

Odhad vertikálnej zložky refrakcie z družicových a terestrických geodetických meraní

Juraj Gašinec¹ a Silvia Gašincová¹

Estimation vertical components of refraction from terrestrial and satellite geodetic measuring

The geodetic surveying, that are oneself execute in the complicated physical environs with expressive thermic gradient are generally loading systematic errors, that are be needed right processing progress eliminate. The planes of the large water works are essentially differential one's thermal insulating properties from surrounding environs and negative influenced on the terrestrial measurements, which are realization in order to arbitration stability state adjacent slope and objects the water works.

That paper are demonstrated the influence vertical components refraction on the zenith angle in the local geodetic network, which was in order to experimental measurement founded in locality water the works Liptovská Mara. That geodetic network has been measured combination terrestrial and the satellite measuring.

On the calculation vertical components refraction has been used method the level adjustment geodetic network by the intermediary measurements.

Key words: *the vertical refraction, satellite measuring, terrestrial measuring, error of the deviation of the vertical*

Úvod

Je všeobecne známe, že limitujúcim faktorom na presnosť trigonometricky určovaných výškových rozdielov má vertikálna zložka terestrickej (geodetickej) refrakcie, ovplyvňujúca merané veličiny, predovšetkým zenitové uhly. Potreby praxe predkladajú pred inžiniersku geodéziu množstvo úloh, ktorých riešenie si z hľadiska požadovanej presnosti určovaných parametrov vyžaduje čo najobjektívnejšie oddelenie meraného zenitového uhla a uhla refrakčného, modelujúceho priestorové zakrivenie svetelného lúča pri prechode nehomogénnymi vrstvami atmosféry. Popri metódach určenia závislosti indexu lomu svetla na základe doplnujúcich meteorologických meraní vo vybraných bodoch zámery a vyvíjajúcich sa disperzných metódach založených na viacvlňovom meraní dĺžok (Witte, 2000, Sokol, 2005) sa desaťročia vyvíjajú matematicko-fyzikálne modely určenia vplyvu refrakcie pomocou refrakčného koeficientu v závislosti od zdokonaľovania prístrojového vybavenia (elektrooptické diaľkomery, globálne navigačné satelitné systémy), ako aj úplnejších vedomostí o fyzikálnych vlastnostiach Zeme a jej atmosféry.

Je dôležité aby absolventi odborov zameraných na štúdium geodézie a kartografie s týmito modelmi boli oboznámení a vedeli ich aplikovať pri riešení úloh v praxi. Z tohto dôvodu sú témy niektorých diplomových prác zamerané práve na spomenutú problematiku (Bizovský, 2007).

