budúcom rozvoji všetkých krajín, a preto je potreba im venovať potrebnú pozornosť, predovšetkým z hľadiska ich kvality.

Z uvedeného pohľadu je teda stále aktuálna problematika korektného vytvárania LGS, t.j. ich založenie, zameranie a spracovanie tak, aby získané súradnice ich bodov (jestvujúcich i nových) a ich parametre kvality neboli skreslené rôznymi vplyvmi a chybami, t.j. aby všetky výsledky získané pre LGS boli správne a použiteľné, bez vplyvu rôznych znehodnocujúcich pôsobení z meraní, použitých údajov i výpočtov.

Kvalita LGS

Pri zakladaní (obnove, dopĺňovaní) LGS môžu vzniknúť a pôsobiť na výsledky najmä chyby:

- niektorý dátumový bod (DB) v priestore, ktorý sa preberá do LGS, nie je kompatibilný (nie je horizontálna identita fyzickej meračskej značky a jej polohy definovanej súradnicami) (Weiss, G., Jakub, Weiss, E. 2006, Stichler, 1985, Jakub, 2001),
- pre niektorý, v priestore LGS určovaný nový bod (UB) sa v dôsledku rôznych chýb (z meraní, výpočtov, atď.) určia chybné hodnoty približných súradníc $C_{UB}^o = [X^o, Y^o]_{UB}$,
- v rámci zamerania LGS (šikmých dĺžok, vodorovných uhlov, smerov a iných veličín), bude niektorá veličina z rôznych dôvodov chybné zameraná a následne určená jej nesprávna numerická hodnota, s ktorou sa zaradí do výpočtov.

¹ prof. Ing. Gabriel Weiss, PhD., doc. Ing. Juraj Gašinec, PhD., Ing. Slavomír Labant, Ing. Štefan Rákay, ml., Fakulta BERG Technickej univerzity v Košiciach, Ústav geodézie, kartografie a geografických informačných systémov, Park Komenského 19, 040 01 Košice, Gabriel.Weiss@tuke.sk, Juraj.Gasinec@tuke.sk, Slavomir.Labant@tuke.sk, Stefan.Rakay@tuke.sk,

² host. prof. Dipl. Ing. Dr. techn. Jacek Engel, Ústav podnikania a manažmentu, Fakulta BERG TU v Košiciach, Park Komenského 19, 043 84 Košice

(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 17. 4. 2009)

Tieto chyby, ako príčiny, vyvolávajú v odhadovacom procese (v použítom vyrovnaní LGS) v získaných numerických výsledkoch rôzne chybné, skreslené, nereálne numerické hodnoty a vzťahy. Je preto potrebné kvôli zamedzeniu ich vplyvu takéto výsledky identifikovať a analyzovať.

Na identifikáciu chybných výsledkov (čiastkových alebo súhrnných) vplýva aj použitý spôsob vyrovnania LGS. Najčastejšie spracovanie LGS sa v súčasnosti realizuje v modeli sprostredkujúceho vyrovnania (Gaussov-Markovov model - GMM) s použitím postupov:

- viazaného (väzbového) vyrovnania,
- voľného vyrovnania,
- niektorého robustného odhadovacieho postupu (Jäger et al. 2005, Soha 1988, Carosio 1995, Aduol 2003, Wicki 1992), najčastejšie spôsobu iteratívne váhovaného MNŠ vyrovnania.

Veličiny a vzťahy používané v MNŠ pri odhadovaní parametrov LGS

Odhady súradníc \hat{C}_{UB} bodov UB v LGS a ostatné charakteristiky sa získajú podľa známych vzťahov (Wolf, 1997; Böhme et al., 1990; Jäger et al., 2005; Grafarend et al., 1993):

$$\hat{C}_{UB} = C_{UB}^o + d\hat{C}_{UB}, \quad (1)$$

$$\hat{C}_{UB} = C_{UB}^o + (A^T Q_L^{-1} A)^{-1} A^T Q_L^{-1} (L - L^o) = C_{UB}^o + N^{-1} A^T Q_L^{-1} (L - L^o), \quad (2)$$

kde C_{UB}^o – vektor približných hodnôt súradníc bodov UB,

$d\hat{C}_{UB}$ – vektor MNŠ súradnicových doplnkov k C_{UB}^o ,

A – matica konfigurácie LGS (koeficientov lineárneho modelu sprostredkujúceho vyrovnania),

