Analýza trigonometricky meraných prevýšení

***Lipták Miroslav*[1] *a* *Sokol Štefan*[2]**

Analysis of trigonometrically measured elevations

Trigonometric height determination employing total stations has found its wider application. With a construction improvement of total stations the crucial source of systematic errors has become environment where the specific measurement is realized. Varied optical environments properties by changes of meteorological factors effect vertical refraction which can be regarded as a variable systematic error.

In submitted article the attention is given to an existence of systematic influences by means of ANOVA tool. Subsequently, the dependence between systematic errors and changes of meteorological factors is given on the ground of correlation analysis.

Key words: *Vertical refraction, ANOVA, Correlation analysis.*

Úvod

Zmeny meteorologických prvkov ovplyvňujú väčšinu geodetických meraní. Pri trigonometrických meraniach prevýšení sa najvýraznejšie prejavujú pri meraní zenitových, resp. výškových uhlov, a to v podobe vertikálnej refrakcie. Vplyv zmien meteorologických prvkov môžeme pri krátkodobom meraní zenitových uhlov (niekoľko skupín) považovať za konštantný, avšak pri meraniach, organizovaných v rôznych denných dobách, nadobúda tento vplyv premenlivý charakter (Böhm, 1972). To znamená, že na výsledky meraní v určitom podsúbore pôsobia približne rovnaké systematické vplyvy, pričom medzi jednotlivými podsúbormi dochádza k výrazným rozdielom v ich pôsobení (Kubáčková et al., 1982).

V predloženom príspevku sa zaoberáme existenciou systematických chýb v súbore meraní pomocou ANOVA nástroja. Súvislosť medzi zmenami meteorologických prvkov a prítomnosťou systematických chýb je podaná prostredníctvom korelačnej analýzy.

Popis a usporiadanie experimentov

Podkladom pre spracovanie a analýzu sú výsledky meraní vykonaných počas rôznych dní i v rôznych lokalitách. Dĺžky pozorovaných zámer sa pohybujú približne od 130 m až do 230 m. Koncové body jednotlivých zámer sú stabilizované prostredníctvom ťažkej stabilizácie, a to paženými vrtmi. Vrty sú vyplnené betónom a na povrchu upravené ako piliere, opatrené oceľovou doskou, s otvorom na presné centrovanie prístrojov a cieľových terčov pomocou upevňujúcej skrutky. Vzhľadom na hĺbkovú stabilizáciu bodov môžeme predpokladať, že počas merania nedochádza k zmenám stability pozorovaných bodov.

Všetky merania sa realizovali v dvojhodinových časových odstupoch. Na jednotlivých stanoviskách sa merali zenitové uhly, vodorovné a šikmé dĺžky. Jedna meracia jednotka zenitového uhla pozostávala z 10 skupín s cielením v prvej a druhej polohe ďalekohľadu, čo zodpovedá podsúborom s 10 určenými prevýšeniami. Na začiatku každého merania zenitových uhlov boli zaznamenávané hodnoty meteorologických prvkov v mieste stanoviska – teplota, vlhkosť a tlak ovzdušia.

Z meraných zenitových uhlov a šikmých dĺžok boli vypočítané prevýšenia podľa rovnice:

$$y = h_p + o_z + \Delta h - h_c, \tag{1}$$

pričom

$$\Delta h = d_s \cdot \mathrm{cotg}\left(z^m\right), \tag{2}$$

kde z^m - meraný zenitový uhol určený z jednej skupiny,
d_s - šikmá dĺžka medzi stanoviskom a cieľom,
h_p - výška horizontu prístroja nad značkou,
h_c - výška cieľovej značky nad značkou,
o_Z - oprava zo zakrivenia Zeme.

[1] *Ing. Miroslav Lipták,* Katedra geodézie, Stavebná fakulta, Slovenská Technická Univerzita, Radlinského 11, 813 68 Bratislava, miroslav.liptak@gmail.com.

[2] *prof. Ing. Štefan Sokol, PhD.,* Katedra geodézie, Stavebná fakulta, Slovenská Technická Univerzita , Radlinského 11, 813 68 Bratislava, stefan.sokol@stuba.sk.

(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 3. 11. 2009)

Schematické usporiadanie výsledkov je uvedené v tab. 1. Základný súbor meraní pozostáva z m podsúborov s realizáciami $y_{i,1}, y_{i,2}, \ldots, y_{i,j}$ ($i = 1,2,\ldots,m$, $j = 1,2,\ldots,J_i$, $J_i = 10$). Hodnoty meteorologických prvkov sú označené $x_{p,i}$ ($p = 1,2,\ldots,P$, $P = 3$).