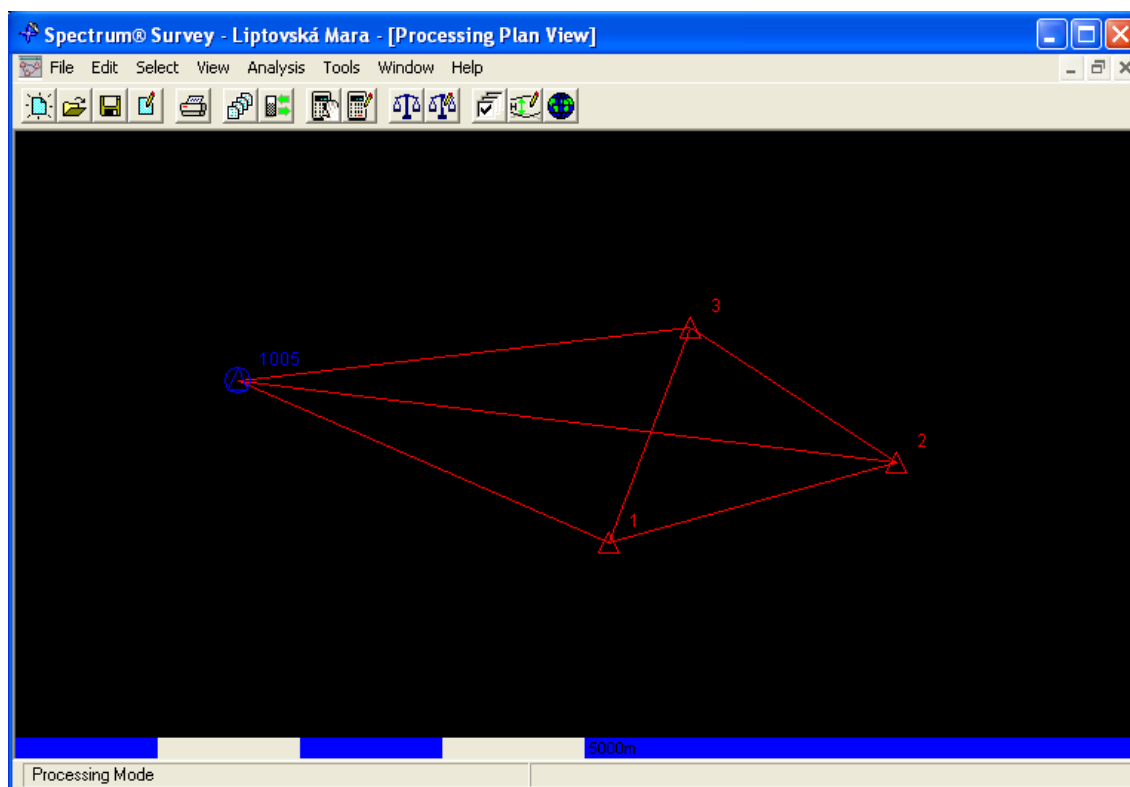
Princíp metódy

Otázkou využitia predností družicových merní pri odhade vertikálnej zložky refrakcie Sanchezovou metódou sa zaberá napr. práca (Blažek, 2003). Pretože vektory zamerané globálnymi navigačnými systémami (v našom prípade GPS) vykazujú menšiu mieru citlivosti na labilné prízemné vrstvy atmosféry je možné ich úspešne aplikovať aj na iné metódy. Predkladaný príspevok prezentuje výsledky, ktoré sa dosiahli pri výškovom vyrovnaní geodetickej siete z družicových a terestrických geodetických meraní spracovaných metódou publikovanou prof. Kabeláčom v (Kabeláč, 1994) v lokalite vodného diela Liptovská Mara. Lokalita tohto vodného diela bola zvolená zámerne, pretože vzhľadom na jeho rozsah možno predpokladať homogénny vplyv na zámery ponad jeho vodnú hladinu. Uvedená metóda vychádza z hypotézy, že vplyv refrakcie na stanovisko nezávisí na azimute zámery, čo vedie k modelu s konštantným refrakčným koeficientom pre stanovisko, ktorý umožňuje zapracovať do modelu vplyv zvislicových odchýlok.

Šikmé dĺžky určené z GPS vektorov, ktoré boli zamerané na centrických stanoviskách lokálnej výškovej siete, pozostávajúcej z bodu Štátnej priestorovej siete číslo 2643LM-1005 (ďalej len 1005), ktorý pre potrebu vypracovania diplomovej práce poskytol Úrad geodézie, kartografie a katastra SR a roxormi dočasne stabilizovaných bodov 1, 2 a 3. GPS vektory boli zamerané statickou metódou jednofrekvenčnými

¹ doc. Ing. Juraj Gašinec, PhD., Ing. Silvia Gašincová, PhD., Ústav geodézie, kartografie a geografických systémov Fakulty BERG Technickej univerzity v Košiciach, Park Komenského 19, 042 00 Košice, Juraj.Gasinec@tuke.sk, Silvia.Gasincova@tuke.sk
(Recenzovaná a revidovaná verzia dodaná 3. 11. 2009)

prijímačmi Stratus firmy Sokkia a vyhodnotené v firemnom softvéri Spectrum Survey 3.24 (obr. 1). Hodnoty uvádza tabuľka Tab. 1



Obr. 1. Spracovanie vektorov v programe Spectrum Survey 3.24.
Fig. 1. Evaluation of GPS vectors in program Spectrum Survey 3.24.

Tab. 1. Zložky GPS vektorov, šikmé vzdialenosti a ich smerodajné odchýlky.
Tab. 1. Components of GPS vectors, slope distances and their standard deviations.