Q_L – matica kofaktorov meraných veličín v LGS,

$L = (d, \omega, \dots)$ – vektor observovaných a v rovine kartografického zobrazenia určených hodnôt dĺžok d , uhlov ω a ďalších veličín,

$L^o = (d^o, \omega^o, \dots)$ – vektor približných hodnôt d^o, ω^o, \dots observovaných veličín d, ω, \dots

Približné súradnice určovaných bodov C_{UB}^o v LGS sa určia s použitím hodnôt $d^o, \omega^o, \dots, C_{UB}^o, C_{DB}$ príslušných prvkov a bodov siete a tiež z výsledkov vykonaných meraní v LGS. Matica A sa určí hodnotami a rozmiestnením svojich nulových a nenulových prvkov $a = f(C_{UB}^o, C_{UB}^o, d^o, \omega^o, \dots)$, matica kofaktorov Q_L sa vytvára podľa rôznych koncepcií a prístupov k tvorbe jej nenulových prvkov q v danej LGS (Böhme et al., 1990; Mikhail, 1976; Wolf, 1997), vektor $L = f(d, \omega, \dots)$ sa formuje z nameraných a primárne spracovaných hodnôt pre d, ω, \dots v sieti a vektor $L^o = f(d^o, \omega^o, \dots)$ sa tvorí z približných hodnôt meraných veličín.

Detekcia chýb vo vyrovnaní LGS

Jednotlivé výstupy – výsledky z odhadovacích procesov umožňujú okrem matematických spôsobov ich získania a hodnotenia aj vizuálne posúdenie ich hodnovernosti (očakávateľnosti), najmä na základe veľkosti ich hodnôt, ktoré sú funkciou správnosti a prijateľnosti jednotlivých výsledkov.

Najčastejšie sa na posúdenie hodnovernosti a kvality výsledkov z LGS používajú jednotlivé výsledky vyrovnania, resp. ich funkcie, najmä:

$$\underset{(n,1)}{dL} = L - L^o \quad \text{rozdiely medzi hodnotami meraných a približných hodnôt veličín sieťovej štruktúry (} d, \omega, \text{ďalšie prvky),}$$

$$\underset{(n,1)}{V} = \underset{(n,n)}{A} d\hat{C} - dL \quad \text{hodnoty reziduí (opráv) } V \text{ meraných veličín,}$$

$$\underset{(1,1)}{kfV} = V^T Q_L^{-1} V \quad \text{kvadratická forma reziduí,}$$

$$\underset{(1,1)}{s_0^2} = \frac{kfV}{(n-u)} \quad \text{aposteriórny variančný faktor meraní (váhovej jednotky),}$$

$$\underset{(1,1)}{s_0} = \sqrt{s_0^2} \quad \text{aposteriórna štandardná odchýlka meraní,}$$

$$\hat{L}_{(n,1)} = L + V \quad \text{odhady meraných veličín v LGS,}$$

$$s_{(L)} = \sqrt{\left\{ \text{diag} \left(s_0^2 \left(A \begin{matrix} N^{-1} \\ A^T \end{matrix} \right) \right) \right\}} \quad \text{štandardné odchýlky odhadov meraných veličín,}$$

$$\Sigma_{(C)} = s_0^2 \left(A^T Q_L^{-1} A \right)^{-1} \quad \text{kovariančná matica štandardných odchýlok odhadov súradníc bodov UB v LGS,}$$

$$= \begin{pmatrix} \ddots & & & & \\ & \boxed{\begin{matrix} s_{\hat{X}}^2 & s_{\hat{X}\hat{Y}} \\ s_{\hat{Y}\hat{X}} & s_{\hat{Y}}^2 \end{matrix}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \end{pmatrix}$$

$$d\hat{C}_{UB} = N^{-1} A^T Q_L^{-1} dL \quad \text{odhady súradnicových doplnkov k približným súradniciam } C_{UB}^o,$$

$$\hat{C}_{UB} = C_{UB}^o + d\hat{C}_{UB} \quad \text{odhady súradníc určovaných bodov UB v LGS.}$$

Ak uvedené veličiny už pri vizuálnom posúdení budú vyvolávať na základe ich hodnôt pochybnosti, týkajúce sa ich veľkosti, štruktúry, znamienok a iných aspektov (funkčných), bude potrebné analyzovať vznik príslušných veličín a príčiny ich nereálnej, spravidla chybnéj numerickej veľkosti.