Tab. 1. Usporiadanie výsledkov experimentu.
Tab. 1. Arrangement of experiment's results.

Podsúbor	**Prevýšenie**	**Počet**	**Priemer**	**Teplota**	**Vlhkosť**	**Tlak**
1	$y_{1,1}, y_{1,2}, \ldots\ldots, y_{1,J_1}$	J_1	$\overline{y_1}$	$x_{1,1}$	$x_{2,1}$	$x_{3,1}$
2	$y_{2,1}, y_{2,2}, \ldots\ldots, y_{2,J_2}$	J_2	$\overline{y_2}$	$x_{1,2}$	$x_{2,2}$	$x_{3,2}$
$\vdots$	$\vdots \quad \cdots \quad \vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m	$y_{m,1}, y_{m,2}, \ldots\ldots, y_{m,J_m}$	J_m	$\overline{y_m}$	$x_{1,m}$	$x_{2,m}$	$x_{3,m}$
			Y	X_1	X_2	X_3

ANOVA

ANOVA – **AN**alysis **O**f **VA**riance, čiže variančná analýza, skúma vzťah medzi závislou intervalovou premennou a jednou alebo viacerými nominálnymi premennými – faktormi. Úlohou variančnej analýzy je prijať alebo zamietnuť hypotézu o existencii systematického vplyvu v súbore meraní na základe testovania hypotézy o rovnosti stredných hodnôt podsúborov. Podsúbory vznikajú rozdelením výsledkov základného súboru na základe pôsobenia jedného faktora – jednofaktorová analýza alebo viacerých faktorov – viacfaktorová analýza.

Usporiadanie nášho experimentu zodpovedá rozdeleniu na základe pôsobenie jedného faktora – spoločného vplyvu meteorologických prvkov. Zo štatistického hľadiska teda pôjde o analýzu m podsúborov, pričom sa predpokladá, že výbery údajov na všetkých úrovniach faktora pochádzajú z normálneho rozdelenia $N(\mu_i, \sigma^2)$.

Predpokladajme, že pre pozorované prevýšenie platí (Pavelka, Klímek, 2000):

$$y_{i,j} = \mu_i + \varepsilon_{i,j}, \tag{3}$$

potom nulovú hypotézu formulujeme v tvare:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_m = \mu, \tag{4}$$

kde μ_i - stredná hodnota prevýšenia na i-tej úrovni faktora,

$\varepsilon_{i,j}$ - náhodná chyba s rozdelením $N(0, \omega^2)$, zaťažujúca každé meranie.

Ak parameter μ_i nahradíme súčtom $\mu + a_i$, môžeme následne preformulovať testovanú hypotézu H_0 do tvaru:

$$H_0 : a_1 = a_2 = \ldots = a_m = 0, \tag{5}$$

kde a_i je efekt i-tej úrovne faktora,

μ – očakávaná hodnota pre každé pozorovanie na všetkých úrovniach faktora.

Podstata analýzy rozptylu je založená na rozklade celkovej variability znaku, pričom neznáme parametre sa nahrádzajú svojimi bodovými odhadmi – $\mu \to \bar{y}$ a $a_i \to \overline{y_i} - \bar{y}$. Celkový rozptyl, charakterizovaný súčtom štvorcov odchýlok jednotlivých pozorovaní od celkového priemeru, sa dá rozložiť do súčtu štvorcov odchýlok medzi podsúbormi a vnútri jednotlivých podsúborov (Pavelka, Klímek, 2000):

$$SS_c = SS_A + SS_e, \tag{6}$$

$$SS_c = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{J_i}\left(y_{i,j} - \bar{y}\right)^2, \quad SS_A = \sum_{i=1}^{m} J_i \cdot \left(\overline{y_i} - \bar{y}\right)^2, \quad SS_e = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{J_i}\left(y_{i,j} - \overline{y_i}\right)^2, \tag{7}$$

kde SS_c je celková variabilita súboru,

SS_A – variabilita medzi úrovňami faktora, vyjadrujúca stupeň zmien faktora na meranie,
SS_e – variabilita vo vnútri podsúborov, t. j. vnútorná presnosť merania,
$\bar{y}$ – celkový aritmetický priemer súboru.