	1-2	1-3	1-1005	2-3	1005-2	1005-3
Dx [m]	1379.099	1587.783	-126.654	208.677	-1505.759	-1714.429
Dy [m]	-2184.035	-164.291	3424.737	2019.744	5608.770	3589.025
Dz [m]	-496.846	-1247.746	-892.744	-750.903	-395.921	354.987
Dĺžka l^m [m]	2630.357	2026.060	3541.449	2164.894	5820.856	3993.292
STD [mm]	5	5	4	3	3	3

Terestrické merania boli realizované z excentrických stanovísk, pričom zenitové uhly boli zamerané na všetkých štyroch excentrických stanoviskách súčasne. Na excentrických stanoviskách 1, 2 a 1005 boli výsledné zenitové uhly určené z dvanástich opakovaní meraného zenitového uhla v I. a II. polohe ďalekohľadu, na excentrickom stanovisku 2 z jedenástich, nakoľko nízka poloha Slnka nad horizontom oslepovala merača a znemožňovala mu presné cielenie. Použité prístrojové vybavenie, ktorým disponuje ÚGKaGIS a dosiahnutú presnosť excentrických zenitových uhlov uvádza Tab. 2. Excentrické zenitové uhly boli podľa vzťahov publikovaných napríklad v (Ingeduld, 1990, Blažek, 1991, Hradílek, 1984) redukované na spojnice fyzických značiek centrických bodov (Tab. 3). Použité redukčné vzťahy vzhľadom na ich rozsah v príspevku nebudú uvedené.

Tab. 2. Použité prístrojové vybavenie a dosiahnutú presnosť excentrických zenitových uhlov.
Tab. 2. Used instrumentation and attained accuracy of excentric zenith angle.

Excentrické stanovisko	Prístroj	Smerodajná odchýlka [cc]
1	Nikon 332	1.45
2	Kern DKM 2 A	0.62
3	Leica TCR 305	1.32
1005	Leica TC 1800	0.96

Tab. 3. Zenitové uhly redukované na stredy fyzických značiek centrických bodov.
Tab.3. Zenith angles reduced to centre of the physical marks of centric points.

Spojnice bodov	z_{ij}^m [grad]	Spojnice bodov	z_{ij}^m [grad]
1-1005	99.9451	3-2	99.8969
1-3	100.0264	3-1	99.9804
1-2	99.9369	3-1005	99.9400
2-1	100.0817	1005-3	100.0891
2-1005	100.0131	1005-2	100.0295
2-3	100.1153	1005-1	100.0882

Systematický vplyv topografických hmôt na trigonometricky určené výšky sa prejavuje v topografických zložkách zvislicových odchýlok. Použitý postup navrhnutý J.R. Clarkom v r. 1880 je čitateľovi prístupný v (Vykuřil, 1982). Meridiánová ξ_t a priečna η_t zložka topografickej zložka zvislicovej odchýlky sa v zmysle uvedeného postupu určia podľa vzťahov

$$\xi_t = \frac{X}{F}, \quad \eta_t = \frac{Y}{F}, \quad (1)$$

kde

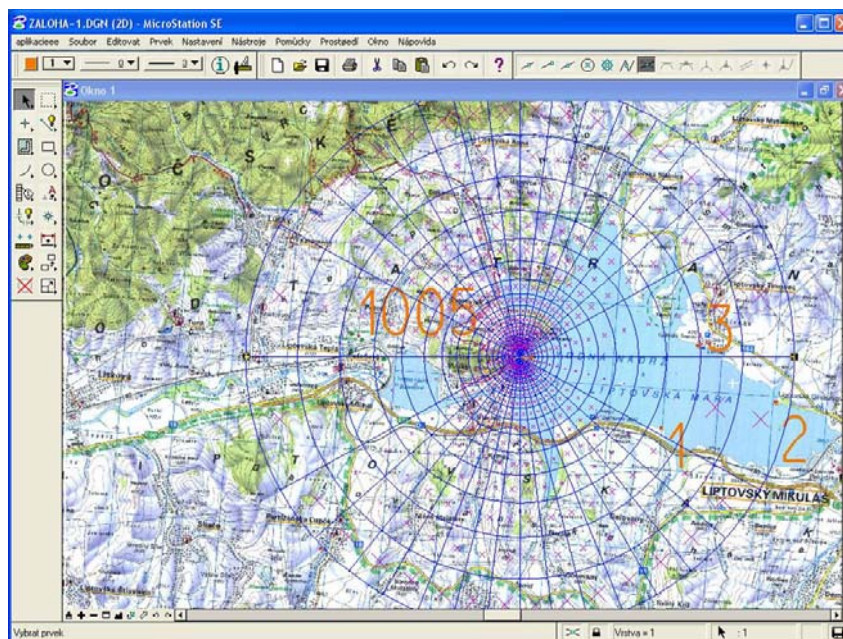
$$X = \chi \delta \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^H \frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \cos \alpha \cdot d\alpha \cdot dr \cdot dz, \quad (2)$$