Na základe rozborov vzniku jednotlivých druhov uvedených veličín a ich posúdenia, či sú ich hodnoty obvyklé, resp. očakávateľné (charakteristické pre regulárne výsledky z podobných vyrovnávacích postupov), alebo sú tie veličiny nelogické, skreslené, je možné posúdiť ich reálnosť, teda prijateľnosť alebo zamietnutie.

Môžu vzniknúť nasledovné situácie za predpokladu, že DB s $C[X, Y]$ boli overené na kompatibilitu a sú teda použiteľné:

- ak budú chybné približné hodnoty súradníc $C_{UB}^o = [X^0, Y^0]_{UB}$ niektorého bodu (bodov) UB v dôsledku ich nekorektného určenia (zamerania resp. výpočtu), tento vplyv sa prejaví v tvorbe nesprávnych numerických hodnôt príslušných prvkov a_{ij} matice A , ako aj v príslušných hodnotách L^o , a tým teda aj vo výsledných súradnicových doplnkoch $d\hat{C}_{UB}$ a v súradniciach \hat{C}_{UB} ,
- ak budú v dôsledku chybného merania chybné niektoré hodnoty L_i (dĺžky d a (alebo) uhly ω) v zameranej LGS, bude vektor L obsahovať aj príslušné numericke chybné hodnoty L_i , ktoré potom podľa (2) ovplyvnia $d\hat{C}_{UB}$, a teda aj výsledné odhady (vyrovnané hodnoty) súradníc \hat{C}_{UB} .

Obe „uvedené“ situácie nekorektných veličín v sieti však môžu nastať aj súčasne a tak vytvárať v MNŠ spracovaní chybné výsledné hodnoty súradníc a rôznych geometrických veličín z použitého odhadovacieho postupu.

Detekcia chýb vo výsledkoch vyrovnania LGS vyvolaných omylmi v použitých a meraných veličinách vytvárajúcej LGS predstavuje proces overenia (posúdenia) správnosti hodnôt jednotlivých výsledných veličín.

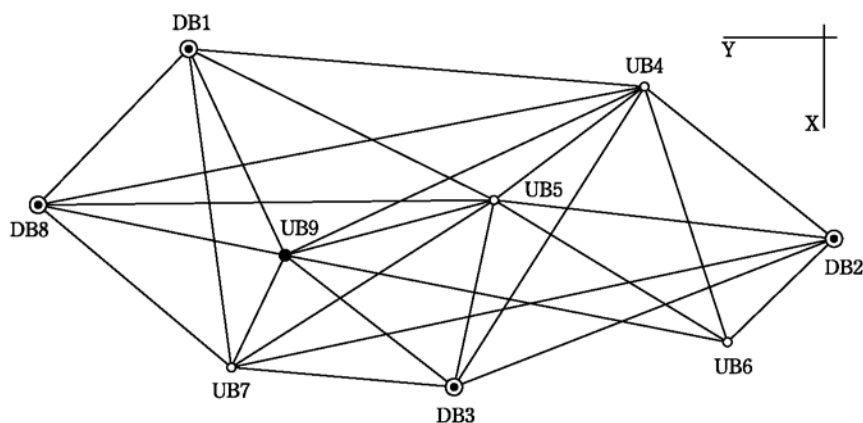
Hodnotenie výsledkov vyrovnania LGS

Príklad

Na demonštráciu postupov sa použije konkrétna situácia určitej LGS s chybami (chybne určené približné hodnoty súradníc C^o bodu UB9).

Trilateračná LGS (obr. 1) má dátumové body DB1, DB2, DB3, DB8 so súradnicami C_{UB1}, \dots, C_{UB8} z SJ-TSK s ich overenou kompatibilitou. Pre nové určované body UB: 4, 5, 6, 7, 9 treba určiť ich súradnicové odhady $\hat{C}_{UB4}, \dots, \hat{C}_{UB9}$ s použitím:

- viazaného (väzbového) MNŠ vyrovnania siete,
- iteratívne váhovaného robustného MNŠ vyrovnania siete.