Výsledky analýzy rozptylu sa zvyčajne prezentujú v tabuľkovej forme (tab. 2). V tabuľke sa uvádza rozklad celkového súčtu štvorcov odchýlok, zodpovedajúce stupne voľnosti i hodnota testovacieho kritéria.

Tab. 2. ANOVA..
Tab. 2. ANOVA..

Zdroj variability	**Súčet štvorcov**	**Stupne voľnosti**	**Stredný štvorec**	**T – kritérium**
Faktor A	SS_A	$m-1$	$MS_A = \frac{SS_A}{m-1}$	$T_1 = \frac{MS_A}{MS_e}$
Reziduálny	SS_e	$J-m$	$MS_e = \frac{SS_e}{J-m}$	
Celkom	SS_c	$J-1$		

Testovacie kritérium na overenie platnosti hypotézy o rovnosti efektov na všetkých úrovniach faktora je definované vzťahom (Kubáčková et al., 1982):

$$T_1 = \frac{SS_A/(m-1)}{SS_e/(J-m)}. \tag{8}$$

Veličina T_1, má za predpokladu platnosti nulovej hypotézy Fisher – Snedecorovo rozdelenie pravdepodobnosti s ($m-1$, $J-m$) stupňami voľnosti. Nulovú hypotézu zamietame na zvolenej hladine významnosti α, ak pre hodnotu testovacieho kritéria platí:

$$T_1 \geq F_{m-1,J-m}(\alpha), \tag{9}$$

kde $F_{m-1,J-m}(\alpha)$ je kvantil Fisher – Snedecorovho rozdelenia na hladine významnosti α s príslušnými stupňami voľnosti. Výsledky variančnej analýzy sú uvedené v tab. 3.

Tab. 3. ANOVA výsledky.
Tab. 3. ANOVA results.

Dátum **Čas**	**Zámera**	SS_A SS_e	$m-1$ $J-m$	T_1	$F_{m-1,J-m}(\alpha)$ $\alpha = 0{,}05$
8. - 9. 6. 1986[3] $7^{00} - 7^{00}$	II – III	148,38 29,30	12 117	49,380	1,836
26. 7. 2007 $6^{45} - 20^{40}$	VS13 – VS12	149,18 26,59	7 72	57,710	2,140
20.10.2007 $8^{15} - 20^{10}$	VS13 – VS8	96,02 67,53	6 63	14,929	2,246
20. 10. 2007 $8^{40} - 20^{40}$	VS12 – VS8	72,21 29,93	6 63	25,505	2,246

Na základe dosiahnutých výsledkov v tab. 3, zamietame nulovú hypotézu o rovnosti stredných hodnôt a prijímame hypotézu existencie systematických chýb medzi jednotlivými podsúbormi. Ich súvislosť s meteorologickými prvkami vyšetríme korelačnou analýzou.

Korelačná analýza

Korelačná analýza sa zaoberá odhadmi a štatistickými testami charakteristík väzby (korelácie). Jej cieľom je charakterizovať a posúdiť tesnosť závislosti medzi dvojicami premenných (jednoduchá korelácia), resp. jednej premennej od ostatných premenných (mnohonásobná korelácia).

[3] výsledky meraní prevzaté z (Sokol, 2004)

Jednoduchá lineárna korelácia

Najjednoduchšou formou korelácie je jednoduchá alebo párová lineárna korelácia medzi dvomi kvantitatívnymi premennými. Silu štatistickej závislosti dvoch premenných meriame korelačným koeficientom (Pearsonov korelačný koeficient). Odhadom korelačného koeficientu z náhodného výberu je výberový korelačný koeficient, ktorý vypočítame vzťahom:

$$r_{Y,X_p} = \frac{s_{Y,X_p}}{\sqrt{s_Y^2 \cdot s_{X_p}^2}}, \tag{10}$$

kde s_{Y,X_p} je výberová kovariancia a s_Y^2, $s_{X_p}^2$ sú výberové rozptyly premenných. Dosadením vzťahov za výberové charakteristiky a úpravou dostaneme:

$$r_{Y,X_p} = \frac{m \cdot \sum_{i=1}^{m} \overline{y_i} \cdot x_{p,i} - \sum_{i=1}^{m} \overline{y_i} \cdot \sum_{i=1}^{m} x_{p,i}}{\sqrt{\left[m \cdot \sum_{i=1}^{m} \overline{y_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} \overline{y_i}\right)^2\right] \cdot \left[m \cdot \sum_{i=1}^{m} x_{p,i}^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} x_{p,i}\right)^2\right]}}. \tag{11}$$