$$Y = \chi \delta \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^H \frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha \cdot dr \cdot dz \quad (3)$$

sú príťažlivé sily stĺpca (hranola) pri strednej výške terénu H v stĺpci. Dadr.dz je objemový element s hustotou δ , ktorý je ohraničený valcovými plochami o polomeroch r_1 a r_2 a zvislými rovinami v azimutoch α_1 a α_2 . Gravitačná konštanta χ má hodnotu hodnotou $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

$$F = \chi \cdot \frac{M}{R^2} = \chi \cdot \frac{4}{3} \pi R \delta_s \quad (4)$$

je príťažlivá sila zemského telesa s polomerom R a strednou hustotou δ_s . Meridiánová ξ_t a priečna η_t zložka topografickej zložka zvislicovej odchýlky sú v zmysle (Vykuřil, 1982) upravené o vplyv izostatickej kompenzácie. Na ich numerický výpočet s topografických mapových podkladov bolo s výhodou použité CAD prostredie MicroStationu (obr. 2)



Obr. 2. Výpočet meridiánovej zložky topografickej zvislicovej odchýlky v bode 1005.
Fig. 2. Calculation of meridian component of topographic deflection of the vertical on the point 1005.

Pre odhad elipsoidického prevýšenia $\hat{h}_j = \hat{h}_j - \hat{h}_i$, platí vzťah

$$-d\hat{h}_i + d\hat{h}_j + h_{j0} - h_{i0} - \hat{h}_{ij} = 0, \quad (5)$$

V ktorom h_{j0} a h_{i0} sú približné hodnoty elipsoidických výšok vstupujúcich do vyrovnania. Pre jednostranné prevýšenie je tiež známy deterministický vzťah (Hradílek, 1984)

$$h_{ij} = l_{ij} \cos \frac{z_{ij} - \gamma_{ij}}{\cos \gamma_{ij}}, \quad (6)$$

Pre geocentrické uhly $2\gamma_{ij}$, šikmé dĺžky l_{ij} a zenitové uhly z_{ij} redukované na spojnice fyzických značiek centrických bodov, pre ktorých odhady môžeme napísať

$$\hat{l}_{ij} = l_{ij}^m + v_{lij}, \quad (7)$$

$$\hat{z}_{ij} = z_{ij}^m + v_{zij} + k_i \gamma_{ij} + \xi_i \cos \alpha_{ij} + \eta_i \sin \alpha_{ij}. \quad (8)$$

Aby sa zachovala preurčenosť rovníc, do vyrovnania budú zavádzané len približné hodnoty refrakčného koeficientu k_{i0} a jeho hľadané prírastky $d\hat{k}_i$ potom s ohľadom na rovnicu (8) platí

$$\hat{z}_{ij} - \gamma_{ij} = z_{ij}^m + v_{zij} + k_{i0} \gamma_{ij} + \xi_i \cos \alpha_{ij} + \eta_i \sin \alpha_{ij} + d\hat{k}_i \gamma_{ij} - \gamma_{ij}. \quad (9)$$

Dosadením (7) a (9) do (5) získame vzťah

$$-d\hat{h}_i + d\hat{h}_j + h_{j0} - h_{i0} - (l_{ij}^m + v_{lij}) \cos(\bar{z}_{ij} + v_{zij} + d\hat{k}_i \gamma_{ij}) / \cos \gamma_{ij} = 0, \quad (10)$$

v ktorom

$$\bar{z}_{ij} = z_{ij}^m + k_{i0} \gamma_{ij} + \xi_i \cos \alpha_{ij} + \eta_i \sin \alpha_{ij} - \gamma_{ij}. \quad (11)$$