Obr. 1 Trilateračná sieť.
Fig. 1. Trilateration network.

Viazané vyrovnanie LGS

Pre štandardné výpočty boli použité: súradnice C_{DB} (z databázy) a približné hodnoty C_{UB}^o (z výpočtov, s použitím C_{DB} a meraných veličín $L \equiv d$: dĺžok) s hodnotami uvedenými v tab. 1 pričom pri výpočte súradníc C_{UB9}^o došlo k určeniu chybných hodnôt,

Tab. 1. Dátumové body (DB) a približné súradnice nových bodov (UB).
Tab. 1. Datum points (DB) and approximate coordinates of the new points (UB).

Bod	X [m]	Y [m]	Bod	X ^o [m]	Y ^o [m]
DB1	1 239 001,125	264 506,296	UB4	1 239 100,835	263 299,980
DB2	502,488	262 798,622	UB5	400,545	263 697,824
DB3	894,234	263 803,974	UB6	775,926	263 080,333
DB8	413,377	264 904,568	UB7	842,561	264 393,216
			UB9	546,266	264 251,003

- dĺžky d (v kartografickej rovine Křovákovo zobrazení z 2-4 meraní každej dĺžky) s ich určenou aposteriornou (empirickou) štandardnou odchýlkou s_d zo spracovania ich nameraných hodnôt ako aj s ich apriornou štandardnou odchýlkou $\sigma_d = 3 + 2d \cdot 10^{-6}$ [km] (podľa výrobcu) uvedené v tab. 2.

Tab. 2 Merané dĺžky s presnostnými charakteristikami.
Tab. 2 Measured distance with precision parameters.

body	46	26	24	34	39	49	14	15
$L \equiv d$ [m]	709,927	392,594	642,409	939,941	566,555	1050,204	1210,425	901,755
s_d [mm]	4,11	3,56	4,60	5,03	3,92	4,74	5,05	5,11
σ_d [mm]	4,42	3,79	4,29	4,88	4,13	5,10	5,42	4,80
body	58	48	45	25	27	17	19	89
$L \equiv d$ [m]	1206,806	1634,747	498,107	904,962	1630,463	849,005	601,906	666,874
s_d [mm]	4,98	5,76	4,37	4,45	6,03	4,49	4,42	4,61
σ_d [mm]	5,41	6,27	4,00	4,81	6,26	4,70	4,20	4,33
body	78	57	56	69	59	35	37	79
$L \equiv d$ [m]	667,595	823,990	722,631	1193,036	572,094	504,968	591,506	328,667
s_d [mm]	4,08	4,65	4,07	5,33	4,41	3,88	3,83	3,09
σ_d [mm]	4,34	4,65	4,45	5,39	4,14	4,01	4,18	3,66

- približné hodnoty meraných veličín (dĺžok) $L^o (\equiv d^o) = f(L, C^o, C)$,
- redukované hodnoty meraných veličín (dĺžok) $dL(mm) = (L - L^o) \equiv (d - d^o)$

$$dL = \begin{bmatrix} 2,6 & 0,8 & 3,4 & -1,5 & \boxed{59,9} & \boxed{35,7} & -4,8 & -0,7 & -6,2 & 3,9 & 4,7 & -0,2 \\ 9,2 & 4,6 & \boxed{-51,8} & \boxed{-64,3} & 2,5 & 6,9 & -7,2 & \boxed{51,5} & \boxed{43,6} & -3,9 & 2,6 & \boxed{10,2} \end{bmatrix}.$$

Ako vyplýva z numerických hodnôt vektora dL , 7 hodnôt pre dĺžky v dL na poradových pozíciách 5, 6, 15, 16, 20, 21, 24, t.j. pre dĺžky d medzi bodmi 3-9, 4-9, 1-9, 8-9, 6-9, 5-9, 7-9 (pre všetky dĺžky v LGS s koncovým bodom UB9), majú veľké, vychýlené hodnoty dL . Tieto indikujú, že bod UB9 nemá určené (priradené) dostatočne presne približné súradnice C_{UB9}^o , ktoré sa použili vo vyrovnaní LGS. Príslušné značne veľké hodnoty dL vzniknuté na bode UB9 vytvárajú vo vyrovnaní potom nereálne hodnoty súradníc C_{UB9}^o bodu UB9.