Pearsonov korelačný koeficient je mierou lineárnej závislosti a nadobúda hodnoty v intervale $\langle -1,1 \rangle$. V prípade, že všetky pozorovania ležia na stúpajúcej priamke, sa korelačný koeficient rovná číslu 1 a -1, ak všetky pozorovania ležia na klesajúcej priamke (Rimarčík). Kladná hodnota korelačného koeficientu, tzv. pozitívna korelácia znamená, že hodnoty oboch premenných sa menia v rovnakom smere a záporná hodnota, tzv. negatívna korelácia znamená, že sa menia opačným smerom. Štatistickú významnosť korelačného koeficientu testujeme pomocou testovacej štatistiky (Chudý et al., 1999):

$$T_2 = \frac{\left| r_{Y,X_p} \right|}{\sqrt{1 - r_{Y,X_p}^2}} \cdot \sqrt{m-2} \tag{12}$$

Náhodná veličina T_2, má za predpokladu platnosti nulovej hypotézy, $H_0 : r_{Y,X_p} = 0$, Studentovo t rozdelenie s ($m-2$) stupňami voľnosti. Na hladine významnosti α zamietame predpoklad o nulovej korelácii medzi premennými a prijímame alternatívnu hypotézu, $H_1 : r_{Y,X_p} \neq 0$, ak T_2 prekročí kritickú hodnotu $t_{m-2}(1-\alpha/2)$. Hodnoty výberových korelačných koeficientov i testovacích štatistík sú uvedené v tab. 4. Súčasťou tab. 4 sú aj korelačné koeficienty vyjadrujúce väzbu medzi meteorologickými prvkami.

Tab. 4. Výberové korelačné koeficienty.
Tab. 4. The sample correlation coefficients.

Dátum Zámera	r_{Y,X_1} / T_2	r_{Y,X_2} / T_2	r_{Y,X_3} / T_2	r_{X_1,X_2}	r_{X_1,X_3}	r_{X_2,X_3}	$t_{m-2}(1-\alpha/2)$ $\alpha = 0{,}05$
8. 6. 1986 II – III	-0,95 / 9.740	0,88 / 6.000	0,32 / 1.111	-0,96	-0,45	0,56	2,201
26. 7. 2007 VS13 – VS12	-0,93 / 6,362	0,90 / 5,158	0,27 / 0,699	-0,98	-0,47	0,45	2,447
20.10.2007 VS13 – VS8	-0,95 / 6,971	0,92 / 5,167	0,37 / 0,882	-0,96	-0,42	0,40	2,571
20. 10. 2007 VS12 – VS8	-0,96 / 8,039	0,87 / 3,862	0,65 / 1,891	-0,92	-0,54	0,53	2,571

Mnohonásobná korelácia

Silu väzby premennej Y a celého vektora $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_p)$ meriame koeficientom mnohonásobnej korelácie. Jeho bodovým odhadom je výberový koeficient mnohonásobnej korelácie, ktorý určíme vzťahom (Anděl 1985):

$$r_{Y,\mathbf{X}} = \sqrt{\mathbf{R}_{Y,\mathbf{X}} \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{X},\mathbf{X}}^{-1} \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{X},Y}} \tag{13}$$

kde $\mathbf{R}_{\mathbf{X},\mathbf{X}}$ je výberová korelačná matica náhodného vektoru $\mathbf{X}$ a $\mathbf{R}_{Y,\mathbf{X}}$, resp. $\mathbf{R}_{\mathbf{X},Y}$ je riadkový, resp. stĺpcový vektor výberových korelačných koeficientov r_{Y,X_p} premenných Y a X_p:

$$\mathbf{R}_{Y,\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} r_{Y,X_1} & r_{Y,X_2} & r_{Y,X_3} \end{pmatrix}, \tag{14}$$

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X},Y} = \begin{pmatrix} r_{Y,X_1} & r_{Y,X_2} & r_{Y,X_3} \end{pmatrix}^T. \tag{15}$$

Pre koeficient mnohonásobnej korelácie platí $0 \le r_{Y,\mathbf{X}} \le 1$, pričom jeho hodnota nie je nikdy menšia ako absolútna hodnota ktoréhokoľvek jednoduchého korelačného koeficientu. Testovacia štatistika pre posúdenie štatistickej významnosti má tvar (Anděl, 1985):

$$T_3 = \frac{m-P-1}{P} \cdot \frac{r_{Y,\mathbf{X}}^2}{1-r_{Y,\mathbf{X}}^2} \tag{16}$$