Linearizácia (10) podľa $d\hat{k}_i$, v_{lij} a v_{zij} vedie k vzťahu

$$-d\hat{h}_i + d\hat{h}_j + s_{ij} \gamma_{ij} d\hat{k}_i - L_{ij} = c_{ij} v_{lij} - s_{ij} v_{zij}, \quad (12)$$

v ktorom $L_{ij} = h_{i0} - h_{j0} + l_{ij}^m \cdot c_{ij}$ predstavuje absolútny člen, pre c_{ij} a s_{ij} platia vzťahy (Kabeláč, 1994):

$$s_{ij} = (l_{ij}^m \cdot \pi \cdot \sin \bar{z}_{ij}) / (200^g \cdot \cos \gamma_{ij}) \text{ a } c_{ij} = \cos \bar{z}_{ij} / \cos \gamma_{ij}.$$

Separovaním hľadaných parametrov $d\hat{h}_i$, $d\hat{h}_j$ a $d\hat{k}_i$ a prepisom (12) na maticovú formu získame obecné známe model vyrovnania sprostredkujúcich meraní

$$A d\hat{\theta} - L = D v, \quad (13)$$

ktorého riešením metódou najmenších štvorcov pre hľadané odhadované doplnky parametrov sú normálne rovnice

$$(A^T * Q^{-1} A) d\hat{\theta} = A^T * Q^{-1} L, \quad (14)$$

kde

$$*Q = D Q D^T \quad (15)$$

je matica váhových koeficientov a Q je $n \times n$ rozmerné kofaktorová matica meraných šikmých dĺžok a zenitových uhlov, pre ktorých opravy platí

$$v = Q D^T * Q^{-1} (A d\hat{\theta} - L). \quad (16)$$

Kvalitatívne ukazovatele hľadaných parametrov $\hat{\theta} = \theta_0 + d\hat{\theta}$ popisuje ich kovariančná matica

$$\Sigma_{\hat{\theta}} = s_0^2 Q_{\hat{\theta}}, \quad (17)$$

kde aposteriornu jednotkovú varianciu udáva vzťah

$$v = Q D^T * Q^{-1} (A d\hat{\theta} - L). \quad (18)$$

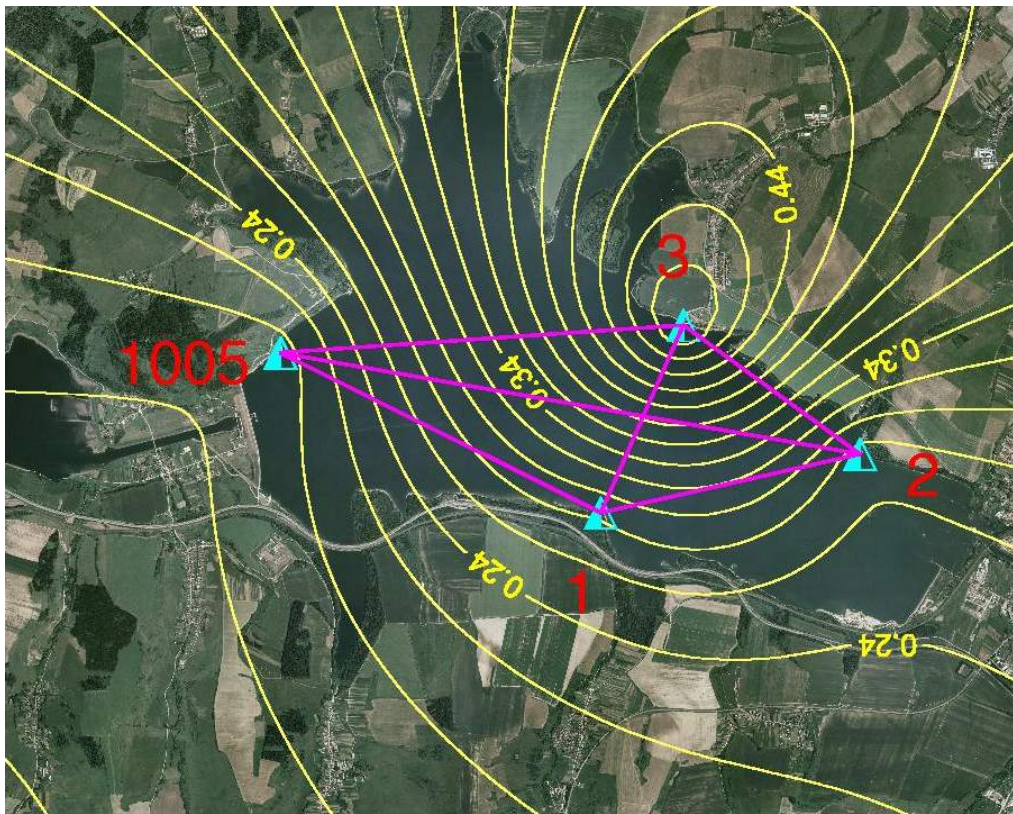
Kofaktorovú maticu odhadovaných parametrov vzhľadom na jej singularitu spôsobenú lineárnou závislosťou jej stĺpcov možno riešiť napr. použitím Moore-Penroseovej inverzie $Q_{\hat{\theta}} = (A^T * Q^{-1} A)^+$.