- kofaktory dĺžok q_d tvoriace maticu $Q_d = \text{diag}(q_{d1}, \dots, q_{d24})$, určené podľa $q_{di} = \frac{s_{di}^2}{\sigma_{di}^2}$, ($i = 1, \dots, 24$), majú hodnoty pre dĺžky L_i v poradí 46, 26, ..., 79:

$$q = \begin{bmatrix} 0,86 & 0,88 & 1,15 & 1,06 & 0,90 & 0,86 & 0,87 & 1,13 & 0,85 & 0,84 & 1,20 & 0,86 \\ 0,93 & 0,91 & 1,11 & 1,13 & 0,89 & 1,00 & 0,84 & 0,98 & 1,13 & 0,94 & 0,84 & 0,71 \end{bmatrix},$$

- koeficienty a_{ij} do konfiguračnej matice $A_{(24,10)}$ sa určili štandardnými postupmi,
- rezíduá (opravy) boli určené podľa: $V = Ad\hat{C} - dL = A(N^{-1}A^T Q_L^{-1}dL) - dL$ a ich hodnoty sú v medziach: $V_{\min} = 0,2 \text{ mm} \div V_{\max} = 5,3 \text{ mm}$,
- kvadratická forma rezíduí je $kfV = 142,854$,
- aposteriorna štandardná odchýlka charakterizujúca merania dĺžok d je $s_{0(d)} = 3,194 \text{ mm}$,
- odhady súradníc \hat{C}_{UB} určovaných bodov UB a ich štandardné odchýlky sú v tab. 3:

Tab. 3 Výsledky MNŠ vyrovnania.

Tab. 3 Results of the adjustment by least squares method.

UB	$C_{UB}^o [m]$		$d\hat{C}_{UB} [m]$		$\hat{C}_{UB} = C_{UB}^o + d\hat{C}_{UB} [m]$		$s_{\hat{X}} s_{\hat{Y}} [m]$	
	X^o	Y^o	$d\hat{X}$	$d\hat{Y}$	\hat{X}	\hat{Y}	\hat{X}	\hat{Y}
4	1 239 100,835	263 299,980	-0,0039	-0,0022	1 239 100,831	263 299,978	0,0024	0,0016
5	400,545	3 691,824	0,0032	-0,0022	400,548	3 697,822	0,0024	0,0015
6	775,926	3 080,333	-0,0023	-0,0064	775,924	3 080,327	0,0028	0,0023
7	842,561	4 393,216	0,0072	-0,0053	842,568	4 393,211	0,0021	0,0017
9	546,266	4 251,003	-0,0293	-0,0554	546,237	4 250,948	0,0023	0,0017

Ako ukazujú výsledky vyrovnania, súradnice \hat{C}_{UB9} boli síce určené správnym postupom, ale ich hodnoty sú chybné. Tieto vznikli kvôli chybnej veľkosti súradnicových doplnkov $d\hat{C}_{UB9}$ a to v dôsledku zaťaženia približných súradníc C_{UB9}^o chybami pri zameraní bodu UB9.

Robustné vyrovnanie LGS

Robustný odhad MNŠ využíva s iteratívne vypočítané váhy meraní podľa váhovej funkcie (Soha, 1988)

$$p = \frac{1}{1 + 0,05 \cdot V^2}.$$

Pri experimentálne určenom optimálnom počte iterácií (počte iteračných krokov) $i=9$ boli dosiahnuté výsledky:

- odhady súradníc \hat{C}_{UB} určovaných bodov UB a ich štandardné odchýlky (tab. 4):

Tab. 4. Výsledky robustného vyrovnaní.
Tab. 4. Results of the adjustment by robust method.