Za predpokladu platnosti nulovej hypotézy, $H_0 : r_{Y,\mathbf{X}} = 0$, má veličina T_3 Fisher – Snedecorovo rozdelenie s $(P, m-P-1)$ stupňami voľnosti. Nulovú hypotézu zamietame a prijímame alternatívnu hypotézu $H_1 : r_{Y,\mathbf{X}} \ne 0$, ak platí $T_3 \ge F_{P,m-P-1}(\alpha)$. Odhadnuté koeficienty mnohonásobnej korelácie sú spolu so svojimi testovacími štatistikami uvedené v tab. 5.

Tab. 5. Výberové koeficienty mnohonásobnej korelácie.
Tab. 5. The sample coefficients of multiple correlation.

Dátum Zámera	$r_{Y,\mathbf{X}}$	T_3	$F_{P,m-P-1}(\alpha)$ $\alpha = 0{,}05$
8. 6. 1986 II – III	0,95	31,069	3,863
26. 7. 2007 VS13 – VS12	0,95	13,317	6,591
20.10.2007 VS13 – VS8	0,95	9,866	9,277
20. 10. 2007 VS12 – VS8	0,98	21,826	9,277

Parciálna korelácia

Parciálny korelačný koeficient charakterizuje tesnosť závislosti medzi dvomi premennými pri vylúčení vplyvu ostatných premenných. Bodovým odhadom je výberový parciálny korelačný koeficient, ktorý vypočítame pomocou vzťahu (Cyhelský, 1974):

$$r_{Y,X_p.\mathbf{X}_{(P-1)}} = \frac{r_{Y,X_p} - \mathbf{R}_{Y,\mathbf{X}_{(P-1)}} \cdot \mathbf{R}^{-1}_{\mathbf{X}_{(P-1)},\mathbf{X}_{(P-1)}} \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{X}_{(P-1)},X_p}}{\left[\left(1-\mathbf{R}_{Y,\mathbf{X}_{(P-1)}} \cdot \mathbf{R}^{-1}_{\mathbf{X}_{(P-1)},\mathbf{X}_{(P-1)}} \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{X}_{(P-1)},Y}\right) \cdot \left(1-\mathbf{R}_{X_p,\mathbf{X}_{(P-1)}} \cdot \mathbf{R}^{-1}_{\mathbf{X}_{(P-1)},\mathbf{X}_{(P-1)}} \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{X}_{(P-1)},X_p}\right)\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{17}$$

Koeficient $r_{Y,X_p.\mathbf{X}_{(P-1)}}$ je mierou korelácie premenných Y a X_p pri vylúčení vplyvu vektora $\mathbf{X}_{(P-1)}$. Vektor $\mathbf{X}_{(P-1)}$ dostaneme z pôvodného vektora $\mathbf{X}$ vylúčením premennej X_p. Parciálny koeficient môže nadobúdať hodnoty z intervalu $\langle -1,1 \rangle$. Testovacia štatistika je definovaná v tvare (Anděl, 1985):

$$T_4 = \frac{\left| r_{Y,X_p.\mathbf{X}_{(P-1)}} \right|}{\sqrt{1-r^2_{Y,X_p.\mathbf{X}_{(P-1)}}}} \cdot \sqrt{m-(P-1)-2} \tag{18}$$

Veličina T_4, má za predpokladu platnosti nulovej hypotézy, $H_0 : r_{Y,X_p.\mathbf{X}_{(P-1)}} = 0$, Studentovo t rozdelenie s ($m-(P-1)-2$) stupňami voľnosti. Na hladine významnosti α zamietame nulovú hypotézu a prijímame alternatívnu hypotézu, $H_1 : r_{Y,X_p.\mathbf{X}_{(P-1)}} \ne 0$, ak T_4 prekročí kritickú hodnotu $t_{m-(P-1)-2}(1-\alpha/2)$. Hodnoty výberových parciálnych korelačných koeficientov so zodpovedajúcimi hodnotami testovacích štatistík sú uvedené v tab. 6.

Tab. 6. Výberové koeficienty parciálnej korelácie.
Tab. 6. The sample coefficients of partial correlation.