Tabuľka 4 obsahuje odhady refrakčných koeficientov k_i , priemerné hodnoty teploty, meridiánovú a priečnu zložku topografických zvislicových odchýlok s izostatickou korekciou. Ich vzájomnú závislosť demonštrujú obrázky 3 a 4.

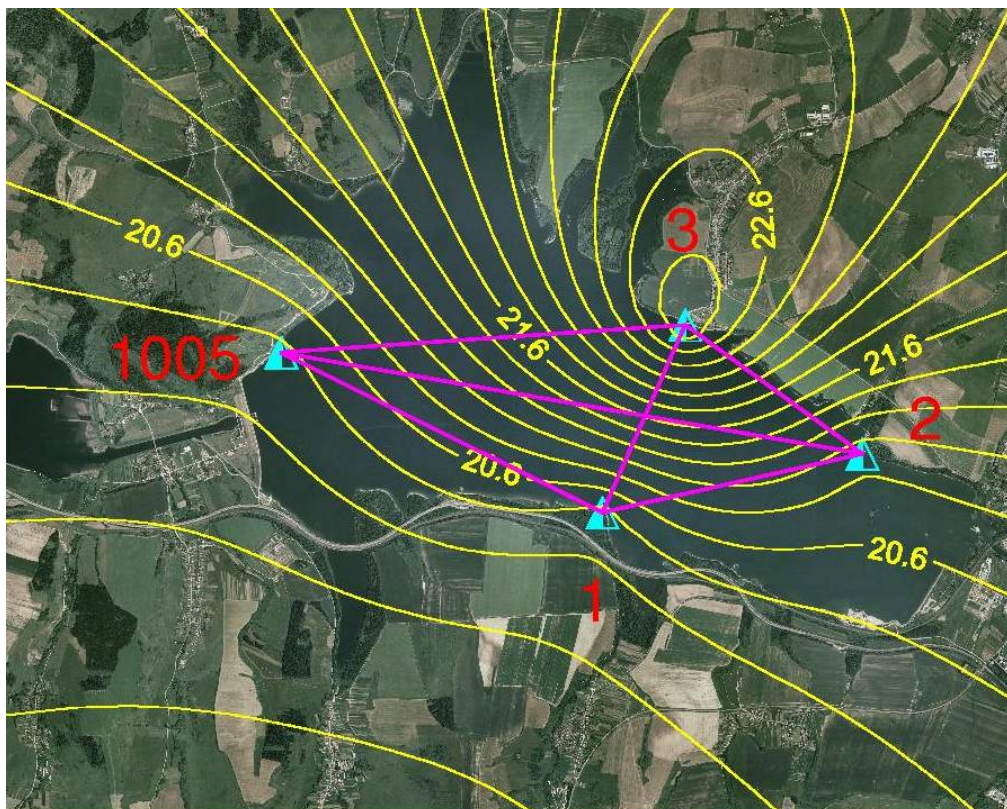
Tab. 4. Odhady refrakčných koeficientov, priemerná teplota a zvislicové odchýlky.

Tab. 4. Estimated value refraction coefficients, average temperature and deflections of the vertical.

bod	refrakčný koeficient k	teplota T [° C]	meridiánová zložka ξ_{st+cc}^{cc}	priečna zložka η_{st+cc}^{cc}
	0.28301	20.33	-2.1211	-0.30651
2	0.2681	20.87	0.79159	1.60459
3	0.50644	23.00	1.43604	1.4295
1005	0.1887	20.33	3.00364	-2.62509



Obr. 3. Izočiary refrakčného koeficientu.
Fig. 3. Isolines of refraction coefficient.