UB	$C_{UB}^o [m]$		$d\hat{C}_{UB} [m]$		$\hat{C}_{UB} = C_{UB}^o + d\hat{C}_{UB} [m]$		$s_{\hat{X}} s_{\hat{Y}} [m]$	
	X^o	Y^o	$d\hat{X}$	$d\hat{Y}$	\hat{X}	\hat{Y}	\hat{X}	\hat{Y}
4	1 239 100,835	263 299,980	-0,0038	-0,0030	1 239 100,831	263 299,977	0,0020	0,0015
5	400,545	3 691,824	0,0035	-0,0020	400,548	3 697,822	0,0019	0,0013
6	775,926	3 080,333	-0,0023	-0,0064	775,924	3 080,327	0,0024	0,0020
7	842,561	4 393,216	0,0072	-0,0054	842,568	4 393,211	0,0018	0,0015
9	546,266	4 251,003	-0,0293	-0,0554	546,237	4 250,948	0,0019	0,0015

- rezíduá (opravy) V : v medziach (0,11 – 6,10) mm,
- kvadratická forma reziduí: $kfV = 82,106$,
- aposteriórna štandardná odchýlka merania: $s_0 = 2,422$ mm.

Ako vyplýva z výsledkov, aj robustné vyrovnanie MNŠ poskytlo prakticky identické výsledky ako klasické riešenie MNŠ zo všetkých aspektov.

Prijateľné zhodné výsledky by sa získali aj pri použití niektorých iných váhových funkcií (Kegel, 1987; Carosio, 1995; Somogyi, 1988; Wicki, 1992 a iní).

Záver

Numerické hodnoty \hat{C}_{UB} potvrdzujú v oboch spracovaniach LGS, že bod UB9 vstúpil do vyrovnaní s chybnými súradnicami. To sa prejavilo v tvorbe značne vychýlených hodnôt $d\hat{X}_{UB9}, d\hat{Y}_{UB9}$ vzhľadom k $d\hat{X}, d\hat{Y}$ ostatných UB. Tento bod UB9 nebol súradnicovo dobre (prijateľne) určený. Je teda potrebné alebo ho znovu určiť alebo z množiny použitých UB vyradiť.

Literatúra - References

- Aduol, F.W.O.: Robust geodetic parameter estimation Under Least Squares through weighting on the basis of the mean square error. In: (Grafarend E.W. et al): Geodesy. The Challenge of the 3rd Millenium, Springer, Berlin, 2003, p. 269-276.
- Böhm, J. et al.: Teorie chyb a vyrovnávací počet., GKP Praha 1990.
- Carosio, A.: Ausgleichung geodätischer Netze mit Verfahren der robusten Statistik. Verm., Photogram., Kulturtechnik 93, 6, 1995, 188-191.
- Caspary, W.F.: Concepts of Network and Deformation Analysis. Monograph No.11, School of Surveying, UNSW, Kensington 1988.
- Grafarend, E.W. et al.: Ausgleichungsrechnung in linearen Modellen. BI Wissenschaftsverlag, Mannheim 1993.
- Jakub, V.: Posúdenie stability geodetických bodov. PhD práca, TU FBERG, Košice 2001.
- Jäger, R. et al.: Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren. Wichmann, Heidelberg 2005.
- Jindra, D.: K problematice analýzy identit v polohových sítích. Geod. kart. Obzor 36/78, 10, 1990, 251-256.
- Kegel, G.: Zur Lokalisierung groben Datenfehler mit Hilfe robusten Ausgleichungsverfahren. Vermessungstechnik 35, 10, 1988, 348-350.
- Mierlo, van J.: Systematic investigation on the stability of control points. In: Proceed. XV. FIG Congres, Stocholm, Nr. 606.2, 1977.
- Mikhail, M. et al.: Observations and Least Squares. Dun-Donneley Publ., New York 1976.
- Soha, G.: Robusztus kiegyenlítés mérési javítástól függő súlyozással. Geodézia és kartográfia 5, 267-271, 1988.
- Somogyi, J.: Robust estimations and their use in geodesy. Acta Geod. Geoph. Mont. Hung., Vol 23, 45-53, 1988.
- Stichler, S.: Untersuchung von Methoden der Identifizierung stabiler Punkte. Vermessungstechnik 33, 11, 203-206, 1985.
- Weiss, G., Jakub, V., Weiss, E.: Kompatibilita geodetických bodov a jej overovanie. TU Košice, F BERG 2006.
- Weiss, G. et al.: Analýza identických bodov v polohových sieťach. Acta Montan. Slovaca, 3, 2, 159-166, 1998.
- Wicki, F.: Robuste Ausgleichung geodätischer Netze. Bericht Nr. 190, ETH Zürich 1992.
- Wolf, H.: Ausgleichungsrechnung I., II. (3. Aufl.) Dümmler, Bonn 1997.