Dátum Zámera	$r_{Y,X_1.\mathbf{X}_{(P-1)}}$ / T_4	$r_{Y,X_2.\mathbf{X}_{(P-1)}}$ / T_4	$r_{Y,X_3.\mathbf{X}_{(P-1)}}$ / T_4	$t_{m-(P-1)-2}(1-\alpha/2)$ $\alpha = 0{,}05$
8. 6. 1986 II – III	-0,73 / 3.217	-0,15 / 0.467	-0,25 / 0.772	2.262
26. 7. 2007 VS13 – VS12	-0,67 / 1,784	-0,15 / 0,306	-0,54 / 1,278	2,776
20.10.2007 VS13 – VS8	-0,65 / 1,463	0,04 / 0,063	-0,11 / 0,193	3,182
20. 10. 2007 VS12 – VS8	-0,89 / 3,304	-0,31 / 0,567	0,61 / 1,322	3,182

Záver

V predloženom článku sme sa zamerali na analýzu súborov opakovane meraných prevýšení trigonometrickou metódou. Na základe jednofaktorovej variančnej analýzy sme preukázali, že medzi jednotlivými podsúbormi sa uplatňujú systematické chyby. Na posúdenie závislosti meraných prevýšení a meteorologických prvkov boli následne vypočítané odhady charakteristík väzby.

Závislosť meraných prevýšení na samostatnom vplyve jednotlivých meteorologických prvkov bola vyšetrená pomocou výberových korelačných koeficientov (tab. 4). Hodnoty odhadnutých korelačných koeficientov poukazujú na silnú negatívnu koreláciu v prípade teploty a na druhej strane na silnú pozitívnu koreláciu v prípade vlhkosti. Naproti tomu však nemôžeme zamietnuť hypotézu, že merané prevýšenia nezávisia od zmien tlaku ovzdušia.

Pre posúdenie závislosti meraných prevýšení na súhrnnom vplyve meteorologických prvkov boli vypočítané výberové koeficienty mnohonásobnej korelácie (tab. 5). Významnosť tejto závislosti je preukázaná hodnotami testovacieho kritéria, ktoré prekračujú kritické hodnoty vo všetkých prípadoch.

Ďalej boli určené aj výberové parciálne koeficienty korelácie, vyjadrujúce závislosť dvoch premenných pri eliminácii ostatných vplyvov. Z výsledkov uvedených v tab. 6 je vidieť, že štatisticky významná závislosť existuje medzi meranými prevýšeniami a teplotou pri eliminácii vplyvu vlhkosti a tlaku ovzdušia (pri zámerách II - III a VS12 – VS8), zatiaľ čo závislosť meraných prevýšení od vlhkosti pri eliminácii vplyvu teploty a tlaku ako i závislosť meraných prevýšení od tlaku pri eliminácii vplyvu teploty a vlhkosti ovzdušia je štatistický nevýznamná. V prípade štatistickej nevýznamnosti koeficienta $r_{Y,X_1.\mathbf{X}_{(P-1)}}$ pri zámerách VS13 – VS12 a VS13 – VS8 predpokladáme, že tento výsledok je spôsobený malým rozsahom výberu.

Literatúra - References

Anděl, J.: Matematická statistika. *Praha: SNTL, ALFA, 1985, 352 s.*

Böhm, J.: Vyšší geodézie I (geometrická). *Praha: ČVUT, 1972, s. 244-259.*

Cyhelský, L.: Úvod do teorie popisné statistiky. *Praha: SNTL, ALFA, 1974, 376 s.*

Chudý, V. a kol.: Meranie technických veličín. *Bratislava : STU, 1999. ISBN 80-227-1275-2.*

Kubáčková, L., Kubáček, L., Kukuča, J.: Pravdepodobnosť a štatistika v geodézii a geofyzike. *Bratislava : VEDA, 1982, 328 s.*

Pavelka, F., Klímek, P.: Aplikovaná statistika. [online]. *Brno : vydavateľstvo VUT, 2000, 129 s.* http://www.vscht.cz/ktk/www_324/lab/texty/statistika/as.pdf . *ISBN 80-214-1545-2.*

Rimarčík, M.: Štatistický navigátor. *[online]. [s.a]. [Cit. 2008-07-22].* http://rimarcik.com/ navigator/.

Sokol, Š.: Vplyv zmien atmosférických podmienok na trigonometrické meranie výšok. *Bratislava : STU, 2002, 80.s. ISBN 85-237-2002-1695-2.*