Obr. 4. Izočiary priemernej teploty [°C].
Fig. 4. Isolines of average temperature [°C].

Záver

Príspevok poukazuje, na vhodnosť použitého postupu spoločného vyrovnania terestrických a družicových geodetických meraní. Otázka hľadania stále dokonalejších modelov objektívnejšie popisujúcich rušivý vplyv fyzikálneho prostredia na geodetické merania je vzhľadom na neustále sa vyvíjajúcu geodetickú meraciu techniku, využívajúcu najnovšie výsledky výskumu a vývoja pretaveného do jej zvyšujúcej sa presnosti a dosahu stále aktuálna. Geodet musí byť pripravený tieto nové trendy vývoja vnímať a ich prednosti efektívne využiť.

Tento článok bol vytvorený realizáciou projektu **Centrum excelentného výskumu získavania a spracovania zemských zdrojov**, na základe podpory operačného programu **Výskum a vývoj** financovaného z Európskeho fondu regionálneho rozvoja a projektu Vedeckej grantovej agentúry MŠ SR a SAV: **GP č.1/4188/07 Možnosti využitia jednofrekvenčných družicových prijímačov na monitorovanie deformačných prejavov dynamicky zaťažovaných vodných diel.**

Literatúra – References

- Blažek, R., Jandourek, J.: Geodézie (Úpravy měřených veličin a výškopis). Praha: České vysoké učení technické v Praze, 1991, 164 s. ISBN 80 – 01 – 00611 – 5.
- Blažek, R., Skořepa, Z.: Určení vlivu vertikální refrakce na měřené zenitové úhly Sanchzovou metodou, *Geodetický a kartografický obzor*, 27 (91), č. 4, 2003, s. 67-70.
- Bizovský, R.: Odhad vertikálnej zložky refrakcie z terestrických a družicových geodetických meraní, *Diplomová práca, Ústav geodézie, kartografie a GIS, Fakulta BERG, TU v Košiciach*, 2007.

- Buchar, P.: Přibližný výpočet meridiánové konvergence v Křovákově zobrazení, *Geodetický a kartografický obzor*, 27(69), č. 2, 1981, s. 37-38.
- Hradílek, L.: Vysokohorská geodézie. *Academia, Praha, 1984, 232 s.*
- Hradílek, L.: Zjednodušená metoda určení výšek, tížnicových odchýlek a refrakčního koeficientu při vyrovnání trigonometricky zaměřených výškových sítí, *Geofyzikální sborník No. 101, s. 65-84, NČSAV, Praha 1959.*
- Ingeduld, M. et al.: Metódy výpočtu a vyrovnání geodetických sítí, *Praha, ČVUT, 1990.*
- Kabeláč, J.: Výškové vyrovnání vysokohorské sítě „RYSY 1988“, *Geodetický a kartografický obzor*, 40(82), č.1, s. 9-15, 1994.
- Sabová, J., Sütti, J.: Určenie výškových posunov pomocou trigonometrickej výškovej siete, *Geodetický a kartografický obzor*, 35 (77), č.9, s. 209-2, 1989.
- Sokol, Š., Ježko, J.: Možnosti eliminácie vplyvu refrakcie na trigonometrické meranie výšok, *Acta Montanistica Slovaca*, 10/2005, č. 2, s. 218-227.
- Sütti, J., Weiss, G.: Súradnicové meranie geodetických sietí univerzálnymi stanicami. *Geodetický a kartografický obzor*, 41 (83), č.3, 1995, s. 45-51.
- Vykutil, J.: Vyšší geodézie, *Praha: Kartografie, 1982, 544 s.*
- Weiss, G.: Trigonometrické určení výšok a refrakčních parametrov v inžinierskej geodézii, *Geodetický a kartografický obzor*, 37(79), č. 7, 1991, s. 138-141.
- Weiss, G., Sütti, J.: Geodetické lokálne siete I. Košice, 88 s, 1997.
- Witte, B., Deußen, D.: Současné metody pro určení geodetické refrakce při pozemních přesných měřeních, *Geodetický a kartografický obzor*, 46(88), č. 1, 2000, s. 1-7.